

Gonzalo Hernández
Marina Camejo · Horacio Pereira

Manual de métodos lógico-cuantitativos



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY

Gonzalo Hernández
Marina Camejo · Horacio Pereira

Manual de métodos
lógico-cuantitativos

La publicación de este libro fue realizada con el apoyo de la Comisión Sectorial de Enseñanza (CSE) de la Universidad de la República.

© Los autores, 2011.

© Universidad de la República, 2011

Departamento de Publicaciones, Unidad de Comunicación de la Universidad de la República (UCUR)

José Enrique Rodó 1827 - Montevideo CP: 11200

Tels.: (+598) 2408 57 14 - (+598) 2408 29 06

Telefax: (+598) 2409 77 20

www.universidadur.edu.uy/bibliotecas/dpto_publicaciones.htm

infoed@edic.edu.uy

ISBN: 978-9974-0-0771-0

CONTENIDO

Introducción	9
CAPÍTULO 1. LÓGICA Y TEORÍA DE LA ARGUMENTACIÓN	13
Lenguaje	13
Bibliografía	19
Ejercicios	20
CAPÍTULO 2. ARGUMENTO Y ESTRUCTURA ARGUMENTAL	23
Lógica	23
Estructura argumental	25
Un método para representar argumentos	26
Condiciones de un buen argumento	29
Tipos de Argumento	31
Verdad y validez	32
Bibliografía	33
Ejercicios	34
CAPÍTULO 3. FALACIAS	39
Definición y Clasificación	39
Falacias de atinencia	40
Falacias de ambigüedad	45
La clasificación de falacias propuesta por Carlos Vaz Ferreira	47
Bibliografía	50
Ejercicios	51
CAPÍTULO 4. LÓGICA SIMBÓLICA	55
Cálculo proposicional	55
Lenguaje	55
Reglas de formación:	60
Lenguaje y metalenguaje	61
Representación argumental	65
Análisis de una tabla de verdad	66
Algunas tautologías importantes	67
Consideraciones finales	69
Bibliografía	69
Ejercicios	70
CAPÍTULO 5. LÓGICAS DIVERGENTES	71
Fundamentos de la lógica simbólica clásica	72
Rivalidad o complemento	72
La concepción pragmatista	73
La lógica polivalente	73
La lógica trivalente	74
Verdades más verdades menos: lógica trivalente	75
Lógica presuposicional	75

Lógica vaga (o difusa)	76
Lógica modal	77
Lógicas modales aléticas	77
Algunas leyes de la lógica modal	78
Lógicas modales deónticas	78
El costo de las lógicas divergentes	79
Bibliografía	81
Lecturas recomendadas	81
CAPÍTULO 6. TEORÍA DE LA ARGUMENTACIÓN	83
Concepto de Argumentación	83
Teoría de la Argumentación	85
La lógica y el discurso cotidiano	86
Características de la argumentación	87
Argumentación vs. demostración	89
Persuasión vs. manipulación	90
Los auditorios como centro	91
El argumento como representación	92
El problema del efecto de la verdad	92
La verdad: lógica versus ontología	93
Bibliografía	93
Lecturas recomendadas	94
CAPÍTULO 7. LA NUEVA RETÓRICA DE PERELMAN	95
Generalidades básicas sobre la obra de Chaïm Perelman	95
Sentido de la Nueva Retórica	96
Argumentación y Lenguaje jurídico	96
Los principios de la argumentación y la regla de justicia	97
La clasificación de auditorios	98
Las bases del acuerdo	99
Bibliografía	104
Ejercicios	106
CAPÍTULO 8. STEPHEN TOULMIN Y SU MODELO ARGUMENTATIVO	109
Algunas ideas introductorias a la propuesta de Toulmin	109
El modelo de argumentación	109
Campos de argumentación	111
Elementos del modelo	112
Tipos de argumento	115
Bibliografía	116
Ejercicios	117
CAPÍTULO 9. NOCIONES GENERALES	121
Definición de Estadística	121
Estadística Descriptiva e Inferencial	121
Individuo y dato estadístico	122
Población (número N)	122
Muestra	123

Variable	123
Bibliografía	123
CAPÍTULO 10. VARIABLES	125
Definición	125
Clasificación de variables	125
Descripción estadística	128
Bibliografía	128
Ejercicios	129
CAPÍTULO 11. VARIABLES CUALITATIVAS	131
Descripción mediante el uso de tablas	131
Frecuencia relativa	132
Gráficos	134
Descripción empleando estadísticos	137
Bibliografía	138
Ejercicios	139
CAPÍTULO 12. VARIABLES CUANTITATIVAS	141
Distribución de frecuencias y gráficos	141
Gráficos	145
Histograma y Polígono de Frecuencias de la variable Salario	147
Histograma de frecuencias acumuladas y ojiva de la variable salario	148
Bibliografía	148
Ejercicios	149
CAPÍTULO 13. VARIABLES CUANTITATIVAS: DESCRIPCIÓN EMPLEANDO ESTADÍSTICOS	
MEDIA Y MEDIDAS DE POSICIÓN	151
Media	151
Moda	154
Cuartiles	157
Percentiles	159
Bibliografía	160
Ejercicios	161
CAPÍTULO 14. MEDIDAS DE DISPERSIÓN	163
El desvío estándar (o desviación típica):	163
El coeficiente de variación:	167
Rango intercuartílico	167
Bibliografía	168
Ejercicios	169
CAPÍTULO 15. DISTRIBUCIONES BIVARIADAS	171
Distribución conjunta de frecuencias: tabla de doble entrada	171
Distribuciones marginales	173
Distribuciones condicionadas	175
Bibliografía	177
Ejercicios	178

CAPÍTULO 16. ASOCIACIÓN EN VARIABLES CUALITATIVAS	179
Viendo la asociación en los cuadros	179
V de Cramer	181
Gamma	181
Coeficiente de contingencia	182
Nota final	182
Bibliografía	182
Ejercicios	183
CAPÍTULO 16. CORRELACIÓN	185
Diagrama de dispersión	185
La covarianza	187
Coeficiente de correlación	188
Bibliografía	188
Ejercicios	189
CAPÍTULO 17. RECTA DE REGRESIÓN	191
Cálculo de la recta de regresión	192
Datos no agrupados	193
La desviación estándar residual	194
Datos sin agrupar	195
Regresión y correlación	195
Bibliografía	196
Ejercicios	197
SOLUCIONES	
Capítulo 1	201
Capítulo 2	202
Capítulo 3	207
Capítulo 4	209
Capítulo 7	213
Capítulo 8	215
Capítulo 10	221
Capítulo 11	221
Capítulo 12	223
Capítulo 13	225
Capítulo 14	227
Capítulo 15	230
Capítulo 16	231
Capítulo 17	233
Capítulo 18	235

Introducción

El Curso de Métodos Lógico-cuantitativos está dirigido a estudiantes de primer año de la Licenciatura en Ciencias de la Comunicación (Liccom) de la Universidad de la República (Udelar), siendo una asignatura de carácter anual pero que se dicta en dos semestres siendo el primero correspondiente al módulo de Lógica, y el segundo al módulo de Estadística.

Este curso, que se inscribe en una Licenciatura con un perfil social e interdisciplinario, tiene como eje a los problemas del lenguaje, específicamente en relación con lo que refiere a la argumentación. Se trata de contribuir al control argumental (en ambas partes del curso) en el entendido de que la argumentación constituye una estrategia central en la constitución del saber.

En cuanto al módulo de Lógica, la misma está pensada para proporcionar herramientas que son necesarias para hacer un buen uso del lenguaje, por lo cual es forzoso mostrar la relevancia conceptual de la asignatura en el análisis crítico del discurso. Esto supone ofrecer algunas aproximaciones a la noción del lenguaje y sus usos, en la medida en que resulten útiles al desarrollo de los objetivos planteados. Es así que abordaremos el tratamiento de la lógica simbólica y algunos desarrollos de la Teoría de la Argumentación, en tanto que herramientas que aportan al control inferencial, a la justificación de las opiniones o decisiones tomadas como inferencias a partir de un conjunto de premisas. Este conjunto de abordajes diversos sobre el control argumental también permitirá a los estudiantes acceder a los fundamentos necesarios para una comprensión del procesamiento de información y el análisis del discurso que se desarrollará en otros cursos de la carrera.

El módulo de Estadística se centra en aspectos referidos a lo que se llama estadística descriptiva, como elemento previo al desarrollo de instrumentales metodológicos de investigación. Se intenta que los alumnos puedan conocer la utilidad, la potencialidad y las formas de funcionamiento de un conjunto de elementos estadísticos que son básicos en el desarrollo de cualquier análisis cuantitativo, lo que resulta de subrayado interés en el área de las Ciencias Sociales. En este sentido se pretende aportar al desarrollo de un conjunto de profesionales de la comunicación ya sea que se dediquen específicamente a la investigación o sean simples usuarios de estadísticas como parte de su labor.

No se trata aquí de formar lógicos o estadísticos, sino de ofrecer un conjunto de herramientas que resultan adecuadas a los requerimientos de un egresado en Ciencias de la Comunicación. Es en este sentido que hemos optado por unificar este curso bajo la idea de control argumental. Desde esta perspectiva podríamos ver tanto la Lógica como la Estadística como disciplinas que permiten aportar al control de dos tipos de argumentos que se construyen con premisas particularmente diferentes: en el primer caso con premisas ligadas al lenguaje natural y en el segundo caso con premisas ligadas a datos numéricos.

El curso busca contribuir al desarrollo de los estudiantes que, como futuros profesionales, se encontrarán en la situación de ser tanto usuarios de análisis estadísticos, como productores de investigaciones que puedan contener herramientas de análisis de tipo cuantitativo. Es así que el curso desea tanto presentar un conjunto de aportes, como motivar la sensibilización sobre los problemas del lenguaje y sobre el uso de las técnicas cuantitativas. Esta sensibilización pretende producir egresados más conscientes y responsables acerca del uso de esos instrumentos.

La propuesta de realizar un manual responde en primer lugar a las necesidades educativas generadas por una asignatura constituida por dos disciplinas que, más allá del intento pedagógico del curso, son —consideradas en su propio desarrollo histórico— diferentes en cuanto a su naturaleza, objetivos y métodos. Por otra parte el amplio desarrollo de escuelas, tendencias y objetivos diversos dentro de esos campos ofrece un conjunto de obras cuyo manejo muchas veces puede resultar contraproducente en virtud de las diferencias tanto epistemológicas como de nomenclatura. Este manual en principio está dirigido a los estudiantes del curso de Métodos lógico-cuantitativos, pretendiendo que sea una herramienta que logre complementar las clases recibidas tanto en lo teórico pero sobre todo en lo práctico.

Cabe insistir, una vez más, que este manual no pretende realizar ningún aporte teórico o de investigación sobre los temas que contiene, sino que pretende una presentación que sirva como material de introducción para el posterior trabajo con los alumnos. En particular en una asignatura que conoce un alto nivel de masificación en nuestra Licenciatura. Por lo mismo, este manual no pretende sustituir los cursos presenciales ni pretende tampoco dar una visión panorámica de todos los desarrollos en los campos que se abordan. Nuestro interés no es otro que colaborar con el aprendizaje de los estudiantes según los objetivos del curso. Esto permite explicar la forma de presentación de los diversos puntos que se trabajan así como la tendencia a evitar un abuso de citas que se trabajarán personalmente con los alumnos.

Lógica

Lógica y teoría de la argumentación

Lenguaje

Si bien el objetivo de nuestro curso es el control argumental, no podemos dar una definición de argumento sin antes introducirnos en algunas cuestiones que hacen al lenguaje.

Definición de lenguaje

Nuestro interés es presentar aquí una definición aproximada de la noción de lenguaje. Con esto queremos decir que no pretendemos ni «competir» con definiciones dadas desde otras disciplinas, ni pretendemos hacer de este curso un curso de filosofía del lenguaje. Por lo tanto nos bastará con señalar algunos aspectos claves según el interés que nos orienta: el control argumental.

No haremos aquí uso de la distinción tradicional en lingüística —a partir de Ferdinand de Saussure— entre lenguaje, lengua y habla. De manera más que esquemática, el lenguaje sería el conjunto de signos que permiten la comunicación, la lengua el sistema de signos pertenecientes a una comunidad de hablantes, y el habla la forma en que un sujeto que pertenece a una comunidad utiliza la lengua y la actualiza. De esta manera mientras la lengua es social, el habla es individual. Todo esto podría problematizarse desde otras escuelas lingüísticas.

Desde la Filosofía esta distinción no es usual y el término lenguaje se usa como sinónimo de lengua y de habla.

Y, por supuesto, es posible citar una numerosa cantidad de definiciones de lenguaje, que no será difícil rastrear por Internet, por ejemplo.

Para los intereses que nos guían, entenderemos el lenguaje, de manera muy general, como un conjunto de signos organizados mediante reglas que permiten la comunicación, que establecen contextos de uso.

Las reglas del lenguaje nos permiten hacer tres tipos de cosas. 1) decidir si un signo cualquiera pertenece o no a nuestro lenguaje; 2) formar cadenas complejas con los signos de nuestro lenguaje, aumentando la capacidad expresiva; 3) interpretar o decidir cuál es el sentido posible de las expresiones del lenguaje.

No toda cadena formada con signos del lenguaje será parte de nuestro lenguaje y dentro de éstas últimas podremos distinguir entre cadenas simples y cadenas complejas. Un lenguaje siempre tiene un conjunto de signos que constituye el alfabeto de ese lenguaje. El conjunto de esos signos siempre es un conjunto finito.

Los signos, la relación entre los signos y los objetos, y las reglas propias de cada lenguaje tienen un carácter arbitrario y convencional.

Por arbitrario, entenderemos que no hay ninguna necesidad (ontológica, por ejemplo) entre el significante y el significado. Como entre la palabra «perro» y el animal que representa.

Por convencional, entenderemos que estamos obligados socialmente, mediante coerción social, a usar tales o cuales signos, a respetar tales o cuales reglas del lenguaje en ciertos contextos y a dar ciertos significados a las palabras, para que la comunicación resulte exitosa. Cuando hablamos de convencional no debemos entender un acuerdo voluntario, sino una *convención social*, es decir un acuerdo al que nos vemos orientados, que se nos impone normativamente. Las palabras significan aquello que hemos aprendido que significan, según los contextos de interacción donde las hemos aprendido.

La comunicación es siempre una actividad social, está siempre orientada hacia otro y requiere que se compartan ciertas significaciones.

La comunicación es un proceso de interacción, que comporta elementos simbólicos significativos, y que se encuentra reglado socialmente, sin que esto suponga ninguna afirmación sobre el grado de esa normatividad. Aquí ese carácter normativo no debe verse tanto como la restricción de la libertad de los participantes, sino como la condición de posibilidad misma del proceso comunicativo.

Tipos de Lenguajes

También la noción de «tipos de lenguajes» conoce múltiples tratamientos y se abre a numerosas clasificaciones (oral, escrito, audiovisual; vivos, muertos; literario, periodístico, militar, etcétera) según los objetivos de análisis que se propongan.

Aquí, distinguiremos dos tipos de lenguajes: naturales y artificiales.

Por lenguajes naturales entenderemos aquellos relativos a una comunidad histórica de hablantes y en los cuales su estructura se va desarrollando con el tiempo. Se suele decir que son aquellos lenguajes usados como medio de comunicación habitual entre los humanos. En los lenguajes naturales los signos suelen ser estables (lo que no significa necesariamente inmutables) como por ejemplo los signos del alfabeto. Las reglas que permiten establecer las cadenas correctas de signos que forman parte del lenguaje, suelen variar en el tiempo. Ejemplo de estos son el latín, el inglés, el castellano, etcétera. Estos lenguajes poseen variadas posibilidades expresivas, pero ese mismo motivo da lugar a numerosas redundancias, vaguedades y polisemias. Todo lo anterior hace dificultoso o imposible una codificación absoluta de dichos lenguajes.

Por *lenguajes artificiales* entenderemos aquellos creados total o parcialmente con un fin específico, por lo cual poseen reglas estables y también suelen poseer ámbitos de aplicación reducidos, donde las ambigüedades, vaguedades y polisemias suelen estar minimizadas o son inexistentes.

Estos *lenguajes artificiales* pueden aún dividirse en *formales* y *técnicos*.

En los lenguajes formales se definen de antemano, con absoluta precisión tanto los signos elementales como las reglas de combinación y transformación que hacen posible operar con el alfabeto de ese lenguaje. Ejemplo de esto son la matemática

y la lógica. Los lenguajes formales suelen ser contruidos para superar algunos problemas que se presentan en algunos niveles de análisis, generalmente en el campo científico, con el uso de los lenguajes naturales. Estos lenguajes reducen al mínimo la polisemia mediante reglas que determinan una lectura única de sus formaciones sintácticas.

Los *lenguajes técnicos* son una especie de combinación de los lenguajes naturales y los lenguajes formales. Un lenguaje técnico es el que se utiliza en la filosofía, en la mecánica o la medicina, por ejemplo. En estos lenguajes no se abandona por completo el lenguaje natural, sin embargo se busca la creación de una suerte de diccionario específico sobre algunos términos especialmente definidos. Así el término «categoría» no tiene en la filosofía el mismo sentido que en el lenguaje natural y pueden aparecer palabras que no formen parte del lenguaje cotidiano como ocurre con la terminología médica, por ejemplo. Los lenguajes técnicos conforman una jerga que no puede entenderse sin cierta formación especial.

Véase que la distinción natural/artificial se ha generado a partir de la posibilidad de distinguir lenguajes según ciertos parámetros como movilidad/inmovilidad de las reglas, flexibilidad/rigidez de los cambios de reglas, etcétera. En ningún momento debe pensarse que la distinción natural/artificial refiere al carácter creado o no de los lenguajes.

Texto I:

La distinción entre lenguajes naturales y lenguajes artificiales es, a primera vista, muy clara. Los lenguajes naturales los heredamos. Los lenguajes artificiales los construimos [...].

Pero en rigor [...] los lenguajes naturales han sido también contruidos. Solo que contruidos a un ritmo lento, a lo largo de la secular relación del hombre con su medio: su riqueza, su ambigüedad, su infinitud de matices no son sino el reflejo de la riqueza de esa relación. Y un producto de esa relación —un resultado de la necesidad de controlar científicamente el medio— son también los lenguajes artificiales. Lo que laxamente estamos llamando «lenguajes artificiales» son, por lo general, lenguajes de precisión, medios artificiosos de expresión contruidos por los científicos a fin de poder formular con mayor justeza las relaciones entre los objetos estudiados por sus ciencias respectivas.¹

Forma y función

Una vez hecha la distinción entre los tipos de lenguaje, nuestro interés por la argumentación nos llevará, por ahora, a los lenguajes naturales y cierta manera de abordarlos que será solidaria con los objetivos que se propone la lógica.

En los lenguajes naturales la oración suele pensarse como la mínima unidad con sentido completo, pudiendo distinguir en ella forma y función.

1 Deaño, A., *Introducción a la Lógica Formal*, Madrid, Alianza, 1976, pp. 23-24.

La forma de una oración corresponde a la sintaxis de misma, a cómo están ordenados los signos, a qué signos son los que intervienen en la oración.

Atendiendo a la forma distinguiremos cuatro tipos de formas básicas:

- a. **Forma declarativa:** Las formas declarativas son aquellas en las que no se utiliza ningún signo de interrogación ni de exclamación y en las cuales el verbo utilizado no está nunca utilizado en imperativo. Ejemplos de oraciones con forma declarativa serían: «Mi auto se rompió» o «Todos los caminos conducen a Roma».
- b. **Forma interrogativa:** en ellas lo que aparece como distintivo es el signo de interrogación, o al menos aparecería en su forma correcta de escribir. Un ejemplo de esto podrían ser las expresiones: «¿Qué hora es?» o «¿Por qué hiciste eso?», ¿Este pibe se cree gracioso?
- c. **Forma imperativa:** Las formas imperativas son aquellas en que no aparecen signos de interrogación ni de exclamación y el verbo principal se encuentra usado en el modo imperativo. Un ejemplo de este tipo de expresiones sería el caso de: «Abrió la puerta»
- d. **Forma exclamativa:** en este caso el signo distintivo son los signos de exclamación, como por ejemplo en la expresión: «¡Ojalá podamos salvar el examen!»

Dado que hay muchas clasificaciones que refieren a las funciones del lenguaje utilizaremos aquí una clasificación que, sin desatender los tratamientos más comunes, intenta diferenciar las oraciones según algunos usos típicos.

Las funciones que distinguiremos son las siguientes:

- a. **Función informativa:** aquí el lenguaje es empleado para comunicar información en el sentido de afirmaciones o negaciones que pueden corroborarse empírica o lógicamente. Por lo tanto son casos de la función informativa expresiones como: «No me gusta el chocolate», «Eso es un televisor», «Heráclito fue un filósofo griego», «El agua hierve a 20 °C». Por supuesto éste último caso es falso, pero las oraciones informativas son susceptibles de ser declaradas verdaderas o falsas, incluso cuando no puedo decidir si son verdaderas o falsas. Así, dejando de lado ciertas caracterizaciones sobre oraciones, diremos que una expresión como «Dios existe» es una oración informativa. Lo que decide si una función es informativa es si es sensato pensar que la expresión trata de señalar algo verdadero o falso.
- b. **Función directiva:** aquí lo que se pretende es generar un cambio en la actitud, en la decisión o en el pensamiento de otra persona. Esto tanto se puede hacer por una orden, por una petición o por una pregunta. Con las preguntas se busca un cambio de conducta, se pretende que alguien conteste algo sobre lo cual se le solicita información. La diferencia entre la orden y la petición es que la orden supone un lenguaje mucho más «duro» que la de la petición, como ya vimos, pues una petición suele empezar por «Me haría el favor...», «Si fueran tan amables...», aunque muchas veces son solo formas educadas de dar una orden.

- c. **Función emotiva:** aquí el lenguaje se caracteriza por ser usado para expresar sentimientos, emociones o actitudes y pretender generar en el receptor unas ciertas emociones, actitudes o sentimientos. Tales son el caso de expresiones como «El chocolate es delicioso», «Esta película es impresionante», «Esta clase me tiene podrido». Dentro de esta función podrían caer las expresiones de deseos.
- d. **Función performativa:** aquí el lenguaje se comporta de una manera muy particular pues se trata de casos en los que la acción se realiza por el acto mismo de decirlo bajo ciertas condiciones. Es decir, el lenguaje al manifestarse realiza el evento. Por supuesto, si bien es un uso muy peculiar y no cualquier expresión logra ese efecto, se trata de un uso bastante frecuente. Tal vez uno de los casos más frecuentes es el casamiento. Las personas aceptan casarse cuando efectivamente dicen «Sí, acepto» y a su vez el juez (o el sacerdote en la ceremonia religiosa) dice «Los declaro marido y mujer». Por supuesto esto no ocurre sólo por el lenguaje sino que él debe ser dicho bajo ciertas condiciones adecuadas, pero también por las personas correctas, por aquellos que están habilitados para producir ese efecto. Así, si una pareja afirma aceptar al otro como cónyuge, y hay alguien que los declara marido y mujer eso no valdría si la persona no es un cura o un juez. Otro claro ejemplo de este uso performativo son las promesas («prometo devolverte el libro el lunes»), las inauguraciones o bautizos («declaro inaugurada la quinta convención internacional de masticadores de chicle»), e incluso el asumir la presidencia en el cual se toma juramento. Ese es el momento en que se asume y no cuando se ganan las elecciones ni en ningún otro momento.
- e. **Función ceremonial:** aquí el lenguaje es usado sin ningún otro interés que el de la cortesía, que el del hábito social. Nos ayuda a entrar en relacionamiento con otros, pero en ningún caso buscamos que se nos responda sino con otra expresión ceremonial, lo cual habilita a posteriores interacciones verbales o de otro tipo. Por ejemplo, cuando nos cruzamos con alguien y decimos «Buenos días», consideramos de mala educación si no recibimos algún saludo similar. Pero consideraríamos muy tonto que el otro se ponga a decir «Qué buen día ni buen día, si está lloviendo como loco y me mojé todo». En verdad decimos «Buenos días» cuando llueve, no porque estemos *describiendo* el día, sino porque estamos haciendo uso de una fórmula ceremonial, ni siquiera creemos estarle realmente deseando al otro que tenga *un buen día*. De la misma manera cuando preguntamos «¿Cómo estás?» a alguien que no es realmente un amigo o de la familia (y a veces aunque sea de la familia) no esperamos que en verdad nos diga cómo se siente, esperamos que nos responda cosas triviales y en las que no sea necesario detenerse.

Lo que ocurre cuando usamos el lenguaje es que pueden intervenir varias funciones a la vez, lo cual puede complicar el análisis de esas funciones. Muchas veces una información se da para motivar una acción. De todas maneras lo que va a

interesar aquí es que sea más o menos extensa la identificación de funciones posibles del lenguaje, la función informativa tiene una diferencia crucial con todas las demás: es la única en el que tiene sentido hablar de si la oración es verdadera o falsa.

No hay correspondencia biunívoca entre las formas y las funciones. Así a una misma forma corresponden varias funciones y la misma función puede ser expresada mediante diversas formas. Esto, dependerá del contexto de comunicación donde el lenguaje sea usado.

El análisis de las funciones del lenguaje presenta la complejidad de que depende del caso concreto que se esté analizando. Esto dificulta saber si efectivamente el emisor utilizó el lenguaje en un cierto sentido antes que en otro, si algunos de esos usos son más o menos desdeñables en cierto momento. En el lenguaje oral la entonación permite identificar más rápidamente algunas de estas cosas, lo que hace que la transcripción de un diálogo real no sea sencilla. Por supuesto las reglas mismas de la interacción discursiva hacen que un conjunto de expresiones tengan para los hablantes de una comunidad un conjunto de funciones típicas. En las narraciones literarias esto se ve claramente mediante una serie de datos que ofrece el autor para el análisis. En casos como una correspondencia podemos carecer de estos elementos de ayuda. Identificar usos del lenguaje implica la identificación del contexto de interacción donde se utiliza el lenguaje. Muchas veces el lenguaje mismo puede ofrecer ese contexto si no se toma una frase aislada sino que se la analiza en el propio contexto discursivo tomándolo como un todo.

Tipos de definiciones

Como dijimos anteriormente una misma oración puede responder a diferentes funciones dependiendo de como sea utilizada, por lo que otra forma de distinguir la función asignable a una expresión será ver en qué sentido están tomadas las palabras, o dicho de otra manera cómo están definidos los términos que se emplean en ella. En este sentido, atendiendo no a la expresión completa sino al modo en que se usan las palabras y se establecen significados de las mismas, distinguiremos tres tipos de definiciones diferentes:

- a. **Definiciones informativas:** Se suelen considerar «definiciones informativas» aquellas que corresponden a las que figuran corrientemente en los diccionarios, ya que son las definiciones que una cierta comunidad de hablantes otorga a las palabras. Las definiciones informativas son aquellas que se remiten al significado de los términos de manera general en una comunidad de hablantes. De esta manera puede una maestra decirle a su alumno que es incorrecta la escritura de la palabra «nieve», en la expresión «La nieve es blanca»
- b. **Definiciones estipulativas:** Una definición estipulativa es aquella definición que se genera y se propone como significado para dar a entender el uso que en cierto contexto se le dará a una expresión. Por ejemplo supongamos que una investigación pretenda saber cuántos libros posee la Biblioteca Nacional. El punto será cómo definir el término «libro», pues aunque en algunos casos es claro cómo diferenciar un libro de un folleto, en otros casos no queda muy

claro. Una forma sería suponiendo que cualquier publicación impresa será considerada un libro si tiene un mínimo de tantas hojas. Por supuesto puede objetarse que el criterio no es adecuado porque llama libro a cosas a las que sería bueno no hacerlo, por ejemplo para que los resultados de la investigación pudieran compararse con los números de libros en otras bibliotecas. Las definiciones estipulativas no tienen por que ser *ad hoc*. Casos de definiciones estipulativas más o menos estables suelen ser, por ejemplo: línea de pobreza o nivel cultural. Cuando una definición estipulativa se vuelve común a un campo de saber, posiblemente sea incluida o tomada como una definición informativa.

- c. **Definiciones persuasivas:** Se suele llamar definición persuasiva a una definición que tiene un componente informativo y/o un componente estipulativo pero que el resultado es presentado como la verdadera definición. Expresiones como «la verdadera democracia supone aún más justicia social que la que tenemos actualmente». Así son los juicios sobre el verdadero arte, la verdadera educación, etcétera, pues no hay nada en el mundo que sea el arte, la educación, etcétera, por fuera de lo que socialmente recibe ese nombre. Este tipo de uso del lenguaje está muy vinculado a lo emocional, y aunque a veces no dice explícitamente que siente lo que dice como la verdad o como lo más cercano a la verdad, eso está en la base de su funcionamiento.

De las definiciones informativas se puede considerar si son verdaderas o falsas según se ajusten o no a las definiciones convenidas por el diccionario; de las definiciones estipulativas se puede decir sólo si son adecuadas o no a los fines buscados en el discurso; de las definiciones emotivas no se dice que sean ni verdaderas ni falsas, ni adecuadas o no (en el sentido de las definiciones estipulativas), son meros intentos de expresar y/o generar una postura valorativa frente a un fenómeno.

Bibliografía

- Copi, Irving y Cohen, Carl, *Introducción a la Lógica*, México, Limusa, 1997.
Díez Calzada, José A., *Iniciación a la Lógica*, Madrid, Ariel, 2002.
Garrido, Manuel, *Lógica Simbólica*, Madrid, Editorial Tecnos, 1970.
Weston, Anthony, *Las claves de la argumentación*, Madrid, Ariel, 2004.

Ejercicios

1. Identifique en el siguiente texto diferentes formas del lenguaje:

«Los ojos castaños del fauno se habían llenado de lágrimas que, al poco tiempo, empezaron a resbalar por sus mejillas y no tardaron en rodar también por la punta de su nariz; y finalmente la criatura se cubrió el rostro con las manos y empezó a llorar desconsoladamente.

—¡Señor Tumnus! ¡Señor Tumnus!- dijo Lucy muy angustiada—. ¡No llores! ¡No llores! ¿Qué sucede? ¿No te encuentras bien? Querido señor Tumnus, dime qué ocurre.

Pero el fauno siguió sollozando como si se le fuera a partir el corazón; y ni siquiera cuando Lucy se inclinó hacia él, lo rodeó con los brazos y le prestó su pañuelo, se detuvo. Se limitó a tomar el pañuelo y lo usó sin cesar, retorciéndolo con ambas manos cada vez que estaba tan empapado que no absorbía nada, de modo que al poco tiempo Lucy se encontró de pie en medio de un charquito de agua.

—¡Señor Tumnus!— vociferó la niña en su oído, zarandeándolo-. Deja de llorar. ¡Cálmate de una vez! Debería darte vergüenza, un fauno grandote como tú. ¿Por qué diablos lloras?»²

2. Identifique en el siguiente texto funciones del lenguaje:

«Margarita, para ti el amor es todo, y tú no ves nada más allá del amor. No obstante, hay algo tan respetable como nuestro cariño, y es mi deber. Nuestro señor el conde de Gómara parte mañana de su castillo para reunir su hueste a las del rey Don Fernando, que va a sacar a Sevilla del poder de los infieles, y yo debo partir con el conde. Huérfano oscuro, sin nombre y sin familia, a él le debo cuanto soy. Yo le he servido en el ocio de las paces, he dormido bajo su techo, me he calentado en su hogar y he comido el pan a su mesa. Si hoy le abandono, mañana sus hombres de armas, al salir en tropel por las poternas de su castillo, preguntarán maravillados de no verme: —¿Dónde está el escudero favorito del conde de Gómara? Y mi señor callará con vergüenza, y sus pajes y sus bufones dirán en son de mofa: -El escudero del conde no es más que un galán de justes, un lidiador de cortesía. Al llegar a este punto, Margarita levantó sus ojos llenos de lágrimas para fijarlos en los de su amante, y removió los labios como para dirigirle la palabra; pero su voz se ahogó en un sollozo.

Pedro, con acento aún más dulce y persuasivo, prosiguió así:

2 Lewis, C. S., *Las Crónicas de Narnia: El león, la bruja y el armario*, Buenos Aires, Ediciones Destino, 2005, pp. 26-27

—No llores, por Dios, Margarita; no llores, porque tus lágrimas me hacen daño. Voy a alejarme de ti; mas yo volveré después de haber conseguido un poco de gloria para mi nombre oscuro...

El cielo nos ayudará en la santa empresa; conquistaremos a Sevilla, y el rey nos dará feudos en las riberas del Guadalquivir a los conquistadores. Entonces volveré en tu busca y nos iremos juntos a habitar en aquel paraíso de los árabes, donde dicen que hasta el cielo es más limpio y más azul que el de Castilla.

—Volveré, te lo juro; volveré a cumplir la palabra solemnemente empeñada el día en que puse en tus manos ese anillo, símbolo de una promesa.

—¡Pedro! —exclamó entonces Margarita dominando su emoción y con voz resuelta y firme—. Ve, ve a mantener tu honra; —y al pronunciar estas palabras, se arrojó por última vez en brazos de su amante. Después añadió con acento más sordo y conmovido: —Ve a mantener tu honra pero vuelve..., vuelve a traerme la mía.»³

3. Identifique en los siguientes textos qué se está definiendo y qué tipo de definición es, justifique su respuesta:

a) «Si examinamos todas las hipótesis aducidas tanto por la filosofía como por el sentido común para explicar la diferencia entre belleza y fealdad, encontraremos que todas ellas se reducen a que la belleza consiste en un orden y disposición de las partes tal que, sea por la original constitución de nuestra naturaleza, por costumbre, o por capricho, es apropiada para producir en el alma placer y satisfacción. Este es el carácter distintivo de la belleza y lo que la hace absolutamente distinta a la fealdad, cuya tendencia natural es la de producir disgusto.»⁴

b) «Amartya Sen afirma que la verdadera democracia es un valor universal que conlleva una pluralidad de virtudes -en cuanto hábitos de producción de libertad y de bien- empezando por - y basándose en la *importancia intrínseca* de la participación y de la libertad política en la existencia humana; íntimamente relacionada con la *importancia instrumental* de la participación política para exigir y garantizar la responsabilidad de los gobiernos y la transparencia en la gestión y aplicación de los recursos y su rendición de cuentas; y proyectada de forma progresiva por el papel constructivo de la democracia en la formación de valores y para la comprensión de la fuerza civil para reivindicar la

3 Gustavo Adolfo Bécquer, «La promesa»

4 Hume, *Tratado de la naturaleza humana*, Libro II, Parte I, sección VIII

satisfacción de las necesidades, de los derechos y de las responsabilidades y obligaciones».⁵

c) «La democracia es una forma de organización de grupos de personas, cuya característica predominante es que la titularidad del poder reside en la totalidad de sus miembros haciendo que la toma de decisiones responda a la voluntad colectiva de los miembros del grupo. En sentido estricto la democracia es una forma de gobierno, de organización del Estado, en la cual las decisiones colectivas son adoptadas por el pueblo mediante mecanismos de participación directa o indirecta que le confieren legitimidad a los representantes. [...] Simón Bolívar plantea que ‘sólo la democracia... es susceptible de una absoluta libertad, libertad que se define como el poder que tiene cada hombre de hacer cuanto no esté prohibido por la ley.’ Mandela por su parte dice que ‘si no hay comida cuando se tiene hambre, si no hay medicamentos cuando se está enfermo, si hay ignorancia y no se respetan los derechos elementales de las personas, la democracia es una cáscara vacía, aunque los ciudadanos voten y tengan parlamento.’».⁶

5 En <<http://www.gloobal.net/iepala/gloobal/fichas/ficha.php>>

6 En <<http://es.wikipedia.org>>.

Argumento y estructura argumental

Lógica

Un argumento puede ser objeto tanto de un control informativo como de un control inferencial. El control informativo supone la relación entre premisas y la verdad. Para ello se apela a la experiencia o a otros enunciados de la ciencia, a alguna rama del saber y con cierta validez intersubjetiva. El grado de esta validez intersubjetiva es un elemento fundamental a la hora de entender las formas que toma ese tipo de control y no pocas veces nos encontraremos con análisis encontrados en el campo del control informativo. Por su parte el control inferencial es el análisis acerca de la existencia o no de la relación de implicación entre las premisas y la conclusión. Este tipo de control permite determinar si un determinado conjunto de enunciados, considerados como premisas, resultan suficientes o no para justificar una determinada conclusión independientemente del tema en cuestión. Definiremos la Lógica como una *disciplina que tiene por objeto el análisis inferencial*.

La Lógica como ciencia de carácter formal intenta detectar qué estructuras argumentales son válidas y cuáles no. Se ocupa de las reglas que rigen el armado o la estructuración correcta de los enunciados para asegurarnos los casos en los que podemos legítimamente extraer cierta conclusión de ciertas premisas dadas.

En el análisis inferencial se habla de estructura correcta o incorrecta de los argumentos y nunca de estructura verdadera. La verdad es una propiedad de los enunciados no de los argumentos. Asimismo, la validez es una propiedad de los argumentos y no de los enunciados.

Irving Copi define a la lógica como el estudio de los métodos y principios que permiten distinguir los razonamientos buenos (correctos) de los malos (incorrectos), es decir, aquellos argumentos en los que efectivamente puede concebirse una relación fuerte entre premisas y conclusión, diferenciándolos de aquellos en los que esa relación es solo aparente o muy débil. Antes de plantear que condiciones debe cumplir un argumento para ser considerado válido, se intentará realizar algunas profundizaciones en la noción de argumento.

Weston entiende que «dar un argumento' significa ofrecer un conjunto de razones o de pruebas en apoyo de una conclusión».⁷ Ahora bien, ese conjunto de razones supone el uso del lenguaje para que las mismas sean entendibles y aceptables también para cualquier otro interlocutor (concreto o no). Usamos para ello un conjunto de estructuras gramaticales que llamaremos enunciados.

7 Weston, Anthony, *Las Claves de la Argumentación*, Barcelona, Ariel, 2004, p. 13.

Entenderemos por argumento: *una estructura lingüística que tiene la particularidad de estar conformada por enunciados tal que, entre ellos, unos se toman como premisas y otro como conclusión, de tal manera que se pretende que la conclusión se sigue, se desprende o se extrae de las premisas.*

El análisis inferencial de los argumentos no se preocupa de ser fiel a las oraciones utilizadas en un argumento, sino que trabaja sobre las proposiciones (sobre el significado de enunciados siendo estos oraciones susceptibles de poder ser consideradas como verdaderas o como falsas) que dependiendo del lugar que tomen en el argumento reciben el nombre de premisa o conclusión.

Nótese que los enunciados son un subgrupo de las oraciones y la noción de premisa o conclusión es solo una propiedad funcional de los enunciados. Con lo cual un enunciado que en un argumento es una premisa puede en otro ser una conclusión y viceversa. También un mismo enunciado puede ser premisa de argumentos muy diferentes y un mismo enunciado puede utilizarse como conclusión en diferentes argumentos. Véase también que en el análisis lógico un argumento tiene solo una conclusión y no restringe el número de premisas posibles.

Dice Copi:

Ninguna proposición por sí misma, considerada en forma aislada, es una premisa o una conclusión. Es una premisa solamente cuando aparece como supuesto de un argumento y pretende fundamentarse en otras proposiciones del argumento. Así premisa y conclusión son términos relativos, como empleador y empleado. Una persona en sí misma no es empleador ni empleado, pero puede ser cualquiera de las dos cosas en diferentes contextos.⁸

Uno de los problemas que se presenta es como distinguir un argumento de lo que no lo es; y a su vez distinguir en el argumento sus partes, es decir sus premisas y su conclusión. Hay expresiones que dan cuenta que estamos ante la presencia de una conclusión o premisa. Dichas expresiones se conocen con el nombre de anticipadores o indicadores de premisas o de conclusión según sea el caso. Entre los indicadores de premisas encontramos, entre otras: *puesto que, dado que, a causa de, porque, pues, se sigue de, como muestra, se puede inferir de, por las siguientes razones*; y entre los indicadores de conclusión tenemos: *por lo tanto, de ahí que, así, en consecuencia, consecuentemente, como resultado, por esta razón, se sigue que, podemos inferir que, concluyo que, etcétera.*

Que esas expresiones sean indicadores de premisas o conclusiones no obliga a que sólo podamos presentar premisas o presentar una conclusión usando estas expresiones. Sólo hemos mencionado algunas de las expresiones más usuales al respecto.

8 Copi, Irving, *Introducción a la Lógica*, México, Limusa, 1997, p. 23.

Estructura argumental

Los argumentos están constituidos por proposiciones, éstas dependiendo del lugar que ocupen en el mismo serán las premisas o conclusión. Si bien la conclusión es lo que pretendemos justificar mediante un conjunto de premisas, cuando uno se enfrenta a un argumento no necesariamente encontramos las premisas en primer lugar y la conclusión por último. Ese sería el caso ideal y, como tal, se corresponde más con el modelo de análisis que con el uso que hacemos de los argumentos.

En la vida cotidiana nos vemos enfrentados a casos donde la conclusión no está dicha, sino que por «evidente» no se explicita; casos donde no figuran todas las premisas. Casos donde tenemos muchas más expresiones que no participan de la argumentación. O incluso podemos tener, sin ninguna distinción terminante, más de un argumento a la vez.

De todas maneras, intentaremos acercarnos a la presentación de la noción la estructura argumental, para ello veremos un ejemplo:

Un perro estaba encerrado en los establos, y sin embargo, aunque alguien había estado allí y había sacado un caballo, no había ladrado [...]

Es obvio que el visitante era alguien a quien el perro conocía bien...⁹

En el ejemplo anterior podemos ver que Holmes posee dos premisas, siendo una de ellas explícita (el perro no ladró al visitante) y la otra un hecho general que presume que nosotros conocemos (los perros ladran a los desconocidos). Estas dos premisas nos permiten concluir que el visitante no era un desconocido para el perro.

Veamos otro ejemplo:

Los últimos en romper la barrera del control nervioso, por estas latitudes, han sido los presos, que procuran llamar la atención sobre sus condiciones de vida. Que no son distintas a lo que casi todos sabemos; una existencia de terror, que deja las pesadillas de Poe a la altura de un cuento de hadas.

No puede extrañar entonces que día por medio tengamos noticias de reclusos que procuraron escaparse, o que murieron en algún sórdido enfrentamiento interno, o que tienen SIDA. Está claro que el sistema carcelario de este país es un desastre y que no cumple con la función punitiva, preventiva y rehabilitadora para la que fue creado.¹⁰

De estos párrafos se podrían identificar dos posibles argumentos:

En el primero de ellos la conclusión tampoco aparece al final del mismo. Lo primero que se afirma es que son de conocimiento casi general las pésimas condiciones de vida de los presos, sobre las cuales ellos buscan llamar la atención. Es por eso mismo que también puede afirmarse, que el sistema carcelario nacional no cumple ninguna de las tareas para las que fuera creado: ni en lo punitivo, ni en lo preventivo

9 Sherlock Holmes, «La aventura de Silver Blaze», en Weston, Anthony *Las claves de la argumentación*, España, Ariel, 2004, p. 20.

10 Maiztegui, Lincoln, «Al mundo le falta un tornillo», en *El Observador*, suplemento Tendencias, domingo 21 de noviembre de 1999, p. 2

y tampoco en la rehabilitación. Al existir esa serie de factores negativos respecto del sistema carcelario, la conclusión es que no puede extrañar que día por medio vengan noticias de las cárceles sobre diversos sucesos lamentables (a menos, tal vez, que uno sea de los pocos que desconoce esa situación).

También podría proponerse otra forma de entender aquellas líneas y que diferiría respecto de qué enunciados se consideran premisas y cuál se considera conclusión.

Una premisa sería que los presos procuran llamar la atención sobre las pesadillas condiciones de vida a la que se ven enfrentados en la cárcel. Se podría agregar la premisa no explicitada de que al buscar más atención sobre esas pésimas condiciones de vida intentan lograr más repercusión en los medios de prensa masivos. Así, día por medio tenemos noticias de diversos hechos desgraciados que atañen a reclusos. Si esas cosas ocurren es que el sistema carcelario es un desastre y no cumple con las funciones punitivas, preventivas y rehabilitadoras para las que fue creado. Dado que tales hechos existen la conclusión es que el sistema carcelario nacional es un absoluto desastre cuyo estado traiciona los objetivos originales para los que fue pensado.

Teniendo en cuenta los dos ejemplos trabajados podríamos decir que los argumentos poseen la siguiente estructura:

Premisa₁
Premisa₂
Conclusión

No todos los argumentos poseen dos premisas, pueden tener un número ilimitado de las mismas, o no tener ninguna premisa (como cuando uno dice Juan es un hombre o no lo es), pero lo más común es que el argumento las posea. Por lo tanto podríamos utilizar el siguiente modelo que representará a todos los posibles argumentos:

Premisa₁
.
.
.
.
Premisa_n
Conclusión

El «n» de la última premisa simboliza un número natural. Los puntos indican el lugar donde pueden encontrarse otras posibles premisas intermedias cuyos subíndices estaría entre 1 y n. Es claro que en un argumento de dos premisas el «n» sería igual a «2» y no habría premisas intermedias.

Un método para representar argumentos

Como ya hemos dicho no es fácil distinguir un texto argumentativo de aquel que no lo es, máxime si tenemos en cuenta que en ocasiones hay textos en los que parece que se está defendiendo una postura cuando solo se la está definiendo o

describiendo. Una vez que logramos identificar que lo que está enfrente es un texto argumentativo el paso siguiente es distinguir premisas de conclusión.

Para ello podemos apelar al modelo de representación de argumentos que Irving Copi toma de los profesores Stephen N. Thomas y Michael Scriven.

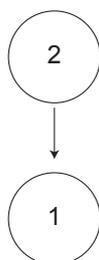
Antes de proseguir queremos advertir al lector que este método de análisis que presentaremos no nos permite tener ninguna ganancia respecto del punto central del análisis inferencial: la determinación de la relación de implicación entre premisas y conclusión. Pero en un curso introductorio estimamos conveniente que el estudiante se detenga en él a fin de ganar cierta sensibilidad respecto de identificar funciones diferentes de los enunciados en los argumentos y de poder ponderar la manera en que cada uno forma parte de una argumentación. Asimismo puede ayudar a ver si en un texto hay un sólo argumento o varios argumentos diferentes que, generalmente, comparten un mismo enunciado como conclusión.

Este modelo consiste en diagramar (es una representación espacial) la relación entre premisas y conclusión. Para representar a las proposiciones (recordar que estas pueden ser tanto premisas o conclusión) se utiliza círculos, en el caso que estas proposiciones se encuentren implícitas se hará uso de un círculo punteado. Las proposiciones se numeran en el orden en que aparecen en el argumento, independientemente de si son premisa o conclusión.

Supongamos el siguiente caso¹¹:

«La predicción más segura es la uniformidad, porque la inercia es una fuerza poderosa»

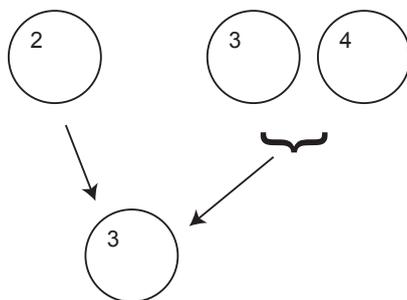
Tendríamos como primer enunciado a la conclusión «La predicción...», y como premisa al segundo enunciado «la inercia...», al diagramar se relacionan las premisas con la conclusión mediante una llave, por lo cual el argumento quedaría representado de la siguiente forma.



Pongamos por caso un ejemplo más complejo. «1 Las cimas áridas de las montañas de regiones desérticas son lugares apropiados para instalar observatorios astronómicos. 2 Siendo sitios altos, se sitúan por encima de una parte de la atmósfera, permitiendo así que la luz estelar llegue hasta el telescopio sin tener que cruzar toda la profundidad de la atmósfera. 3 Siendo secos, los desiertos son lugares relativamente libres de nubes. 4 La más leve presencia de nubes o de brumas puede hacer que la atmósfera se torne inútil para muchas mediciones astronómicas.»

11 Ejemplo extraído de Copi y Nagel, *Introducción a la Lógica*, México, Limusa, 1997.

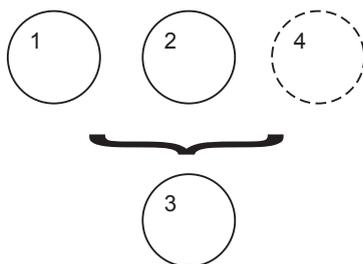
En este caso el primer enunciado resulta la conclusión, mientras que los enunciados dos, tres y cuatro son las premisas, sin embargo no todas las premisas apoyan a la conclusión de la misma forma. El segundo enunciado apoya en sí mismo la idea de que las localidades montañosas son buenos sitios para instalar telescopios. Por otro lado los enunciados tres y cuatro deben trabajar conjuntamente para apoyar la conclusión. Cuando tenemos premisas que en conjunción resultan evidencia para apoyar la conclusión se las diagrama unidas mediante una llave, por lo que en este ejemplo en cuestión el diagrama es el siguiente:



Por último mostraremos el siguiente ejemplo: «**1 La mayoría de mis amigos que tienen una mentalidad abierta son cultos. 2 La mayoría de mis amigos que tienen una mentalidad menos abierta no lo son. 3 Leer, entonces, parece conducir a tener una mentalidad abierta.**»

En el ejemplo que precede la conclusión se encuentra en último termino, pero la conclusión no parece sostenerse únicamente en dichas afirmaciones sino que también en otra afirmación que se encuentra implícita **4 La gente culta lee mucho.** A su vez ninguna de estas afirmaciones sostiene por sí misma a la conclusión, sino que lo hacen conjuntamente.

Este argumento se diagramaría de la siguiente forma:



En definitiva utilizamos círculos (punteados en el caso de enunciados implícitos), llaves para relacionar afirmaciones que en conjunto sostienen a la conclusión, y flechas cuando la afirmación por sí misma sostiene la conclusión.

Condiciones de un buen argumento

Ya sabemos que un argumento es un conjunto de proposiciones que pretende justificar, apoyar o defender una opinión o punto de vista, pero ante esto se plantea la siguiente cuestión, cómo saber si el argumento formulado cumple con la exigencia de defender, en términos inferenciales, dicha opinión. Es decir, ¿qué es un buen argumento?

En una primera instancia diremos que un buen argumento es aquel que posee premisas relevantes para justificar la aceptación de la conclusión como verdadera. Un buen argumento, desde el punto de vista lógico, está constituido por premisas que en conjunto constituyen suficiente fundamento para la verdad de la conclusión, así como premisas que anticipan y proporcionan una refutación efectiva a todos los desafíos razonables al argumento.

Por lo tanto si un argumento fracasa en satisfacer alguna de estas condiciones estamos frente a un argumento imperfecto (o más débil), por lo que podemos anticipar que no todos los argumentos imperfectos son del mismo tipo, así como no todos los buenos argumentos son de la misma calidad, lo que permitiría llegar a la conclusión de que hay grados de imperfección y de perfección argumental.

Para determinar si estamos frente a un buen argumento es necesario determinar criterios que permitan evaluar la calidad de los argumentos, y permiten observar que hay grados de relevancia, grados de aceptabilidad, grados de suficiencia de la evidencia, así como grados de efectividad de la refutación.

A continuación expondremos estos criterios que servirían de guía para evaluar argumentos. Estos criterios apuntan a considerar aspectos retóricos de la argumentación, pero en la medida en que esos aspectos retóricos van a ser importantes con la búsqueda de un análisis formal de los argumentos:

- a. En el armado del argumento se emplea un lenguaje suficientemente claro y preciso y que es compartido por los miembros del auditorio (esto supone no caer en la vaguedad ni en la ambigüedad).
- b. El argumento se apoya en evidencia pertinente, es decir nos permite evaluar afirmaciones de hecho. Tenemos que determinar si la evidencia es sólida (es suficiente y además proviene de fuentes confiables), si es pertinente, es decir si es relevante o está relacionado con lo que pretendemos concluir, y por último cómo se interpreta la evidencia.
- c. Frente al siguiente caso: «No se debe condenar a este asesino convicto y confeso porque su anciana madre no podría soportar tamaño disgusto», es claro que la evidencia (los datos que pretenden apoyar la conclusión) no son relevantes, ya que el dolor de una madre no es evidencia suficiente ni relevante para evitar la condena del asesino. Diferente sería si para evitar la condena declararíamos que el asesino no es responsable de sus actos porque está loco.
- d. Si en nuestro argumento se apela a juicios de valor, es necesario determinar si se apela a juicios normativos adecuadamente formulados. Una forma de clarificar si nuestra argumento es valorativo, es preguntarse cómo está definido

el objeto a evaluar, en qué terreno debe ser evaluado, qué criterios deben ser utilizados para evaluarlo, si el objeto cumple con los criterios explicitados, etcétera.

- e. Es importante destacar que en los argumentos morales y en las deliberaciones, es muy difícil señalar cuando un argumento reúne evidencia suficiente para sostener la conclusión porque en general ninguno lo consigue. Esto se debe a que no existen premisas que prueben de forma concluyente si la eutanasia es buena o mala, o si debo estudiar medicina o derecho. Ante este tipo de casos lo que se realiza es acumular argumentos que desde distintos caminos (y que por lo tanto brinden distintas razones) lleguen a la misma conclusión.
- f. Si un argumento se atiene a la cuestión, brinda evidencia pertinente y relevante, y por tanto su evidencia es aceptable, podemos decir que el argumento está sólidamente construido (en tanto el valor de las premisas como enunciados intersubjetivamente válido no cambie, por ej: conocimiento nuevo). Sin embargo esto no es garantía de que evitemos el contra argumento, nos pueden atacar por no matizar la conclusión o por no tener en cuenta las posibles salvedades, para evitar que esto ocurra, podemos preguntarnos: ¿mi conclusión es segura, probable o posible?, ¿mi conclusión es una afirmación tajante o conjetural?, ¿es posible que se den algunas excepciones? Si contemplamos estas posibilidades estamos obligando al adversario a limitarse a defender su posición más que a atacar la nuestra.
- g. Por último diremos que un buen argumento es aquel que es consistente desde el punto de vista lógico, porque respeta las reglas de inferencia. Véase que tener un argumento lógicamente consistente no es suficiente desde el punto de pragmático. Esto es, precisamente, parte de la problemática que pretende presentar este curso.

Control informativo y control inferencial

Como ya dijimos hay dos tipos de controles sobre los argumentos; el informativo y el inferencial. El control informativo refiere al establecimiento de la verdad o falsedad proporcionada por los enunciados que conforman al argumento. Para ello se recurre a los desarrollos de la ciencia que estudian el campo sobre el que se refiere el enunciado en cuestión. Si el enunciado es «El agua hierve a 100° c» hay que acudir a la física.

El control inferencial refiere a la relación entre las premisas y la conclusión para determinar si dicha relación es correcta o válida. Esta determinación lo realiza la Lógica, y si la estructura o forma del argumento es correcta o válida, es porque la relación entre las premisas y la conclusión es necesaria o forzosa.

Tipos de Argumento

Hay diferentes tipos de argumentos. Tal distinción radica en la relación entre las premisas y la conclusión. Teniendo en cuenta dicha relación se diferencia entre argumentos deductivos y argumentos no deductivos.

Se caracteriza a los argumentos deductivos como aquellos en los que la relación entre las premisas y la conclusión es necesaria o forzosa de tal manera que la verdad de las premisas implica la verdad de la conclusión.

En este tipo de argumento la conclusión se *deduce* de las premisas, es decir bastan que las premisas sean verdad para garantizar que también la conclusión lo es. Por lo tanto, se considera que se da entre premisas y conclusión lo que, sólo metafóricamente, se ha dado en llamar «transmisión de la verdad» puesto que parece que la verdad de las premisas se traslada a la conclusión.

Otra manera de expresar la definición de argumento deductivo (lógicamente correcto o válido) es señalar que es aquel tipo de argumento en que, por motivos puramente formales, ocurre que si las premisas fueran verdaderas entonces la conclusión también lo sería.

La única relación entre premisas y conclusión que no puede darse (es decir, que si se da no podemos hablar de argumento deductivo) es cuando las premisas son verdaderas y la conclusión es falsa. Por lo tanto atendiendo al conjunto de las relaciones posibles entre premisas y conclusión, en términos de asignar verdad y falsedad a cada una, podríamos establecer el siguiente cuadro:

Premisas	Conclusión	Argumento ¿Puede ser deductivo?
Verdaderas	Verdadera	Sí
Verdadera	Falsa	No
Falsas*	Verdadera	Sí
Falsas*	Falsa	Sí
*al menos una premisa falsa		

Aquí se establece que no hay imposibilidad de que el argumento sea deductivo y sus premisas sean falsas y la conclusión sea verdadera. Esto no significa que siempre que tengamos un argumento con premisas falsas y conclusión verdadera, tengamos un argumento deductivo, veamos el siguiente ejemplo: «Todos los mamíferos tienen alas, todas las ballenas tienen alas, por lo tanto todas las ballenas son mamíferos.»

Por otro lado se define a los argumentos no deductivos como aquellos en los que la relación entre las premisas y la conclusión no implica necesidad, y, por ello, la relación de corrección argumental o de transmisión de la verdad no se cumple.

Los argumentos no deductivos serán aquellos en los que la estructura argumental no logra garantizar que de la verdad de las premisas se pueda afirmar la verdad de la conclusión.

Aunque en este sentido (que cobra especial valor en algunos tratamientos lógicos) todos los argumentos no deductivos serían idénticos, se los suele dividir en argumentos inductivos y falacias.

Por lo general suele definirse a los argumentos inductivos como aquellos que parten de premisas particulares y llegan a una conclusión general o universal. Es un esquema argumental muy utilizado en la vida cotidiana, e incluso en la ciencia; puesto que permite la elaboración de leyes o teorías, pasando de casos conocidos a lo desconocido. (Por ejemplo conozco que tal metal se dilata con el calor, y que tal otro metal también se dilata con el calor, esto me permite concluir que todos los metales se dilatan con el calor —dato que es desconocido para mí).

De todas maneras se suele hablar del problema de la inducción, puesto que en esta forma argumental la verdad de las premisas no garantiza la verdad de la conclusión. Nótese que no todo uso de la inducción es igualmente adecuado. En el ejemplo anteriormente citado, de los metales, la garantía radica en las propiedades mismas de los metales. Es claro que cuando me aseguro que una propiedad vale para toda una clase no es lo mismo que cuando hago inducciones conociendo solo propiedades de individuos particulares y luego construyendo la clase sobre la que pretendo dar una afirmación. Pero podría mostrarse cómo históricamente la elaboración de leyes generales en ciencia está vinculado con el razonamiento inductivo, lo cual luego permite posteriores elaboraciones de conocimiento que les hace perder, para nosotros, su estructura inductiva.

Mas allá de lo cuestionado que ha sido el procedimiento inductivo al punto que se lo separa de los argumentos deductivos pues una estructura inductiva no me garantiza la construcción de futuras inducciones correctas (como sí ocurre con los argumentos deductivos cuya estructura permite la construcción de nuevos argumentos deductivos) sigue siendo importante diferenciarlos de las falacias en virtud del carácter heurístico que poseen tales tipos de argumentos.

Verdad y validez

Es necesario no confundir las nociones de verdad y validez cuando nos referimos a argumentos. La verdad refiere a la capacidad del enunciado de dar cuenta de un fenómeno, por lo tanto la verdad —considerada desde los intereses de la lógica— es algo que se dice de los enunciados y que dependerá de la estructura del mundo, y del hecho de que el enunciado sea del caso. Así un enunciado recibirá la sanción de verdadero o falso según se lo use en el caso indicado. Por lo tanto «ahora llueva» será verdad cuando llueva y será falso en todo otro caso.

Por su parte no puede aplicarse, entonces, la misma expresión para los argumentos. Es decir, no haría sentido decir que un argumento es verdadero. La verdad remite a, por ejemplo, si tal objeto tiene tal propiedad. Por lo tanto lo que podemos decir de los argumentos es si son válidos o no, es decir, si poseen una estructura deductiva o no.

Mientras la verdad de los enunciados remite a algún tipo de relación entre lo que se dice y aquello sobre lo cual se dice, la relación de validez es una relación que versa sobre la relación necesaria entre premisas y conclusión, es decir que atiende únicamente a la relación de los enunciados que conforman un argumento.

Muchas veces en nuestro lenguaje cotidiano empleamos el adjetivo «verdadero» para referirnos a un argumento. Pero con esto no podemos querer decir más que el uso adecuado del argumento y nuestra convicción -más o menos compartida- de que no hay argumento mejor para ese tema o de que ese argumento no posee contraejemplo. Ahora bien, ni nuestra convicción subjetiva ni las adecuaciones pragmáticas respecto de los usos de los argumentos son importantes para la lógica formal. Aquí lo que va a importar será, precisamente, la identificación de un tipo particular de estructura argumental (el argumento deductivo) que posee también características peculiares (la relación de implicación o transmisión de la verdad).

Texto:

Por otra parte conviene advertir que si bien los argumentos constan de proposiciones, no son, sin embargo, como las proposiciones, verdaderos o falsos, sino bien contruidos o mal contruidos, correctos o incorrectos [...].

Pero utilizando los conceptos de verdad y falsedad cabe definir a un argumento correcto o válido como un conjunto de enunciados tal que no es posible que los primeros (premisas) sean verdaderos y el último (conclusión) falso. Dicho de otro modo, en un argumento bien contruido, la verdad de las premisas es incompatible con la falsedad de la conclusión.¹²

Bibliografía

- Carroll, Lewis, *El juego de la Lógica*, Madrid, Alianza Editorial, 1996.
Copi, Irving y Cohen, Carl, *Introducción a la Lógica*, México, Limusa, 1997.
Díez Calzada, José A., *Iniciación a la Lógica*, España, Ariel, 2002.
Garrido, Manuel, *Lógica Simbólica*, Madrid, Editorial Tecnos, 1970.
Mitchell, David, *Introducción a la lógica*, Barcelona, Labor, 1968.
Quine, Willard V. O., *Los métodos de la Lógica*, España, Planeta Agostini, 1993.
Weston, Anthony, *Las claves de la argumentación*, España, Ariel, 2004.

12 Garrido, Manuel, *Lógica Simbólica*, Madrid, Editorial Tecnos, 1970, p. 62.

Ejercicios

1. Señale cuáles de los siguientes fragmentos contienen argumentos y cuáles no. En caso afirmativo señale cuáles serían las posibles premisas y cuál la posible conclusión.

1. La célula es la unidad morfológica y funcional de todo ser vivo, siendo el elemento de menor tamaño que puede considerarse vivo. Así, se puede clasificar a los organismos vivos por el número de células que posean.¹³
2. Vemos, en efecto, que cosas que carecen de conocimiento, como los cuerpos naturales, obran por un fin, como se comprueba observando que siempre, o casi siempre, obran de la misma manera para conseguir lo que más les conviene; por donde se comprende que no van a su fin obrando al acaso, sino intencionadamente. Ahora bien, lo que carece de conocimiento no tiende a un fin si no lo dirige alguien que entienda y conozca, a la manera como el arquero dirige la flecha. Luego existe un ser inteligente que dirige todas las cosas materiales a su fin, y a éste llamamos Dios.¹⁴
3. Se entiende por canon una regla o norma que se debe seguir en la realización de algo. En arquitectura y escultura, al ser las normas proporciones matemáticas, pasa a tener el sentido de medida o proporción. En la escultura griega era muy importante el canon que determinaba las proporciones de las figuras humanas y que varió según las épocas (en Valverde, J. M., *Breve historia y antología de la estética*, Barcelona, Editorial Ariel, 1995).
4. Después de la llegada de los conquistadores a América, todos los derechos de los indígenas fueron violados. En Norteamérica, los ingleses asesinaron a la mayoría de los nativos. Asimismo los españoles en Centroamérica sometieron a trabajos forzados a las comunidades del lugar. Además, en aquella época de conquista, por órdenes de la Corona Española se obligó a todo indígena a renunciar a sus costumbres religiosas y culturales.
5. Es inhumano no legalizar el «aborto terapéutico» que debería realizarse cuando el embarazo pone a la mujer en peligro de muerte o de un mal grave y permanente.
6. Mediante la presentación de las noticias, los medios masivos de comunicación nos permiten acceder al conocimiento de fenómenos cotidianos de los que no podemos tener una experiencia directa. Es que en las sociedades contemporáneas la complejidad social requiere que los sujetos constituyan su realidad mediante la mediación simbólica de los medios masivos de comunicación. Así, entonces, la gente suele incluir como parte de su conocimiento lo que los medios incluyen o excluyen de su contenido. A menos que sea muy pequeña la fiabilidad de la información que no pueden controlar directamente.
7. Un conocimiento exacto de este hecho, que la muerte no es nada para nosotros, permite gozar de esta vida mortal evitándonos añadirle la idea de una

¹³ En <<http://es.wikipedia.org>>.

¹⁴ Tomás, Santo, *Summa Teológica*, España, Espalsa Calpe, 1943

duración eterna y quitándonos el deseo de la inmortalidad. Pues en la vida nada hay temible para el que ha comprendido que no hay nada temible en el hecho de no vivir. Es necio quien dice que teme la muerte, no porque es temible una vez llegada, sino porque es temible el esperarla. Porque si una cosa no nos causa ningún daño en su presencia, es necio entristecerse por esperarla. Así pues, el más espantoso de todos los males, la muerte, no es nada para nosotros porque, mientras vivimos, no existe la muerte, y cuando la muerte existe, nosotros ya no somos.¹⁵

8. Martín Barbero ha señalado que estamos ante nuevos «modos de estar juntos» y esto tiene que ver, sin dudas, con nuevos dispositivos de percepción mediados por la televisión, la computadora, y dentro de muy poco, por la imbricación entre televisión e informática en una acelerada alianza entre velocidades audiovisuales e informacionales. Estamos ante identidades más precarias y flexibles, de temporalidades menos largas y dotadas de una flexibilidad que les permite amalgamar ingredientes provenientes de mundos culturales distantes y heterogéneos, y por lo tanto, atravesadas por discontinuidades en las que conviven gestos atávicos con reflejos modernos, secretas complicidades con rupturas radicales.¹⁶
9. La industria y el conjunto de la sociedad están involucrados en objetivos comunes; la industria debe adaptarse a las necesidades de la sociedad. Las reservas de petróleo son limitadas y serán utilizadas por algunas generaciones más. Las fuentes alternativas de energía no son todavía disponibles. De modo que la industria puede continuar empleando las reservas de petróleo sólo si se acepta que comparte la responsabilidad en el desarrollo de fuentes alternativas de energía.
10. El gobierno Tudor en Inglaterra estaba más dispuesto a reintroducir la esclavitud en ese país y envió un acta parlamentaria tratando de legalizarla, pero fracasó porque había una inagotable cantidad de pobres más baratos que los esclavos y más fáciles de controlar.¹⁷
11. La mecánica cuántica tiene un formalismo perfectamente definido con un asombroso éxito predictivo. Es evidente que si la teoría cuántica es tan exacta en sus pronósticos debe tener un fuerte asidero en ciertas características esenciales de la naturaleza.¹⁸

15 Epicuro, «Carta a Meneceo», en *Obras*, Madrid, Tecnos, 1994

16 Fernández, Valeria, «Las comunidades virtuales en la construcción de un nuevo sujeto político», en *II Congreso Interoceánico de Estudios Latinoamericanos. Sujeto y Utopía. El lugar de América Latina*, 2003, p. 3.

17 Pluma, J. H., reseña de «Slavery and Human Progress», en Copi, Irving, *Introducción a la Lógica*, México, Limusa, 1997, p. 55

18 Rodríguez, Pablo, «Los inicios de la Física Cuántica y el problema de su interpretación», en Melogno, Pablo (comp.), *Elementos de Historia de la Ciencia*, CSE, Udelar, Montevideo (en prensa).

12. Si la Amazonia desde una ética humanista, debe ser internacionalizada, internacionalicemos también las reservas de petróleo del mundo entero. El petróleo es tan importante para el bienestar de la humanidad como la Amazonia para nuestro futuro. A pesar de eso, los dueños de las reservas se sienten en el derecho de aumentar o disminuir la extracción de petróleo y subir o no su precio. De la misma forma, el capital financiero de los países ricos debería ser internacionalizado. Si la Amazonia es una reserva para todos los seres humanos, ella no puede ser quemada por la voluntad de un dueño, o de un país. Quemar la Amazonia es tan grave como el desempleo provocado por las decisiones arbitrarias de los especuladores globales.¹⁹

2. Represente gráficamente los argumentos del ejercicio anterior.

1. **Para pensar mucho.** El ejercicio que presentaremos a continuación es un argumento ingenioso presentado por John Stuart Mill en *Principios de economía política*. Sabemos que no es fácil decir en qué consiste el argumento, o si es un buen argumento, pero de todas maneras le desafiamos a:

b. ¿Cuál es la conclusión principal de Stuart Mill?

c. ¿Cuál es su argumento básico para afirmar esto?

d. ¿Qué probaría la verdad de: presumiendo que realmente estaría en el interés de cada operario trabajar solamente nueve horas si se le asegurase que todos los demás harían lo mismo, puede darse el caso que no haya medio alguno de lograr este objetivo excepto el de convertir su supuesto acuerdo mutuo en un acuerdo con sanciones consintiendo que se impusiese la ley?

e. ¿Establece Stuart Mill su conclusión? ¿Cómo?

f. Señale las premisas principales y las secundarias. Agrupe los subconjuntos de argumentos.

g. ¿Se anima a representar su argumento?

«A un cuarto tipo de excepción debo pedir que se le preste una particular atención (...). Hay asuntos en los cuales se requiere la intervención del derecho, no para suplantar el juicio de los individuos respecto a su propio interés, sino para darle efecto a ese juicio: ya que ellos no pueden hacerlo excepto uniéndose y esta unión no puede ser efectiva a menos que reciba la sanción de la ley. Por ejemplo, y sin prejuzgar el punto particular, me referiré a la cuestión de disminuir las horas del trabajo. Supongamos, lo que al menos es imaginable, que una reducción general en el horario laboral en las fábricas, por ej., de 10 a 9 horas fuera ventajosa para los trabajadores: que recibirían un sueldo tan alto o casi tan alto por una jornada de 9 horas como el que recibían por una de 10. si este fuese el resultado y si los obreros en general estuvieran convencidos que así es, algunos dirían que la disminución se adoptaría espontáneamente. Yo contesto que no sería adoptado a menos

19 Buarque, Cristovão.

que todos los obreros se comprometieran a hacerlo. Un obrero que rehusara trabajar más de 9 horas cuando hubiese otros que trabajan 10 no sería contratado o si lo contratan tendría que aceptar perder una décima parte de su sueldo. Por lo tanto, por muy convencido que esté de que conviene a la clase trabajadora trabajar una jornada menor, es contrario a su propio interés poner el ejemplo, a menos que esté seguro que todos o la mayoría lo seguirán. Pero suponga que hay un acuerdo de toda la clase obrera: ¿no podría este acuerdo ser efectivo sin la sanción de una ley? No, a menos que se impusiese por un acuerdo con un acuerdo con un rigor prácticamente equivalente al de una ley. Porque por muy beneficioso que sea para la clase colectivamente acogerse a la norma, el interés inmediato de cada individuo estaría violarla y cuanto más numerosos aquellos que se adhiriesen a la regla más ganarían los individuos al apartarse de ella. Si casi todos se limitasen a las 9 horas, aquellos que escogiesen trabajar 10 horas ganarían todas las ventajas de la restricción además de beneficiarse por infringirla: obtendrían sueldo por 10 horas, por trabajar 9 y además una hora más de sueldo. Concedo que si una mayoría holgada se adhiriese a las 9 horas, no se causaría daño, el beneficio estaría asegurado para la clase, mientras que aquellos individuos que prefiriesen trabajar más y ganar más tendrían una oportunidad de así hacerlo. Ciertamente esto sería el estado deseable, y presumiendo que una reducción en el horario sin disminución de sueldo fuese factible sin desplazar el producto de alguno de sus mercados –que en cada caso particular es una cuestión de hecho y no de principios– la manera en que sería deseable que este efecto se consiguiese sería un cambio gradual en la costumbre general de la industria hacia un horario más corto hecho por elección espontánea, pero aquellos que eligiesen desviarse tendrían la más completa libertad para hacerlo. Probablemente, sin embargo, habría tantos que preferirían trabajar 10 horas con las condiciones mejoradas que la disminución no podría mantenerse como una práctica general: lo que algunos hicieron por elección en breve otros tendrían que hacer por necesidad, y aquellos que habían elegido el horario largo por un mayor sueldo al final se verían forzados a trabajar un jornal largo por el mismo sueldo. Presumiendo entonces que realmente estuviese en el interés de cada obrero trabajar solamente 9 horas si se le pudiese asegurar que todos los otros harían lo mismo podría darse el caso que no hubiera ningún medio para lograr este objetivo excepto el de convertir su supuesto acuerdo mutuo en un acuerdo con sanción imponible por ley. No estoy expresando ninguna opinión a favor de tal ley, que nunca se ha pedido en este país, y que ciertamente, en las circunstancias actuales, yo no recomendaría: pero sirve para dar ejemplo de la manera en la cual las

clases de personas pueden necesitar la asistencia del derecho para hacer efectivo su acuerdo colectivo de su propio interés, dándole a cada individuo una garantía que sus competidores seguirán el mismo curso de acción sin la cual el individuo no puede adoptarlo sin riesgo.»²⁰

²⁰ Stuart Mill, John, *Principios de Economía política*, México, FCE, 1978

Falacias

Definición y Clasificación

Hay varias clasificaciones de falacias según criterios más o menos diversos, incluso hay autores que llegan a distinguir más de cien tipos. Por lo general, no se busca desarrollar un listado exhaustivo de falacias sino mostrar las más comunes. Precisamente el término «falacia» se adjudica a ciertos errores más o menos típicos cometidos en el razonamiento.

Las falacias son aquellos argumentos no deductivos que se usan pretendiendo la misma fuerza de los argumentos deductivos, pero que no lo consiguen de ninguna manera. En las falacias la verdad de las premisas no logra garantizar la verdad de la conclusión, aunque suelen tener una forma que parece persuadir que son correctos.

Texto

Una falacia es un error de razonamiento. De la manera en que los lógicos utilizan el término, no designa cualquier error o idea falsa, sino errores *típicos* que surgen frecuentemente en el discurso ordinario y que tornan inválidos los argumentos en los cuales aparecen. [...]

La segunda forma en que el argumento puede fracasar en el intento de establecer la verdad de su conclusión es que sus premisas no la impliquen. Aquí nos hallaremos en la región específica del lógico, cuyo interés principal es el de las relaciones lógicas entre las premisas y la conclusión. Un argumento cuyas premisas no implican su conclusión es un argumento cuya conclusión *puede* ser falsa *aun si* todas sus premisas fueran verdaderas. En estos casos, el razonamiento no es bueno y se dice que el argumento es *falaz*, o que es una *falacia*. [...]

En lógica, se acostumbra reservar el término «falacia» para los argumentos que, aun cuando sean incorrectos, resultan persuasivos de manera psicológica. Algunos argumentos son incorrectos en forma tan obvia que no pueden convencer ni engañar a nadie. Pero las falacias son peligrosas porque la mayoría de nosotros llegamos alguna vez a ser engañados por ellas. Por tanto, definimos una falacia como un tipo de argumento que parece ser correcto pero que demuestra, luego de examinarlo, que no lo es.²¹

21 Copi, Irving, *Introducción a la lógica*, México, Limusa, 1997, pp. 125-126.

A la hora de explicar una falacia lo importante es intentar fundamentar por qué razón las premisas no garantizan la conclusión. Aquí seguiremos la presentación de falacias que aparece en el libro de Copi, por considerar que es lo suficientemente amplia como para capturar errores importantes (y frecuentes) de la argumentación, a la vez que es lo suficientemente pequeña para ser fácilmente manejable.

Los ejemplos que presentaremos suelen ser bastante claros, a veces exageradamente claro lo que vincula el ejemplo utilizado al campo de la broma. Sin embargo nos parece que este efecto permitirá ver mejor la estructura del error argumental para luego, en clase, poder trabajar ejemplos más sutiles.

Distinguiremos
2 tipos de Falacias

- 
- a) Falacias de atinencia: Son aquellas en las que las premisas no resultan pertinentes para probar la conclusión por la manera en que se relacionan los conceptos implicados.
 - b) Falacias de ambigüedad: Se caracterizan por el uso de términos ambiguos que se utilizan en más de un sentido, o con más de un criterio, en la argumentación, lo que afecta la validez.

Falacias de atinencia

1. Argumento por la ignorancia (*argumento ad ignorante*).
2. Apelación inapropiada a la autoridad (argumento *ad verecundiam*).
3. Pregunta compleja
4. Argumento contra el hombre (argumento *ad hominem*).
5. Accidente.
6. Accidente inverso.
7. Causa falsa.
8. Petición de principio (*petitio principii*).
9. Apelación a la emoción (argumento *ad populum*).
10. Apelación a la piedad (argumento *ad misericordiam*).
11. Apelación a la fuerza (argumento *ad baculum*).
12. Conclusión Inatinerente (*Ignoratio elenchi*).

Argumento por la ignorancia

Se comete cuando se sostiene que un enunciado es verdadero simplemente sobre la base de que no se ha demostrado su falsedad, o que es falso porque no se ha demostrado su verdad. Del hecho que no podemos confirmar o rechazar de manera concluyente una proposición (porque no se ha podido probar su verdad o su falsedad) no es posible establecer su falsedad o verdad, respectivamente.

Por ejemplo caería en esta falacia quien pretendiera que Dios no existe porque no hay aún prueba en contrario, o quien afirmara que Dios existe porque tampoco hay todavía prueba en contrario.

Apelación inapropiada a la autoridad

Se comete cuando se pretende dar como garantía de verdad de un enunciado el hecho de que ha sido afirmado por una persona famosa, respetable y con cierta ascendencia social. Este tipo de falacia, se da muy especialmente cuando la «autoridad» de la persona o personas a partir de la cual se busca el asentimiento de una conclusión, no tiene ninguna relación con el campo sobre el que trata la argumentación. En publicidad no es extraño ver la explotación un elemento que está en la base de este error argumental, la asociación de la imagen social de una persona a un producto, a una afirmación sobre un producto. (Difícilmente la publicidad caiga en esta falacia, aunque se puede pensar que facilita que el espectador incurra en ella).

Si existe una falacia de apelación inapropiada a la autoridad es porque nuestra forma de construir saber admite formas legítimas de recurrir a una autoridad en un cierto campo: medicina, filosofía, economía, etcétera.

Pregunta compleja

Ocurre cuando se hace una pregunta tal que se presupone la verdad de lo que se pregunta. Por lo tanto la respuesta, sea cual sea, siempre confirmará lo preguntado. El truco está en que se formula más de una pregunta a la vez. Generalmente esto va acompañado de la petición de responder, exclusivamente, sí o no.

Suele tomar la forma de una pregunta doble y la falacia se evitaría haciendo las dos preguntas por separado. Por ejemplo si alguien preguntara a otra persona, supongamos en un juicio, si es verdad o no que su adicción al alcohol lo llevó a robar dinero de la empresa. Si el interrogado sólo dijera no, cometería una falacia si de allí infiriera que el acusado es adicto al alcohol (el individuo niega haber robado por su adicción, pero «parece» que aceptara su adicción). El intento de inferencia sería fallido. Bastaría con repreguntar adecuadamente al acusado. Escenas como esas son comunes en películas acerca de pleitos legales. No en vano el campo de los estudios de argumentación se han desarrollado, en buena medida, atendiendo a preocupaciones de los cuidados de la argumentación en el ámbito jurídico.

Argumento contra el hombre

Esta falacia se comete cuando se pretende afirmar que un enunciado es falso porque es afirmado por alguien o bien cuya reputación social es negativa o bien por alguien de quien se puede sospechar que se vería beneficiado si los demás aceptaran su afirmación positiva.

Dentro de esta falacia podemos encontrar distintas variantes: una de ellas (ataque ofensivo al hombre) cuando no se ataca a los argumentos del oponente sino a las características personales (nacionalidad, religión, ética, etcétera) del que argumenta.

También se comete esta falacia (ataque al circunstancial hombre) cuando se ataca las circunstancias más o menos variables por las cuales el sujeto podría sacar ventaja (recibir algún tipo de beneficio) de que se creyera en lo que afirma.

Es cierto que en la vida cotidiana, ambos elementos pueden llevar a generarnos una duda acerca de la veracidad de las palabras por falta de confiabilidad en quien las enuncia. Pero una cosa es dudar y otra afirmar que lo que el otro dice es falso sólo porque tenemos una duda, por más adecuada que nos parezca.

Hay otra falacia que habitualmente se llama «falacia del espantapájaros» y que podría incluirse en esta categoría. Ocurre cuando se reconstruye un argumento opuesto y se combate contra sus razones más débiles creyendo con eso haber desmantelado todo el argumento. Incurriría en esa falacia quien sostuviera: «¿Qué puede llevar a que alguien se oponga a la venta de las Empresas Públicas? Sin duda que hay un altísimo componente de nostalgia porque todos hemos crecido en un país orgulloso de sus Empresas Públicas. Ese era el país de nuestros padres y de los padres de nuestros padres. Pero madurar implica dejar la nostalgia y tener una visión realista de la vida. La nostalgia no nos va a ayudar a sacar adelante el país y la venta propuesta, sí.» Véase que aunque estuviéramos de acuerdo en que «madurar» tiene esas características propuestas, no se ha logrado probar la vinculación entre oponerse a la venta de las empresas públicas y la nostalgia.

Accidente

Ocurre cuando consideramos como verdadero en particular lo que es verdad en general. Suele ocurrir esto al manejar equivocadamente argumentos de tipo estadístico. Que de cada cinco personas una nazca en China, no significa que todos aquellos que tienen cinco hijos tienen uno que es chino. Este ejemplo suele ser jocosamente claro, pero aún así este tipo de falacia es un error bastante habitual.

Por supuesto que también se cae en esta falacia cuando se afirma una regla general en circunstancias excepcionales. Del hecho de que no se deba manejar a cierta velocidad no se extrae que en una circunstancia de peligro, para escapar de un grupo de asesinos, uno no deba sobrepasar el límite de velocidad permitido.

A veces puede ocurrir que a partir de un enunciado general que es verdadero se concluya algo que no lo es en el caso particular. Generalmente ocurre por una confusión en la relación y construcción de las clases implicadas. Por ejemplo: «Yo no he matado a ningún ser humano. Todos los vampiros mueren cuando se les clava una estaca en el corazón. A este individuo yo le clavé una estaca en el corazón y murió. Así que era un vampiro».

Accidente inverso

Ocurre cuando consideramos como verdadero en general algo que sólo es verdad en ciertos casos particulares. Caen en esta falacia cierto tipo de intentos de generar razonamientos inductivos.

Esta falacia ocurre generalmente cuando teniendo dentro de una especie o grupo ciertos elementos o casos con características específicas, pasamos a generalizar

de forma descuidada las características específicas y se las aplicamos al grupo o a la especie. Un ejemplo de ello sería el siguiente caso: «Dado que la morfina es adecuada para calmar a pacientes que sufren dolores agudos (por ejemplo, en algunas fases terminales de cáncer) la morfina es adecuada para todo tipo de pacientes con dolor.»

Causa falsa

Ocurre cuando a partir de constatar que ciertas cosas ocurrieron juntas, o una seguida de la otra, asumimos que una es causa de la otra, sin atender a otras posibles vinculaciones. Muchas veces, al pretender razonar así, no vemos que esos fenómenos tienen una causa común que los explica. Es célebre la broma que a partir de la comparación de las tasas de natalidad entre zonas rurales donde habitan cigüeñas y la tasa de natalidad en zonas urbanas, pretende que la causa de que existan mayor tasa de natalidad en las áreas rurales es, precisamente, la existencia de cigüeñas.

También se provoca esta falacia cuando se afirma una causa que aunque verdadera, resulta insignificante al lado de otras causas que determinan el fenómeno, o cuando luego de dos eventos ocurre otro y tomamos por causa el que no lo es. Un ejemplo de esto sería: «Una comida que evite las flatulencias nos ayudará a disminuir la contaminación ambiental».

También incluiremos dentro de esta categoría a la falacia que consiste en creer que dada una relación causal, si es verdad la consecuencia, entonces lo es la causa. Es que la consecuencia es una condición necesaria para que haya ocurrido la causa, pero no es una condición suficiente. Esto debido a que la consecuencia se puede deber a otras causas. Por ejemplo caería en esta falacia quien luego de establecer que si se comen sustancias nocivas, entonces se tendrá un malestar de salud, afirmara que porque se tiene un malestar de salud es que se han ingerido sustancias nocivas. (Más adelante volveremos sobre este tipo de falacias cuando en el curso veamos algunos errores formales vinculados a la noción de uso del condicional).

Otra forma de hacer una falacia de este tipo es cuando establecida una relación causal, al no ocurrir la causa, se pretende que no ocurrirá la consecuencia. Esto pierde de vista que bien podría ocurrir que la causa no fuera la única que da origen a esa consecuencia. Se confunde una causa suficiente (compatible con otras causas suficientes) con una causa necesaria (sin la cual no se produce el efecto). (Es decir, que sólo sería usado correctamente cuando tenemos como causa de un fenómeno una causa única). Por ejemplo incurriría en esa falacia quien dijera: «Mira, no sé ha donde hemos llegado pero de seguro no es Europa. Barcelona está en Europa y te aseguro que esta ciudad no es Barcelona».

Petición de principio

Ocurre porque la verdad de la conclusión se asume en las premisas, es decir cuando se toma como premisa del razonamiento la misma conclusión que se quiere probar. Muchas veces las premisas están expresadas de tal manera que parecen querer decir algo diferente de lo que se quiere probar, aunque un análisis más atento demostraría que quieren decir lo mismo. Un argumento de estas características, en

términos formales, siempre es válido pero lo es trivialmente. Pero, desde el punto de vista argumental, resulta ser una falacia porque no explica nada.

Véase el siguiente caso: «Un buen libro siempre es bueno para el alma, porque el espíritu siempre se beneficia con la buena literatura»

En relación con esta falacia está lo que se llama definición circular, donde aquello que se define forma parte de la definición y, por lo tanto, no nos hace avanzar nada en lo que pretendíamos conocer. Por ejemplo: «Un individuo es humano si y solo si tiene padres humanos».

Apelación a la emoción

Ocurre cuando en vez de presentar verdaderas pruebas para garantizar lo que se quiere concluir, lo que se hace es movilizar al interlocutor por medio de la sensibilidad.

Es muy común ver este tipo de falacias tanto en publicidad como en política. «Llegó la bebida joven. Búscala ya» o «Hemos apoyado esta medida porque nos parece que el país exige de todos una muestra de entrega y de patriotismo».

Apelación a la piedad

Esta falacia a veces se suele agrupar junto con la de apelación a la piedad. Otros prefieren diferenciarla porque consiste en un tipo particular de emociones que se ponen argumentalmente en juego: la piedad y el altruismo.

Se trata de que se crea lo que se dice porque quien lo dice está o estaría, si no se le cree, en una situación lastimosa. «No voy a hablar ahora de todo el dolor que he padecido, de toda mi entrega, de las cosas que he postergado y de cómo mi propio futuro está atado a este proyecto que someto a vuestra aprobación...»

Apelación a la fuerza

Esta falacia es una de las menos argumentales, pero suele aparecer bajo formas especialmente llamativas en algunos ámbitos discursivos. La forma más descarnada de esta falacia ocurre cuando se abandona toda razón para fundamentar algo y se pasa directamente a la amenaza del uso de la fuerza para hacer aceptar una conclusión. «Debes arreglar tu habitación ahora porque si no tendrás prohibido salir el fin de semana». Es claro que muchas veces la línea entre la advertencia y la amenaza es muy delgada.

Conclusión Inatinente

Si bien en el fondo ninguna falacia consigue probar lo que quiere, la noción de conclusión inatinente se utilizará para designar a otro tipo de fallas de atinencia que no caigan dentro de las clasificaciones anteriores. En términos generales estamos frente a esta falacia cuando un razonamiento que se supone dirigido a probar una conclusión en particular es usado para probar una conclusión diferente. Un ejemplo sería: «Es necesario apoyar este paquete de medidas económicas porque es necesario tomar una serie de medidas económicas para mejorar la economía, reducir el

déficit fiscal y generar más trabajos». Esta es una manera de desviar la cuestión y no probar lo que se pretende sino que se acepten otros valores que todos consideran como buenos.

También se incurre en esta falacia (llamada de *ignoratio elenchi*) cuando se pretende usar un silogismo y se tienen dos premisas negativas, de lo cual no puede haber conclusión. Por ejemplo: «Ningún ser humano es un simio y ningún simio habla. Por lo tanto ningún ser humano habla».

También es una falacia proponer una alternativa no exhaustiva y al rechazar una de las alternativas, creer que es la otra la que queda afirmada. Por ejemplo «Las personas pueden ser todas altas o todas narigudas. Como no son todas altas, entonces son todas narigudas». Una verdadera alternativa debe darse entre términos que sean exhaustivos y excluyentes.

Puede citarse como parte de esta falacia aquellos casos en que las premisas que se usan para explicar tienen que ver con la clasificación pero no con la causalidad. Por ejemplo: «A mi perro le gustan los huesos porque es perro». Claro que ello se sustenta en que a todos los perros le gustan los huesos, pero eso —que describe el comportamiento general de los perros respecto de los huesos— no explica por qué se da dicho comportamiento.

Falacias de ambigüedad

1. Equívoco.
2. Anfibología.
3. Acento.
4. Composición.
5. División.

Equívoco

Ocurre cuando dentro de un mismo contexto se utiliza una palabra o una expresión con un sentido en las premisas y otro diferente en la conclusión. Suele ser el error más evidente y por ello se utiliza mucho en el humor. El consabido «Nadie puede arreglar este país. Vote a Nadie», utiliza este recurso, tal como los chistes con «doble sentido».

Otro ejemplo es cuando se usa un término relacional, que depende del contexto en dos sentidos diferentes: «Todo hombre grande es un gran hombre», «un edificio pequeño es un objeto pequeño».

Anfibología

Ocurre cuando se utilizan enunciados cuya construcción gramatical los vuelve ambiguos. Generalmente se trata de expresiones que dan lugar a comentarios humorísticos, como la solicitud de trabajo que dice «Inútil sin experiencia» o el aviso de venta de «medias para hombres de lana».

Acento

Ocurre cuando a partir de darle más peso a algunas palabras del enunciado se sacan conclusiones que no se darían si se consideran las mismas palabras de otra manera. Son frecuentes en frases parcializadas de discusiones o exposiciones públicas, o en periódicos sensacionalistas, así como en la propaganda comercial que intenta crear la impresión de que un producto cuesta menos de lo que realmente cuesta.

Del enunciado «Difícilmente va a llegar a ser un buen jugador de fútbol» se comete una falacia de acento si se concluye que va a llegar a ser un buen jugador de fútbol aunque le va a costar mucho trabajo y dificultades.

Composición

Ocurre cuando se afirma sobre el todo lo que sólo es cierto de las partes, o cuando se atribuyen propiedades de ciertos elementos a una colección que contiene esos elementos.

Un ejemplo del primer caso ocurriría si se pretendiera sostener que dado que cada órgano del cuerpo humano tiene una función específica, entonces el ser humano tiene una función específica en el mundo. Un ejemplo del segundo caso ocurriría si se pretendiera que dado que las bombas atómicas generan más muertes que cualquier otra bomba utilizada en una guerra, las bombas atómicas han causado más muertes que todo el resto del armamento junto.

División

Ocurre (al contrario de la de Composición) cuando a las partes se les adjudican las propiedades del todo. En verdad el conjunto de las partes puede tener propiedades que cada parte no posee por sí sola.

Por ejemplo, se cae en esta falacia cuando se atribuyen a las partes propiedades que valen para el colectivo. Que un seleccionado de fútbol sea bueno competitivamente no significa que cada jugador que pertenezca al seleccionado lo sea en la misma medida. En cada caso el término «competitivo» puede tener un sentido diferente.

Véase que, más allá de las dificultades reales para analizar argumentos dado que muchas veces se comete más de una falacia a la vez —y puede resultar complicado ponderar entre los errores cometidos— este tipo de análisis pretende centrar su atención sobre las clases, o los conceptos que están en juego en un argumento. Todavía no hay un análisis formal pero algunos contenidos parecen analizarse con una perspectiva formal. De todas maneras es imposible que este análisis no encuentre lugar para notar el problema de los usos del lenguaje y la necesidad de atender el sentido de las expresiones (en su uso) para poder determinar si el argumento es o no una falacia.

Vamos a presentar ahora un complemento a este análisis que si bien ha sido realizado por Carlos Vaz Ferreira, a partir de un conjunto de consideraciones que pueden considerarse ligadas al pragmatismo, tiene ciertos emparentamientos posibles con la perspectiva presentada.

La clasificación de falacias propuesta por Carlos Vaz Ferreira

Carlos Vaz Ferreira nacido en 1872 y fallecido en 1958 de profesión jurista, puede y debe ser considerado uno de los filósofos uruguayos más importantes. Fue docente de filosofía en Educación Secundaria, rector de la Universidad de la República, así como Director de la Facultad de Humanidades y Ciencias.

Escribió numerosas obras entre las que podemos destacar *Los problemas de la libertad*, *Moral para intelectuales*, *Fermentario*, *Sobre los problemas sociales*, *Lógica Viva* entre otras.

Es sobre este último que vamos a presentar algunas ideas. *Lógica viva* o *Psicológica* (1910) desarrolla algunos conceptos ya presentes en «Los problemas de la Libertad». Lo que pretende Vaz Ferreira es desenmascarar la forma en la que las esquematizaciones y el lenguaje no sólo alejan al conocimiento de la realidad, sino que lo enfrentan muchas veces a problemas inexistentes.

Distingue una serie de falacias que vamos a detallar a continuación.

Falsa oposición

Entre las falacias más comunes destaca la falacia de falsa oposición, y que consiste en tomar por contradictorio lo que no lo es, creando de esa manera un falso dilema, una falsa oposición. Este error se comete porque se toma lo complementario por contradictorio. Un ejemplo de ello sería «La unión entre los pueblos no la forman hoy día la comunidad de la lengua, de la religión y de las tradiciones, sino que surge de la comunidad de las almas en un ideal de progreso, de libertad y de simpatías recíprocas».²² La falacia de falsa oposición consiste en este caso en contraponer las siguientes ideas: si la unión entre los pueblos la forman hoy día la comunidad de la lengua, de la religión y de las tradiciones entonces no será formada por los ideales de progreso y de libertad, etcétera, y si es formada por estos ideales entonces no será formada por la comunidad de la lengua, de la religión y de las tradiciones.

Cuestiones de palabra y cuestiones de hecho

En segundo lugar plantea como otra falacia cometida por los hombres la tendencia a tomar las cuestiones de palabras como cuestiones de hecho, ya sea de forma total o parcial. Una forma de saber si la cuestión está siendo tomada como una cuestión de palabras o una cuestión de hechos, consiste en preguntarnos si los que discuten admiten o no los mismos hechos.

Por ejemplo dice Vaz Ferreira supongamos el siguiente caso: «el que sostiene que el grabador es artista, y el que sostiene que el grabador no es artista, ¿difieren sobre lo que hace el grabador? Indudablemente, no. Los dos admiten lo mismo sobre cómo trabaja el grabador, sobre qué hace y cómo lo hace: totalmente lo mismo. Y ni siquiera discrepan (supongámoslo) sobre el mérito que hay que hacerlo, ¿En qué difieren? En saber si al que hace eso, *se le debe o no llamar «artista»*. Esto dependerá

22 Vaz Ferreira, Carlos, *Lógica Viva*, Buenos Aires, Losada, 1952, p. 11.

de la significación que se dé a la palabra artista; es una cuestión de palabras: puramente de palabras».²³

Pongamos otro ejemplo del propio Vaz Ferreira para ilustrar su distinción. Él recuerda que cuando era estudiante de Historia Nacional se discutía acerca de si Artigas era el fundador o el precursor de nuestra nacionalidad, ¿qué tipo de cuestión es esa?

Dice Vaz Ferreira: «los adversarios, ¿diferirán en cuanto a hechos? Muy probablemente sí. Alguno, por ejemplo, sostendrá que Artigas tenía el propósito consciente de hacer independiente a nuestro país; y otro sostendrá que no lo tuvo jamás [...] Todas estas son cuestiones de hecho. Pero, además, habrá también muy probablemente cuestiones de palabras. Efectivamente; supongamos que se ponen de acuerdo los interlocutores en admitir que Artigas tuvo el propósito deliberado y consciente de independizar nuestra patria, pero que no pudo realizar ese propósito. Al que hace eso, al que se encuentra en esas condiciones, ¿se le debe *llamar* «fundador» o se le debe llamar «precursor»? Esta es otra cuestión, cuestión de palabras [...]».²⁴

Como se puede observar en el ejemplo precedente se discuten cuestiones de hecho en cuanto a lo relativo a qué hechos llevaron a Artigas a ocupar el lugar que tuvo; pero también hay una cuestión de palabras en lo relativo a la discusión de qué se entiende por fundador o precursor.

Véase que esta distinción entre cuestiones de hecho y cuestiones de palabras debe su nominación a una distinción que ciertas corrientes filosóficas hicieron entre juicios de hecho y juicios de valor. Esa distinción ha sido problematizada en tanto hay quienes piensan que tal distinción es imposible. La distinción entre un juicio de hecho y un juicio de valor supone que es posible distinguir los hechos en cuanto que tales, eliminando de su conocimiento toda carga axiológica e implica que los datos no determinan las valoraciones. Quienes afirman que el dato es, de manera inevitable, una construcción cultural, discuten esa postura. Más allá de la discusión epistemológica, nos parece que sin entrar en ella hay sin duda un uso de esta distinción entre (según el lenguaje empleado por Vaz Ferreira) cuestiones de hecho y cuestiones de valor que resulta importante en la argumentación. Para ello es necesario no entrar en el tema epistemológico de fondo y considerar que las cuestiones de hecho tiene que ver con acuerdos hechos entre los hablantes respecto de la estructura y el funcionamiento del ámbito sobre el cual discuten y las cuestiones de valor tienen que ver con consideraciones que no les obliga, de manera intersubjetiva, a modificar lo que asumen (o están dispuestos a asumir) como una descripción del mundo externo a ellos.

23 Ídem, p. 50.

24 Ídem, p. 52.

Cuestiones normativas y cuestiones explicativas

En tercer lugar Vaz Ferreira señala la tendencia de los hombres a discutir cuestiones normativas como se discuten las cuestiones explicativas, es decir buscando soluciones. El problema consiste en que al discutir cualquiera de esas cuestiones los hombres pretenden hallar una solución. El autor resalta que los problemas de explicación o de ser o de contrastación, son susceptibles de una solución perfecta, por lo menos desde el punto de vista teórico; mientras que los problemas de carácter normativo no son susceptibles de una solución o al menos de una solución perfecta.

Es de notar que esta distinción se relaciona con lo dicho antes. No son exactamente lo mismo, de manera que no pueden reducirse a la distinción entre palabras y hechos, pero la distinción reconoce su justificación en la diferencia entre hecho y valor. Más allá de eso puede resultar importante la distinción en el marco más acotado de los acuerdos posibles entre los hablantes.

Falsa precisión

También señala Vaz Ferreira como error al razonar la falsa precisión. Recuerda que la precisión en el conocimiento es buena y deseable, pero que cuando ésta no es legítima produce desde el punto de vista del conocimiento efectos negativos que detienen la investigación. Para él hay sistemas científicos, teorías enteras, que pueden considerarse ejemplos de esta falacia. Esa falsa precisión o precisión ilegítima ocurre al intentar cuantificar, matematizar aspectos que no pueden ser cuantificados, como ser: fenómenos mentales, estados mentales, sensaciones, etcétera. Esos casos de falsa precisión en las ciencias se debe entre otros motivos a la mala aplicación de las Matemáticas. Muchas veces esta falsa precisión va de la mano de analogías entre campos del saber y puede vincularse a una discusión más amplia respecto del estatus epistemológico de las ciencias sociales o ciencias humanas.

Falacias verbo-ideológicas

Otras falacias que Vaz Ferreira destaca son las denominadas verbo-ideológicas, que tienen que ver con la relación entre las palabras y las ideas y los juicios, entre el lenguaje y el pensamiento. Se cae en este tipo de falacias cuando las cuestiones han sido mal planteadas, de manera que los interlocutores se ven inclinados a encontrar una respuesta, a hallar una solución, cuando puede ser que tal cuestión no la tenga. Sin duda esta falacia se liga muy estrechamente al error argumental de la falsa precisión, aunque la forma en que aparece en la argumentación mantiene diferencias importantes.

Supongamos que se presenta una discusión sobre enunciados como «el hombre es uno con todo lo que existe» o «la gente tiene más fuerza que peso, o más peso que fuerza», o «¿el alma es negativa o no es negativa?» Sin duda puede, e históricamente podemos encontrar ejemplos, dar discusión sobre estos enunciados y dar razones para probar la verdad o falsedad de las mismas, sin que se caiga en la cuenta de que las preguntas mismas que motivan la discusión son preguntas que no tienen sentido, es decir, que no se pueden contestar.

El autor nos dice que «casi toda la metafísica, casi toda la filosofía tradicional es [...] ejemplo del paralogismo que venimos estudiando.»

«La gran mayoría de las demostraciones clásicas de las tesis metafísicas, son un caso de esta falacia, pues consisten en admitir una tesis y darla por probada con la demostración de que la tesis contraria nos lleva a absurdos, a contradicciones, a inconsecuencias o a imposibilidades, sin tener en cuenta que posiblemente las dos tesis están en ese mismo caso». ²⁵

Bibliografía

- Carroll, Lewis, *El juego de la lógica*, Madrid, Alianza Editorial, 1996.
- Copi, Irving y Cohen Carl, *Introducción a la Lógica*, México, Limusa, 1997.
- Díez Calzada, José A., *Iniciación a la Lógica*, España, Ariel, 2002.
- García Damborenea, Ricardo, *Uso de Razón*, disponible en <<http://www.usoderazon.com/>>
- Garrido, Manuel, *Lógica Simbólica*, Madrid, Editorial Tecnos, 1970.
- Mitchell, David, *Introducción a la lógica*, Barcelona, Labor, 1968.
- Weston, Anthony, *Las claves de la argumentación*, España, Ariel, 2004.
- Vaz Ferreira, Carlos, *Lógica Viva*, Buenos Aires, Losada, 1952.

²⁵ Idem, p. 101.

Ejercicios

A. Identifique en las siguientes falacias el problema que las produce y de ser posible indique el nombre de la misma.

1. Cada uno de los lenguajes que existen en la actualidad evolucionaron por diferentes senderos y se adaptaron a las necesidades de los individuos que los utilizan, prueba de ello son las declaraciones de todas las épocas y corrientes filosóficas.
2. Un paradigma es aquello que los miembros de una comunidad científica, y solo ellos, comparten y a la inversa, es la posesión de un paradigma común lo que constituye a un grupo de personas en una comunidad científica, grupo que de otro modo estaría formado por miembros inconexos (Kuhn, Thomas, *Segundos Pensamientos sobre paradigmas*, Madrid, Tecnos, 1978, pp. 12-13).
3. La campaña aumenta el uso del preservativo, pero también la promiscuidad sexual. El uso del preservativo disminuye el riesgo de contagio, pero el aumento de promiscuidad sexual favorece la expansión del SIDA. Por lo tanto, la campaña favorece el contagio del SIDA.
4. Para ser un ateo, Ud. debe creer con absoluta certeza que no hay ningún Dios. Para convencerse con certeza absoluta, debe examinar todo el universo y los lugares en los que Dios pueda estar. Ya que obviamente no lo hizo, no ha probado nada. Por lo tanto debemos considerar que Dios existe.
5. ...la felicidad es un bien; que la felicidad de cada persona es un bien para esta persona y, por lo tanto, que la felicidad general es un bien para el conjunto de todas las personas (Stuart Mill, John, *El Utilitarismo*, Madrid, Alianza, 1984, p. 214).
6. El boletín de calificaciones que me han dado en el Centro muestra que tengo dos materias con notas insuficientes. Creo que es totalmente injusto, pues todo el mundo sabe que no he podido estudiar más ya que trabajo ocho horas diarias en una oficina.
7. En un aviso comercial: «Nosotros permanecemos detrás de cada cama que vendemos.»
8. Los incrédulos en el fondo saben que Dios existe. Si siguen rechazándolo y se rehúsan a aceptarlo, ya les llegará el castigo merecido cuando mueran y vayan al infierno por toda la eternidad.
9. En la ciudad X se constató que ha habido un aumento importante en la venta de helados en el mes de julio, también se ha constatado que ha habido un aumento en los accidentes de tráfico durante el mes de julio. En consecuencia, podemos decir que el aumento de las ventas de helado provocó que los coches tengan más accidentes.

10. Thomas Jefferson decía que la esclavitud estaba mal. Sin embargo, él mismo tenía esclavos. Por lo tanto se deduce que su afirmación es errónea y la esclavitud debe estar bien.
11. El segundo esposo de Agatha Christie, Max Mallowan, fue un destacado arqueólogo. Christie fue una vez interrogada acerca de cómo se sentía por estar casada con un hombre cuyo principal interés eran las cosas antiguas. «Un arqueólogo es el mejor marido que pueda tener una mujer —dijo— mientras más vieja es una, mayor es su interés».
12. En una nota periodística relativa al tabaquismo: «Bajó el consumo de menores».
13. Maradona en una entrevista declaró: «Batista tiene perfil bajo porque hizo 3 goles, yo hice 200. Un carnicero no puede dirigir la selección» (en <<http://terratv.terra.com.uy/videos/Deportes/Futbol>>).

B. El siguiente texto es un diálogo mantenido entre dos personajes de la película «La vida de David Gale», dirigida por Alan Parker, EEUU, 2003.

Señale en el mismo las posibles falacias, y explique en qué consisten.

Moderador: El gobernador Hardin discutirá sobre la pena capital con el profesor David Gale de Deathwatch. Es su turno gobernador.

Gobernador Hardin: Alan, siempre he dicho lo mismo y seguiré diciéndolo. Odio el asesinato y mi administración matará para detenerlo.

Moderador: ¿Qué responde?

David Gale: Pues, gobernador, la ejecución no disuade a los asesinos. No los disuade, y usted lo sabe. Se han hecho más de 200 estudios sobre esto y todos concluyen lo mismo. Ud. los ha leído. Todos dicen lo mismo.

Gobernador: Debería leer su Biblia. Deuteronomio 19:21, «ojo por ojo, diente por diente».

D.G.: ¿Qué dijo Gandhi sobre esto? «La vieja ley del ojo por ojo nos deja a todos ciegos».

G.: Lo lamento pero es una idea liberal, David.

D.G.: ¿Realmente lo cree?

G.: Por supuesto.

D.G.: Qué interesante. Lo dijo usted en un discurso durante su primera campaña.

M.: Lo descubrió gobernador ¿qué dice?

G.: Sí, me descubrió. «Si uno no es liberal a los 30 no tiene corazón, a los 40 no tiene cerebro.» Lo dijo Winston Churchill.

M.: Tiene razón.

D.G.: Así que lo que usted opina es esencialmente lo que dice esta cita: «una sociedad sana debe hacer cualquier cosa para librarse del mal».

G.: Si, tendría que decir que sí. ¿Yo también dije eso?

D.G.: Oh, no señor. Fue Hitler.

D.G. Gobernador, ¿no podemos reconocer que el sistema de la pena capital en este país no funciona? Condenamos a la gente a morir por medio de testimonios

de falsos expertos, de ciencia imprecisa o de reos soplones. Texas tiene la tasa de encarcelamiento *per cápita* más alta en el mundo. Más alta que China. Gobernador, 43 personas que usted ejecutó tuvieron abogados que fueron inhabilitados o sancionados. Hoy hay dos hombres esperando ejecución cuyos abogados se durmieron en la contra interrogación.

G.H.: No soy abogado.

D.G.: El Tribunal de Apelaciones decidió no conceder un nuevo juicio por ese motivo. Gobernador, ese es un sistema con imperfecciones y loco. Y un sistema así matará a hombres inocentes.

M.: Bien, déjelo responder.

G.H.: De acuerdo, Sr. Gale- Jugaremos su juego. Nombre uno. Un inocente que haya sido ejecutado mientras yo he sido el gobernador de entre las 100 ejecuciones...

D.G.: Son 131, Gobernador, por si perdió la cuenta.

M.: Déjelo terminar.

G.H.: Gracias. Las que sean, sólo deme un nombre... Lo voy a anotar. Que se pueda probar su inocencia. Y exigiré una moratoria.

M.: ¿Sr. Gale?

Lógica simbólica

Cálculo proposicional

El desarrollo de la Lógica proposicional (tipo de Lógica simbólica) se da por insuficiencias o limitaciones de la lógica clásica. Recordemos que la Lógica clásica (lógica aristotélica) toma a las proposiciones universales como proposiciones que no implican un compromiso existencial. Cuando decimos «Los monos son ratones gordos», que puede ser expresado bajo la forma $S \text{ es } P$ no me comprometo con que existan ni los monos ni los ratones gordos. En cambio cuando digo que Algún mono es un ratón gordo, me comprometo con la creencia en la existencia de al menos un individuo que sea mono y que también sea una ratón gordo.

La lógica proposicional analiza la relación entre las proposiciones de los argumentos. Este análisis se conoce como *veritativo funcional* pues el valor de verdad de los argumentos depende ahora del valor de verdad de sus enunciados y de la forma en que estos se conectan, que ya no es de la forma dada por la tercera persona del indicativo del verbo ser, como usaba el esquema aristotélico. Dicho de otra manera la lógica proposicional estudia las relaciones entre las proposiciones sin analizar, sin tener en cuenta la estructura interna de las mismas.

Lenguaje

La lógica es un lenguaje formal, y está constituido por un conjunto de signos y reglas característico: tabla de símbolos, reglas de formación y reglas de transformación.

Tabla de símbolos: esta tabla forma el vocabulario del sistema. Está compuesto por un conjunto de signos definidos, tanto constantes como variables, cuya combinación permite la formación de fórmulas.

Por ejemplo en las matemáticas encontramos: $x, y, z, 2, 4$, que son signos variables del vocabulario matemático. También encontramos: $=, \neg, +, :$, que son signos constantes (operadores) del mismo.

Reglas de formación: las reglas de formación equivalen a la sintaxis del lenguaje ordinario, permitiendo saber cuando una combinación de símbolos es adecuada o no.

$X=2y, X+Z=4$ son fórmulas que se construyen siguiendo las reglas de formación del álgebra.

Reglas de transformación: las reglas de transformación permiten traducir una fórmula correcta a otra equivalente. Permiten la realización de cálculos, o sea,

establecen relaciones entre fórmulas que únicamente deben respetar las reglas: no poseen contenido en sí mismas.

$3+5=5+3$ es una fórmula que se apoya en una regla de transformación aritmética según la cual «el orden de los factores no altera el producto».

La lógica proposicional permite la realización de cálculos, para lo cual traduce el lenguaje ordinario a fórmulas lógicas, transforma tales fórmulas en otras, es decir deduce unas de otras.

Cuando hablamos de cálculo nos estamos refiriendo a un *sistema de relaciones entre símbolos no interpretados que permite realizar operaciones con ellos*, constituido de la siguiente forma:

1. un conjunto de símbolos elementales,
2. un conjunto de reglas de formación, que permiten determinar que combinaciones son correctas,
3. un conjunto de reglas de transformación que permiten pasar correctamente de unas combinaciones de símbolos a otras.

Símbolos elementales

Cuando hablamos de símbolos formales en el contexto del cálculo proposicional nos enfrentamos a tres tipos:

1. **Variables proposicionales o letras enunciativas:** son letras que simbolizan proposiciones atómicas. Se llaman variables porque cada una de ellas puede representar de forma indistinta cualquier proposición. Dichas letras se utilizan en minúscula y en orden alfabético, vale recordar que por una convención en la literatura lógica se utiliza a partir de la $p, q, r, s, t...$
2. **Operadores o constantes lógicas:** son símbolos que sirven para relacionar las proposiciones entre sí. Se los conoce con el nombre de conectivas. El conjunto de los conectivos es un conjunto finito. Se considerarán conectivos del cálculo proposicional a los siguientes símbolos:

\rightarrow	(Condicional)	}	Conectivos Binarios
\leftrightarrow	(Bicondicional)		
\wedge	(Conjunción)		
\vee	(Disyunción)		
\neg	(Negación)		

3. **Símbolos auxiliares:** son símbolos que sirven para indicar como se agrupan los componentes de una fórmula y cuál es la conectiva principal o dominante. Son los corchetes [], y los paréntesis ().

La lógica proposicional como dijimos analiza la relación entre las proposiciones, siendo estas proposiciones de dos tipos: atómicas o moleculares. Se denomina

proposición atómica (o simple) a aquella en la que no hay presente ningún conector binario, o dicho de otra manera aquella que no puede ser dividida en partes. Por el contrario una proposición molecular (o compleja) es aquella en la que sí encontramos conectores binarios, y que por consiguiente está constituida por proposiciones atómicas unidas por tales conectores.

La lógica proposicional se utiliza para determinar la validez de argumentos, pero es necesario resaltar que no hay una relación biunívoca entre premisas y letras enunciativas. Es decir, en el análisis proposicional no ocurre que necesariamente a cada premisa le corresponda una letra enunciativa. Pero que no tenga que forzosamente ocurrir, no quiere decir que no ocurra. Por ejemplo, supongamos que tenemos el siguiente argumento:

Juan es médico
Si Juan es médico entonces sana enfermos.

Juan sana enfermos

P

$p \rightarrow q$

q

Como vemos, la primer premisa («Juan es médico») está representada por la letra «p». Sin embargo la segunda premisa («Si Juan es médico entonces sana enfermos») no está representada por una letra enunciativa sino por la estructura compleja «Si p entonces q». Si a cada premisa debiera corresponder una letra enunciativa diferente el argumento que estamos utilizando como ejemplificación hubiera debido escribirse:

$p, q \rightarrow s$

Resulta evidente que entonces no hubiéramos podido representar la relación de implicación que podemos intuir en el argumento original y hubiera sido imposible mostrar que ese argumento es correcto en virtud de su estructura proposicional.

Las letras enunciativas representan proposiciones y no necesariamente premisas. Si bien una premisa es y debe ser considerada como una proposición, su estructura puede ser simple o compleja. Una premisa puede estar conformada por una única proposición o por una relación entre proposiciones. Podemos, por lo tanto, distinguir los dos tipos anteriormente mencionados: atómica y molecular.

Cualquier proposición atómica puede simbolizarse con una variable proposicional, y esta puede tomar uno de los dos posibles valores de verdad (verdadero o falso). Por ejemplo, sea la proposición atómica «hoy es martes» que puede simbolizarse por **p**, la misma puede ser o bien verdadera o bien falsa. El valor de verdad de tal proposición depende de si lo que ella afirma o niega se corresponde con la realidad o no. La lógica no tiene como objetivo determinar si una proposición atómica es verdadera o falsa, porque eso depende de las ciencias.

El valor de verdad de una proposición molecular dependerá del valor de las proposiciones atómicas que la constituyen más la conectiva que las vincula. Por ejemplo, sea la proposición «hoy es martes y hace frío» que puede simbolizarse por $p \wedge q$ su valor dependerá del valor de p , de q y de la conectiva en este caso la conjunción.

Para determinar el valor de verdad de una proposición molecular es necesario saber el valor de verdad de las conectivas que son las siguientes:

Negación: la *negación* no es un conectivo que vincule dos variables proposicionales, sino que afecta el valor de verdad de lo que está a uno de los lados del signo, más precisamente lo que se ubica inmediatamente a la derecha. El «no» del lenguaje natural será representado por el signo « \neg ». Es un conectivo unario.

Así el enunciado: «Juan no estudia» se escribe en el lenguaje proposicional de la siguiente manera:

$$\neg p$$

La negación es la conectiva que convierte un enunciado verdadero en falso, y un enunciado falso en verdadero.

Conjunción: a veces ponemos en *conjunción* ciertos enunciados, es decir los relacionamos de tal manera que concebimos que ambos ocurren a la vez. En ocasiones se encuentra reflejado en el lenguaje natural mediante el uso de la conjunción «y» o de la palabra «pero» como en los siguientes enunciados: «Juan se ríe mucho con los chistes y con los tiros de gracia», «Juan es un chupa sangre, pero como patrón es bueno». A veces también sirve una coma para hacerlo, como cuando damos una serie de características de un objeto «Juan es distraído, torpe, amarrete».

En el lenguaje del cálculo proposicional simbolizaremos la conjunción mediante el signo « \wedge ». Podríamos representar ahora el enunciado que habla sobre el muy peculiar y desagradable sentido del humor de Juan de la siguiente manera:

$$p \wedge q$$

Allí, « p » correspondería por ejemplo al enunciado «Juan se ríe con los chistes» y « q » representaría al enunciado «Juan se ríe con los tiros de gracia». Idéntica sería la expresión para retratar al enunciado que intenta expresar que la condición de vida de Juan no influye negativamente sobre las condiciones laborales con sus empleados. Claro que es ese caso « p » y « q » representan diferentes enunciados que en el caso anterior.

La conjunción es la conectiva que origina una proposición molecular que solo es verdadera si las proposiciones que la integran son verdaderas, y falsa en los otros casos.

Disyunción: otra posibilidad que nuestro lenguaje proposicional retratará será la vinculación entre enunciados en términos de posibilidades alternativas. Utilizaremos en este lenguaje formal la llamada *disyunción inclusiva* y nos referiremos a ella simplemente como *disyunción*. En ella se postula una posible alternativa aunque no queda impedido el caso de que pasen ambas cosas a la vez. En el lenguaje natural se suele exponer esa relación mediante expresiones como «o», «y/o». En el lenguaje del cálculo proposicional se expresará mediante el signo « \vee ». Pongamos como ejemplo

el siguiente enunciado: «Juan o camina o come chicle». Más allá de la imposibilidad práctica de algunas personas para realizar ambas actividades el enunciado sólo intenta presentar una disyunción donde bien pueden ocurrir ambas cosas a la vez. La misma podría expresarse como:

$$p \vee q$$

La disyunción es la conectiva que origina una proposición molecular que solo es falsa si las proposiciones que la integran son falsas, y verdadera en los otros casos.

Condicional: el llamado *condicional* permite expresar en el lenguaje formal la relación que se postula en el lenguaje natural con la expresión «Si... entonces...». Efectivamente, como el nombre lo sugiere, un condicional no retrata sino una relación de condición en la que se pretende que si llegara a pasar una cierta cosa, entonces pasaría otra cierta cosa. Un ejemplo de expresiones de este tipo es el caso ya mencionado de «Si Pepe es vampiro entonces posee un oscuro castillo en Transilvania» Este conectivo será simbolizado con « \rightarrow ». Lo que se encuentre a la izquierda del signo del condicional será el antecedente y lo que se ubique a la derecha será el consecuente. Ahora podremos reescribir esa expresión completamente en el lenguaje del cálculo proposicional y quedaría de la siguiente manera:

$$p \rightarrow q$$

Si bien esa relación de condición entre enunciados encuentra en el lenguaje natural su expresión paradigmática en la frase «Si... entonces ...», hay que aclarar que el lenguaje natural tiene varias formas de expresar las mismas relaciones entre enunciados, debido a su plasticidad. Así, una simple « \rightarrow » permite expresar esa relación. Véase el siguiente ejemplo:

Si Pepe pusiera un hotel, no tendría que salir a buscar su alimento

Esta conectiva origina una proposición molecular que solo es falsa si el antecedente es verdadero y el consecuente es falso, siendo verdadera en los restantes casos.

Bicondicional: Muchas veces estamos interesados en dejar claramente establecido que una cosa está tan estrechamente vinculada a otra que sólo ocurre una si ocurre la otra y lo mismo a la inversa. Esa relación es la llamada relación *bicondicional* y es muy usada en las matemáticas y en las disciplinas científicas y encuentra su formulación más clara en la expresión «...si y sólo si...» y a veces por la expresión «... sólo si...». En el lenguaje proposicional quedará simbolizada por la doble flecha « \leftrightarrow ». Un ejemplo de enunciado que presente esa relación bicondicional entre enunciados podría ser el siguiente: «Juan es vampiro si y sólo si muere al clavársele una estaca en el corazón». Ese enunciado, que tendría la equivocada consecuencia de clasificar a todos los seres cordados como vampiros, se expresaría en el lenguaje proposicional de la siguiente manera:

$$p \leftrightarrow q$$

Esta conectiva origina una proposición molecular que es verdadera cuando sus dos componentes tienen el mismo valor de verdad, y falsa si uno de sus componentes es verdadero y el otro falso.

Resumen de las tablas de verdad de las conectivas:

Negación:	
p	$\neg p$
v	f
f	v

Conjunción:		
p	q	$p \wedge q$
v	v	v
f	v	f
v	f	f
f	f	f

Disyunción:		
p	q	$p \vee q$
v	v	v
f	v	v
v	f	v
f	f	f

Condicional:		
p	q	$p \rightarrow q$
v	v	v
f	v	v
v	f	f
f	f	v

Bicondicional:		
p	q	$p \leftrightarrow q$
v	v	v
f	v	f
v	f	f
f	f	v

Reglas de formación:

Para formar correctamente las fórmulas en este cálculo, es preciso tener en cuenta los siguientes requisitos:

- El negador se antepone a una variable o fórmula proposicional. Por ejemplo:

$\neg p$,
 $\neg (p \vee q)$

- Las restantes conectivas unen dos variables proposicionales, dos fórmulas o una fórmula y una variable proposicional. Por ejemplo:

$(p \vee q)$,
 $(p \vee q) \wedge (p \wedge q)$
 $(p \leftrightarrow q) \rightarrow q$

Como ocurre que a veces no aparecen estos símbolos auxiliares en una fórmula, conviene tener en cuenta que hay una jerarquía de dominancia entre las conectivas:

\leftrightarrow Domina en cualquier fórmula
 \rightarrow Domina a \wedge , \vee
 \wedge , \vee tienen la misma fuerza
 \neg domina a todos cuando afecta a la fórmula

La misión del conjunto de estas *reglas de formación* es establecer la combinación correcta de signos elementales brindando una adecuada noción de *expresión bien formada* o *fórmula bien formada* del cálculo proposicional. De esta manera tenemos un test que nos permite decidir ante una cadena dada de signos del lenguaje L bajo que condiciones esa cadena puede ser considerada correcta y por lo tanto ser tenida como una expresión del lenguaje en cuestión.

Mientras que no siempre los hablantes de los lenguajes naturales formulan explícitamente las reglas que rigen esos lenguajes, necesariamente deben formularse en los lenguajes formales. Las reglas que indican qué cosas serán tenidas por *fórmulas bien formadas* o *fórmulas*, serán tres.

La primera regla es que toda letra proposicional será considerada una fórmula. La segunda indica que si algo es considerado fórmula, entonces la negación de ese algo también será una fórmula del lenguaje L . La tercera regla señala que si dos cosas son fórmulas entonces la unión de ellas encerradas entre paréntesis y unidas a través de un conectivo binario, también será considerada una fórmula.

Digámoslo ahora de manera un poco más formalizada: Sea For el conjunto de las fórmulas del lenguaje L

1°) Toda *letra proposicional* \in For.

2°) Si $\alpha \in$ For entonces $\neg\alpha \in$ For.

3°) Si $\alpha, \beta \in$ For entonces $(\alpha * \beta) \in$ For, donde $*$ \in CB, siendo CB el conjunto de los conectivos binarios.

Lenguaje y metalenguaje

Es necesario que nos detengamos un momento en dos niveles diferentes de tratar el lenguaje, pues en lo que sigue haremos uso de ellos, muchas veces sin las debidas aclaraciones de salto de nivel.

El enunciado «Juan es mafioso si y solo si lava dinero», se traduce al lenguaje del cálculo proposicional de la siguiente manera:

$p \leftrightarrow q$

Esa expresión corresponde a nuestro lenguaje. Esa expresión no es sino la forma que se emplearía en el lenguaje del cálculo proposicional para capturar la estructura del enunciado del lenguaje natural que proponía indicar cómo descubrir si Juan es realmente o no un mafioso. Podríamos aún preguntarnos cuál es la estructura general de esa forma expresable en el lenguaje proposicional. Podríamos responder que ese caso particular es sólo una instancia de una estructura enunciativa más general y que podríamos expresar así:

$$A \leftrightarrow B$$

No se necesita demasiada sagacidad para notar que «A» y «B» no pertenecen a nuestro lenguaje. Lo que nos preguntamos entonces excedía las posibilidades de ese lenguaje, pues preguntaba por una estructura general, inexpressable en nuestro lenguaje elaborado para retratar enunciados concretos. En este caso estamos hablando desde el metalenguaje, un lenguaje especial con el cual podemos dar cuenta de algunas propiedades de nuestro lenguaje.

Hablar desde el metalenguaje es hablar desde otro lugar, desde otro nivel de habla. El metalenguaje no necesita ser tan estructurado y reglamentado como nuestro lenguaje del cálculo proposicional y muchas veces puede sernos útil para referirnos a cualquier estructura posible del lenguaje, para mostrar ciertas propiedades generales del mismo. Es decir, en esa esquematización general de la estructura que expresa la vinculación del bicondicional «A» no corresponde a «p» ni a «q» (lo mismo vale para «B») Estas letras mayúsculas representan cualquier estructura enunciativa, sin importar su complejidad y no solamente enunciados atómicos.

Observemos la siguiente lista de estructuras argumentales expresadas en el lenguaje proposicional:

$$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (r \vee s)$$

$$((p \wedge s) \vee q) \leftrightarrow q$$

$$((p \vee q) \rightarrow (r \vee s)) \leftrightarrow (p \wedge s)$$

Cada una de esas estructuras puede, con toda justicia, ser considerada como una instancia particular de la forma más general que desde el metalenguaje hemos expresado como:

$$A \leftrightarrow B$$

No es necesario mucho esfuerzo para ver que hemos ejemplificado con estructuras simples del lenguaje L el uso de los conectivos, aunque bien puede realizarse sin mayor dificultad desde el metalenguaje.

Cuando nos adentremos en algunas formas del cálculo proposicional, necesitaremos hablar desde el metalenguaje pues nos interesa que quede claro que esas propiedades valen para cualquier instancia particular de una cierta forma enunciativa o argumental general.

Téngase presente que cada vez que hemos hablado o hablemos expresándonos sobre el lenguaje proposicional desde fuera del mismo, asistimos al empleo del metalenguaje para mostrar propiedades operativas del lenguaje, las cuales sólo se pueden considerar de manera general desde fuera.

Fórmulas atómicas y fórmulas moleculares

La última regla de formación pone como restricción que siempre que se coloque un conectivo binario, la fórmula debe quedar encerrada entre paréntesis. Por otra parte está claro que α y β pueden ser tanto letras enunciativas como proposiciones complejas, llamadas proposiciones moleculares. Aquí, en el cálculo proposicional cada cadena bien formada del lenguaje L será considerada una fórmula del lenguaje y estas fórmulas pueden ser atómicas o moleculares. Las fórmulas atómicas son aquellas donde no ocurren conectivos binarios, como las letras proposicionales, en tanto las fórmulas moleculares son aquellas donde se registra la presencia de conectivos binarios.

Representación de la estructura argumental en L : ejemplo

Retomemos un argumento que ya hemos visto: «Si Juan es médico, entonces sana enfermos. Juan es médico. Por lo tanto, Juan sana enfermos».

Si tratamos de representar ese argumento en el lenguaje L , según la representación «horizontal» nos quedaría lo siguiente:

$$p \rightarrow q, p \rightarrow q$$

Más allá de nuestro intento es claro que esa expresión no forma parte de nuestro lenguaje. Para mostrarlo basta con ver si esa expresión no infringe ninguna de las reglas de formación. Veamos: « p » y « q » forman parte de nuestro lenguaje. Sin embargo es claro que la coma y el signo « \rightarrow » no forman parte de nuestro lenguaje

Recordemos que el signo « \rightarrow » representaba el «por lo tanto», o el «entonces» con el que se suele dar paso a la conclusión. Convirtamos nuestros dos signos problemáticos en palabras para que sea más claro el paso que daremos a continuación.

$$\text{Si } p \rightarrow q \text{ y } p \text{ entonces } q$$

Ya hemos visto que la expresión «Si... entonces...» puede expresarse mediante el condicional, en tanto que la expresión «y» se puede expresar mediante la conjunción. Por lo tanto una satisfactoria traducción de esa estructura argumental a nuestro lenguaje sería la siguiente.

$$p \rightarrow q \wedge p \rightarrow q$$

Nuevamente debemos introducir los paréntesis para evitar ambigüedades ya que se plantean varias posibilidades de lectura. Sin embargo hay una sola que representa el argumento que originalmente queremos retratar:

$$((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$$

No es difícil comprender que dicha representación en el lenguaje L de un argumento particular, no es sino una instancia particular de un esquema formal más general que podría representarse de la siguiente manera:

$$((A \rightarrow B) \wedge A) \rightarrow B$$

Representación argumental en L - procedimiento general

Ahora que hemos llegado hasta aquí estamos en condiciones de presentar un procedimiento general para retratar argumentos en nuestro lenguaje formal. El procedimiento podría describirse mediante tres pasos.

Paso 1: Se identifican claramente, en el argumento original del lenguaje natural, los enunciados que conforman el argumento y se los distingue según tengan la función de premisas o de conclusión.

Paso 2: Se representa cada uno de los enunciados del argumento (sean premisas o conclusión) en el lenguaje formal L haciendo uso de todos los recursos expresivos que fueran necesarios dentro de dicho lenguaje.

Paso 3: Se construye un condicional el cual tendrá como antecedente la conjunción de todas las premisas representadas en el paso 2 y que tendrá por consecuente el enunciado representado como conclusión en el paso 2.

Veamos el siguiente ejemplo:

Si Juan le tiene temor a las alturas, entonces volará muy bajo. Si vuela con los ojos cerrados, corre peligro de estrellarse contra una pared. Es claro que si corre riesgo de estrellarse contra una pared y además vuela bajo, entonces es candidato a tener que andar con un yeso. Por lo tanto, si le tiene miedo a las alturas y vuela con los ojos cerrados es candidato a tener que andar con un yeso.

Primer paso: identifiquemos primero los enunciados distinguiendo premisas y conclusión:

Pr_1 : Si le tiene temor a las alturas, entonces volará muy bajo.

Pr_2 : Si vuela con los ojos cerrados, corre peligro de estrellarse contra una pared.

Pr_3 : Si corre peligro de estrellarse contra una pared y además vuela bajo, entonces es candidato a tener que andar con un yeso.

Con: Si le tiene miedo a las alturas y vuela con los ojos cerrados es candidato a tener que andar con un yeso.

Segundo paso: ahora debemos traducir esos enunciados a nuestro lenguaje del cálculo proposicional. Para comenzar le asignaremos una letra enunciativa diferente a cada enunciado atómico diferente. Debido a que todas las proposiciones refieren a Pepe, nos tomaremos la libertad de no escribir su nombre, pero es claro que si hubiera dos o más personajes distintos involucrados en el argumento, es necesario para diferenciar los enunciados:

p: tiene miedo a las alturas

q: vuela bajo

r: vuela con los ojos cerrados

s: corre peligro de estrellarse contra una pared

t: es candidato a tener que andar con un yeso

Una vez hecho esto debemos encontrar una adecuada traducción para cada uno de los enunciados que hemos identificado en el primer paso:

Pr_1 : $(p \rightarrow q)$

Pr_2 : $(r \rightarrow s)$

Pr_3 : $((q \wedge s) \rightarrow t)$

Con: $((p \wedge r) \rightarrow t)$

Tercer paso: ahora estamos en condiciones de escribir el condicional que retratará la forma del argumento propuesto a consideración. Aunque pueda resultar un tanto extenso escribiremos poco a poco ese condicional. Primero escribiremos la fórmula que resulta de poner en conjunción a las dos premisas. Después escribiremos otra fórmula poniendo a lo anterior en conjunción con la tercer premisa. Por último conectaremos mediante un condicional a la fórmula anterior con la conclusión. Aunque puede resultar un tanto más tedioso, el objetivo de hacerlo tan minuciosamente es que se comprenda bien la colocación de los paréntesis y no surjan problemas con la lectura de las fórmulas más adelante. Comencemos pues:

$$((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s))$$

$$(((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)) \wedge ((q \wedge s) \rightarrow t))$$

$$(((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)) \wedge ((q \wedge s) \rightarrow t)) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow t)$$

Representación argumental

Hemos logrado retratar con los recursos de nuestro lenguaje L la estructura argumental. Mostramos la capacidad expresiva de dicho lenguaje, las posibilidades de representar en términos formales la estructura de los argumentos. Lo que interesa es realizar el control inferencial del argumento. Tras la representación de argumentos debemos abocarnos a la evaluación de los mismos. Es decir, tras ver los recursos del lenguaje del cálculo proposicional debemos ver el cálculo proposicional en funcionamiento. Hay varios modelos para evaluar argumentos. Entre ellos encontramos tablas semánticas, deducción natural y tablas de verdad. Desarrollaremos este último. Conociendo el valor de verdad de las cinco conectivas se puede realizar la tabla de verdad de cualquier fórmula de la siguiente manera.

Supongamos la siguiente fórmula: $((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow q))$

1. Se asignan valores de verdad a todas las variables proposicionales que aparezcan en la fórmula, en nuestro ejemplo aparecen dos variables proposicionales, cada una de ellas solo puede tener dos valores de verdad, por lo que tenemos 4 combinaciones posibles (2^2). La fórmula general es 2^n , en la que n representa el número de variables proposicionales que aparecen en la fórmula. Para garantizar que en la tabla aparezcan todas las combinaciones posibles de sus valores de verdad, conviene asignar los valores del siguiente modo: a la primera variable proposicional valores de verdad de uno en uno, (un verdadero- un falso, un verdadero...), a la siguiente variable de dos en dos (dos verdaderos, dos falsos...), y así sucesivamente.
2. Se realizan las tablas de verdad de las fórmulas cuyas conectivas sean menos dominantes.
3. Se realiza la tabla de verdad de la conectiva dominante y este es el valor de verdad de la fórmula en cuestión.

Veamos cómo funciona:

$((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow q))$	$(p \rightarrow q)$	$(p \rightarrow q)$	\wedge	$(p \rightarrow q)$	$(p \rightarrow q)$	$(p \rightarrow q)$
v	v	v	v	v	v	v
f	v	v	v	f	v	v
v	f	f	f	v	f	f
f	v	f	v	f	v	f

Como visualizan en la tabla de verdad de la fórmula antes planteada (en negro) se encuentra la asignación de valores. Luego se realizó las tablas de verdad de las conectivas menos dominantes, en este caso los condicionales (en gris claro); y por último la tabla de verdad de la conectiva principal, que en este caso es la conjunción (en gris oscuro).

Análisis de una tabla de verdad

Al realizar una tabla de verdad de una fórmula, podemos encontrar tres tipos de resultado:

1. sus valores de verdad son en todos los casos verdadero: tautología;
2. sus valores de verdad son en todos los casos falso: contradicción; y
3. sus valores de verdad son en algunos casos verdaderos y en otros falsos: contingencia.

En el primer caso tenemos una tautología o ley lógica. Es una fórmula que resulta siempre verdadera con independencia del contenido de la misma, por lo que es formalmente verdadera.

En el segundo caso tenemos una contradicción, fórmula siempre falsa independientemente de los valores de verdad de las variables proposicionales que la constituyen. Es falsa por su propia forma.

En el tercer caso tenemos una fórmula indeterminada. En esta fórmula, su verdad o falsedad depende de los valores de verdad de las variables proposicionales que la constituyen. A estas fórmulas también se les denomina consistentes.

Estas tablas nos permiten detectar que fórmulas son verdades lógicas, cuáles son contradictorias y cuáles son contingentes. También nos permiten averiguar si una fórmula se sigue de otra, es decir, si puede deducirse de ella, por lo que, las tablas de verdad nos permiten determinar la validez de un argumento.

Supongamos nuevamente este ejemplo: Si Juan es médico, entonces sana enfermos. Juan es médico. Por lo tanto, Juan sana enfermos». Su forma lógica sería:

$$(((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q)$$

Es importante que señalemos que dado un argumento se debe proceder de la siguiente forma para determinar su validez. Se toman las premisas y se las une mediante una conjunción que conformarán el antecedente de un condicional; luego las unimos a la conclusión mediante el condicional, esta conclusión conformará el

consecuente de tal condicional. Luego de haber armado tal condicional se lo somete al análisis veritativo funcional, y si el resultado obtenido es una tautología podemos decir que tal argumento es válido.

La tabla de verdad correspondiente sería:

$((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$	p	q	\wedge	p	\rightarrow	q
v	v	v	v	v	v	v
f	v	v	f	f	v	v
v	f	f	f	v	v	f
f	v	f	f	f	v	f

Como podemos observar en la fórmula en cuestión la conectiva principal es el segundo condicional (resultado en gris al 50%), por lo que él nos da el resultado final que en este caso es una tautología, por lo que podemos decir que es una ley lógica, porque es siempre verdadera. Al realizar la tabla vemos que q , se sigue de $p \rightarrow q$, y de p ; o sea la conclusión se sigue de las premisas y el argumento es correcto.

La tabla de la verdad constituye un método de análisis que no sólo se aplica a fórmulas cuyo conectivo principal es un condicional, sino a todo tipo de fórmulas. Por ello es conveniente no asociar la noción de tautología exclusivamente a la noción de argumentos deductivos. Los argumentos deductivos son una parte de las tautologías, o si se quiere, hay más tautologías que argumentos deductivos.

Algunas tautologías importantes

Si bien nuestro lenguaje permite una construcción infinita de fórmulas y dentro de esas infinitas fórmulas podemos encontrarnos con infinitas fórmulas que son tautologías, nos interesará mostrar aquí algunos esquemas argumentales de tautologías que resultan importantes.

Para lo que sigue es importante tener en cuenta que un bicondicional puede ser escrito como la conjunción de dos condicionales: uno que tiene A como antecedente y B como consecuente y otro que tiene a B como antecedente y A como consecuente. Así $A \leftrightarrow B$ puede escribirse como $((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A))$ De esta manera un bicondicional verdadero es la unión de dos condicionales verdaderos. Si los condicionales retratan argumentos podemos pensar que si el bicondicional es una tautología los dos condicionales que lo forman son también tautologías y por lo tanto, para la fórmula anterior, esto significa que tenemos formas de probar B a partir de la verdad de A , como tenemos forma de probar A a partir de la verdad de B . Cuando dadas dos fórmulas no podemos construir un condicional que sea una tautología es porque no se cumple la verdad de esos dos posibles condicionales.

Principio de identidad

$$A \leftrightarrow A$$

Principio de no contradicción

$$\neg (A \wedge \neg A)$$

Principio del tercero excluido

$$(A \vee \neg A)$$

Ley de la doble negación

$$\neg \neg A \Leftrightarrow A$$

Ley de la eliminación de la conjunción

$$(A \wedge B) \rightarrow A$$

Ley de introducción de la disyunción

$$A \rightarrow (A \vee B)$$

Ley del silogismo disyuntivo

$$((A \vee B) \wedge \neg A) \rightarrow B$$

Ley de la conmutatividad de la conjunción

$$(A \wedge B) \Leftrightarrow (B \wedge A)$$

Ley de la conmutatividad de la disyunción

$$(A \vee B) \Leftrightarrow (B \vee A)$$

Ley de conmutatividad del bicondicional

$$(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (B \Leftrightarrow A)$$

Ley de asociación de la conjunción

$$((A \wedge B) \wedge C) \Leftrightarrow (A \wedge (B \wedge C))$$

Ley de asociación de la disyunción

$$((A \vee B) \vee C) \Leftrightarrow (A \vee (B \vee C))$$

Ley de asociación del bicondicional

$$((A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow C) \Leftrightarrow (A \Leftrightarrow (B \Leftrightarrow C))$$

Ley de distribución de la conjunción por la disyunción

$$(A \wedge (B \vee C)) \Leftrightarrow ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$$

Ley de distribución de la disyunción por la conjunción

$$(A \vee (B \wedge C)) \Leftrightarrow ((A \vee B) \wedge (A \vee C))$$

Ley de distribución del condicional por la conjunción

$$(A \rightarrow (B \wedge C)) \Leftrightarrow ((A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C))$$

Ley de distribución del condicional por la disyunción

$$(A \rightarrow (B \vee C)) \Leftrightarrow ((A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C))$$

Ley de transitividad del condicional

$$((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C)$$

Ley de transitividad del bicondicional

$$((A \Leftrightarrow B) \wedge (B \Leftrightarrow C)) \rightarrow (A \Leftrightarrow C)$$

Ley del dilema constructivo

$$((A \vee B) \wedge ((A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C))) \rightarrow C$$

Segunda ley del dilema constructivo

$$((A \vee B) \wedge ((A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C))) \rightarrow (B \vee C)$$

Ley del *modus ponens*

$$((A \rightarrow B) \wedge A) \rightarrow B$$

Ley del *modus tollens*

$$((A \rightarrow B) \wedge \neg B) \rightarrow \neg A$$

Ley de contraposición

$$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$$

Ley de De Morgan

$$\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$$

Segunda ley de De Morgan

$$\neg(A \vee B) \leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$$

Ley de la carga de la premisa

$$A \rightarrow (B \rightarrow A)$$

Ley del absurdo

$$(A \rightarrow (B \wedge \neg B)) \rightarrow \neg A$$

Ley de Duns Scoto

$$(A \rightarrow \neg A) \rightarrow B$$

Consideraciones finales

Como señalamos, el cálculo proposicional es sólo una parte de la lógica simbólica de primer orden. Si bien nuestro curso se detendrá sólo en el cálculo proposicional hay cosas que no se pueden demostrar en éste cálculo. Por ejemplo no se podría demostrar un argumento que expresara transitividad como «Si dos es mayor que tres y tres es mayor que dos, entonces cuatro es mayor que dos». La expresión en el lenguaje L sería $(p \wedge q) \rightarrow r$. Es claro que dicha fórmula no es una tautología. Para poder capturar como tautología un argumento de esa naturaleza deberíamos contar con los recursos del cálculo de predicados. De todas maneras este abordaje del cálculo de predicados nos es suficiente para introducirnos en el problema del tratamiento de la argumentación desde la lógica simbólica.

Bibliografía

- Caorsi, Carlos, *Introducción a la lógica y sus aplicaciones*, Montevideo, Fundación de Cultura Universitaria, 1996.
- Copi, Irving y Cohen Carl, *Introducción a la Lógica*, México, Limusa, 1997.
- de Salama, Alicia Gianella, *Lógica Simbólica y elementos de metodología de la ciencia*, Buenos Aires, El ateneo Editorial, 1975.
- Deaño, Alfredo, *Introducción a la lógica formal*, Madrid, Alianza Editorial, 1999.
- Díez Calzada, José A., *Iniciación a la Lógica*, España, Ariel, 2002.
- Garrido, Manuel, *Lógica Simbólica*, Madrid, Editorial Tecnos, 1970.
- Mitchell, David, «*Introducción a la lógica*», Barcelona, Labor, 1968.
- Quine, Willard V. O., *Los métodos de la Lógica*, España, Planeta-Agostini, 1993.
- Weston, Anthony, *Las claves de la argumentación*, España, Ariel, 2004.

Ejercicios

1. Determine para cada expresión la formalización que determine correcta. Si en algún caso hay más de una correcta, señale todas las opciones.

1. Ante todo quiero que me entiendas, y me quieras.
a) $(p \rightarrow q)$ b) $(p \wedge q)$ c) $((p \wedge q) \rightarrow q)$
2. Todos los hombres buscan la felicidad, pero solo algunos la alcanzan; pero si solo algunos la alcanzan, entonces la felicidad es una utopía.
a) $((p \wedge q) \rightarrow r)$ b) $((p \wedge q) \wedge q) \rightarrow r$ c) $((p \wedge q) \wedge (q \rightarrow r))$
3. No es cierto que si juegas a la lotería te convertirás en millonario.
a) $(\neg p \rightarrow q)$ b) $\neg (p \wedge q)$ c) $\neg (p \rightarrow q)$
4. Ser bachiller o poseer título homólogo, y tener 18 años cumplidos son condiciones para ingresar a la Universidad.
a) $((p \wedge q) \rightarrow r)$ b) $((p \vee q) \rightarrow r)$ c) $((p \vee q) \wedge r) \rightarrow s$
5. Esta tarde ha sido fría, lluviosa y otoñal. Por lo tanto tomaremos chocolate.
a) $((p \wedge q) \wedge r) \rightarrow s$ b) $((p \wedge q) \rightarrow s)$ c) $((p \wedge q) \rightarrow r)$

2. Determine el valor de verdad de las siguientes formulas sabiendo que: a) «A» es tautología, y «B» es contradicción, b) no se sabe el valor del resto de las letras enunciativas, c) en las fórmulas la «V» debe tomarse como verdadero y «F» debe tomarse como falso.

1. $((A \rightarrow B) \wedge \neg ((C \wedge A) \rightarrow (C \wedge B)))$
2. $((\neg A \vee C) \rightarrow (\neg B \vee D)) \wedge (A \rightarrow (Z \wedge B)) \vee ((\neg A \rightarrow C) \rightarrow \neg A)$
3. $((\neg F \wedge (\neg C \rightarrow V)) \rightarrow A)$
4. $((A \wedge B) \rightarrow (B \wedge A)) \wedge ((B \wedge A) \rightarrow (A \wedge B))$
5. $((A \wedge B) \rightarrow (B \wedge A)) \wedge ((B \wedge A) \rightarrow (A \wedge B))$

3. Determinar si las siguientes estructuras argumentales son o no leyes lógicas. Justifique.

1. $((\neg A \vee \neg B) \wedge (C \wedge D)) \wedge (D \wedge D) \rightarrow (\neg C \vee \neg D)$
2. $((A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)) \wedge (A \vee B) \rightarrow C$
3. $(\neg (A \vee B) \leftrightarrow (A \wedge B))$
4. $((A \rightarrow \neg B) \rightarrow ((\neg A \vee B) \vee (D \vee \neg D)))$
5. $((A \vee E) \wedge (B \rightarrow \neg A)) \rightarrow ((B \wedge C) \vee (\neg A \wedge E))$

4. Responda las siguientes preguntas.

- a. ¿Cuáles son las características de la lógica simbólica?
- b. Explique las leyes del pensamiento lógico.
- c. ¿Por qué se utiliza la conectiva denominada condicional para representar los esquemas argumentales?
- d. ¿Por qué las leyes lógicas son tautologías?
- e. ¿Es posible encontrar fórmulas tautológicas que no representen argumentos? Justifique.

Lógicas divergentes

Se conoce con el nombre de Lógicas Divergentes a aquellos sistemas lógicos, generalmente de carácter formal y que se encuentran en discrepancia con alguno de los principios de la lógica simbólica o lógica matemática. Véase que desde dentro de la lógica, sin pretender salirse de ese campo, se establecen reparos, o simplemente críticas, respecto del alcance, de la potencialidad o de las concepciones epistemológicas que estructuran el aparato de la lógica matemática.

- a. Entre tales sistemas lógicos podemos destacar los siguientes:
- b. Las lógicas polivalentes, es decir, aquellos cálculos que admiten más de dos valores de verdad.
- c. La lógica combinatoria, que estudia exhaustivamente los conceptos operacionales básicos de la lógica con el fin de llegar a una fundamentación última.
- d. La lógica modal, que se ocupa de los razonamientos en los que aparecen los operadores modales (*necesario*, *contingente*, *posible* e *imposible*).
- e. La lógica cuántica, que trata los problemas lógicos planteados por la mecánica cuántica.
- f. La lógica deóntica, que aborda lógicamente los sistemas normativos jurídicos o éticos.
- g. La lógica intuicionista, que no admite el principio del tercio excluso ($p \vee \neg p$) ni la ley de la doble negación ($p \equiv \neg \neg p$) como regla de inferencia primitiva.
- h. La lógica difusa o borrosa, que se ocupa de aquellos términos cuyos significados son imprecisos y reconoce grados de verdad.

En general puede decirse que el desarrollo de tales sistemas consiste en un interés puramente formal, pero también muchos de ellos han sido creados desde la convicción de que la lógica clásica se encuentra equivocada o es inadecuada para el tratamiento de ciertos problemas o campos del saber. En este sentido la filósofa de la lógica Susan Haack entiende que la diferencias entre el lógico intuicionista y el lógico modal, por ejemplo, consiste en que el lógico intuicionista considera que su modelo lógico es una alternativa a la lógica clásica en el sentido fuerte de que sus sistema debería ser empleado en lugar del clásico (por lo que el clásico sería descartado). Por el contrario el lógico modal, visualiza a su sistema como una alternativa, por lo que podría ser utilizada a la par junto con la clásica.

«Un síntoma de esta diferencia [...] es que los primeros (lógicos modales) tienen tendencia a considerar que la lógica clásica está equivocada en el sentido que incluye afirmaciones que no son verdaderas. Yo diría que los lógicos intuicionistas o polivalentes piensan que están proponiendo un sistema *rival*, mientras que los lógicos modales piensan que

están proponiendo un sistema *suplementario*. El rival es, entonces, un sistema cuyo uso es incompatible con el estándar, mientras que el suplementario es aquel cuyo uso es compatible con el estándar.»²⁶

Fundamentos de la lógica simbólica clásica

El tema de cuáles son los fundamentos de la lógica simbólica clásica no es un tema sencillo. Eso se debe a que supone un análisis metateórico un poco diferente del sentido que se le ha dado a la metateoría hasta aquí. Se trata de pensar cuáles son esos principios básicos, pero en abstracto. La cuestión se centra en determinar si es necesario que sean esos fundamentos y no otros, es decir, si es posible concebir la verdad como lo hace la lógica simbólica clásica.

La lógica clásica opera con el supuesto que se llama lógica bivalente. Es decir, los enunciados están provistos de un cierto valor de verdad, que es independiente de nuestro conocimiento efectivo de dicho valor de verdad. Los valores de verdad son dos: verdadero o falso. No hay ningún valor intermedio posible ni hay ningún otro valor que figure como posible.

Los valores de verdad de los enunciados son sólo aquellos que pueden definirse veritativo-funcionalmente. Por lo tanto la lógica simbólica clásica se ocupa de definir una fórmula como verdadera o falsa, lo que depende del valor de verdad de los componentes, y de como estos están relacionados.

La lógica simbólica se caracteriza, para decirlo en los mismos términos que Copi, por ser *apofántica*, *bivalente*, *asertórica* y *extensional*. Apofántica significa que se ocupa sólo de los enunciados que pueden tener algún valor de verdad y no de los otros enunciados. Bivalente es porque acepta sólo dos valores de verdad y ningún otro ni los dos a la vez. Asertórica porque excluye cualquier otro modo de la verdad Extensional porque si bien es cierto que un término tiene dos características: la intencionalidad y la extensionalidad, la lógica opera sobre esta última. La intencionalidad corresponde al concepto, a la proposición, lo que significa un enunciado. La extensión de un enunciado corresponde al individuo, al conjunto o al valor de verdad.

Rivalidad o complemento

Los diferentes tipos de lógicas divergentes no atacan los mismos fundamentos de la lógica simbólica clásica y aún cuando esto ocurriera las soluciones no son las mismas. Es por esto que algunas lógicas se consideran complementarias de la lógica clásica, y no rivales; como por ejemplo algunas lógicas modales, o la lógica deóntica (lógica de los valores), etcétera. No acusan a la lógica simbólica clásica de estar errada, sino que consideran que sus principios deben ser extendidos para el tratamiento de enunciados que la lógica simbólica tradicional deja de lado y que esa

²⁶ Haack, Susan, *Lógica Divergente*, Madrid, Paraninfo, 1980, pp. 16-17

extensión debe hacerse apelando a otras consideraciones que no son precisamente los fundamentos de la lógica simbólica tradicional.

Otras lógicas divergentes se proponen como rivales. Acusan a la lógica simbólica tradicional moderna de estar equivocada, de pensar el problema de la determinación de la verdad de manera equivocada. Esto pasa con la lógica intuicionista, algunas lógicas polivalentes, los lenguajes presuposicionales y la lógica cuántica.

La concepción pragmatista

La concepción pragmatista de la lógica es aquella que considera que la misma es falible y puede sufrir modificaciones o agregados. Por lo que, la elección de una lógica adecuada a un campo de estudio tendría las mismas características que la elección de cualquier teoría científica: se valora el modelo lógico teniendo en cuenta criterios como la economía, la simplicidad y la coherencia.

Esto se debe a que ningún enunciado lógico se verifica o se falsa de forma concluyente por la experiencia. En consecuencia esta postura permite ver los enunciados teóricos y a las teorías mismas no como descripciones del mundo sino como herramientas para conocer el mundo. Por lo tanto la ciencia no da una visión perfectamente cierta del mundo, pero ello no impide que su visión permita operar con la realidad.

Claro que este mismo interés no impide que la evaluación de la lógica simbólica clásica haga que se la considere la mejor para cumplir con el objetivo de un lenguaje formal que garantice los razonamientos correctos y las deducciones científicas. Podríamos decir que la debilidad de esta concepción radica en creer que bastan los aspectos de simplicidad y economía para decidir un cambio de lógica. Principalmente porque estas concepciones fallan a la hora de indicar por qué debieran ser tan deseables la simplicidad y la economía en una teoría. Sobre esto hay una abundante literatura epistemológica no sólo en el campo de la lógica. Por otro lado una lógica puede ser sencilla, pero resultar extremadamente complicada en su aplicación a un cierto campo. De hecho habría que aclarar si por sencillez se atiende a la sencillez global del sistema o a la sencillez local de alguna de sus aplicaciones.

La lógica polivalente

Por lógicas polivalentes se entienden aquellas lógicas que en vez de proponer dos valores de verdad como forma de caracterizar el valor de verdad de un enunciado, proponen que debe operarse con más de dos valores. Entre las lógicas polivalentes podemos encontrar lógicas finitamente polivalentes o infinitamente polivalentes según el número de valores de verdad que permitan manejar.

Sin duda una lógica de tres valores de verdad forma el nivel más elemental de estas lógicas polivalentes.

La lógica trivalente

Una importante fuente de lógicas polivalentes ha sido el análisis de un problema presentado por Aristóteles y que se conoce como el **problema de los futuros contingentes**. El problema consiste en lo siguiente, Aristóteles analiza un enunciado como «Mañana habrá una batalla naval» aunque puede pensar cualquier enunciado que señale que pasará cualquier evento en un tiempo futuro respecto del aquel en el que se realiza la emisión. Esto vale para una promesa: «Volveremos a encontrarnos», como a un enunciado de los que se encuentran en los horóscopos: «Mañana usted recibirá una carta».

Sabemos que efectivamente o bien el suceso pasará o bien el suceso no pasará. Por lo tanto tendemos a pensar que el enunciado tiene un cierto valor de verdad. O bien es verdadero, o bien es falso. Debido a que aún el futuro no ha llegado, no tengo forma de saber o de dilucidar si al enunciado en cuestión le corresponde el ser verdadero o el ser falso. El problema es que si el enunciado ya tiene un valor de verdad, entonces ya lo tiene antes de que ocurra. Con lo cual si el enunciado es verdadero, ya lo era hoy, con lo cual era necesario que pasara eso. Y si ya era falso entonces era necesario que tal cosa no pasara. Por lo tanto si el enunciado es verdadero mañana es porque ya lo es hoy y el evento de mañana es necesario; si el enunciado es falso mañana es porque ya lo era hoy y el evento era imposible. Luego, el futuro no es contingente, es decir no resulta que puede o no puede ocurrir sino que todo lo que ocurra en el futuro es necesario.

Por lo tanto el problema es que si el futuro es necesario o imposible, no es contingente. Concebirlo de esta manera sin duda que tiene implicaciones respecto de la acción humana y de la responsabilidad ética de la acción. Una manera de escapar a la consecuencia, de la determinación del futuro (de que los futuros contingentes sólo son *aparentemente* contingentes) es suponer que cuando se profiere el enunciado el mismo no es ni verdadero ni falso. Pero si no son aún ni verdaderos ni falsos, la cuestión es qué valor deben tener. Una solución es que tengan un tercer valor.

La lógica trivalente (a veces conocida como Lógica trivalente de Lukaziewicz), cuestiona el principio de bivalencia por el cual un enunciado o bien debe ser verdadero o bien debe ser falso.

Así que ahora cada enunciado tendría tres valores: Verdadero (v), Falso (f) e Indeterminado (i). (En una lógica de cuatro valores podríamos tener Verdadero, más verdadero que falso, más falso que verdadero, falso).

Veamos, como ejemplo la tabla de la negación de esta lógica trivalente:

P	¬P
V	F
i	i
F	V

Veamos ahora el resto de las tablas de verdad sabiendo que ahora el cálculo de las líneas de la tabla de verdad debe ser 3 a la n, donde n es el número de letras proposicionales diferentes que contiene la fórmula.

$p \ q$	$p \wedge \ q$	$p \vee \ q$	$p \rightarrow \ q$	$p \leftrightarrow \ q$
V V	V	V	V	V
V I	I	V	I	I
V F	F	V	F	F
I V	I	V	V	I
I I	I	I	V	V
I F	F	I	I	I
F V	F	F	V	F
F I	F	I	V	I
F F	F	F	V	V

En términos generales los conectivos se comportan como en el cálculo proposicional, dando alguna sorpresa $I \rightarrow I = V$, lo mismo en el bicondicional.

Este tipo de cálculos de Lukaziewicz está construido de tal forma que permite la generación de lógicas con infinitos valores de verdad, lógicas infinitamente polivalentes. Básicamente la regla es la siguiente: los valores de verdad se simbolizan con τ y los valores de falsedad con F , los demás valores con valores del intervalo entre 0 y τ . La disyunción toma siempre el valor del disyunto de valor más bajo. En la conjunción toma el valor del conjuntor más alto. En el condicional, cuando el consecuente tiene un valor más bajo que el antecedente, el valor del enunciado será el consecuente.

Verdades más verdades menos: lógica trivalente

Estas alteraciones de la lógica trivalente sobre los valores de verdad no es gratis. Tomar la decisión de esta representación trivalente puede hacer cambiar notablemente algunas cosas que en principio estaríamos dispuestos a aceptar.

Por ejemplo la ley del Modus Tollens $((A \rightarrow B) \wedge \neg B) \rightarrow \neg A$ no es una ley lógica, es decir, no es una tautología.

Por lo tanto el problema es siempre saber qué estamos dispuestos a ganar y hasta dónde estamos dispuestos a perder. Este problema lo encontraremos en todas las lógicas divergentes, principalmente cuando se proponen a sí mismas como sustituciones de la lógica simbólica clásica.

Lógica presuposicional

Se llama presuposición a una relación entre enunciados analizada en términos de sus valores de verdad. Decir que un enunciado X presupone a un enunciado Y

es decir que el enunciado X no es ni verdadero ni falso a menos que el enunciado Y sea verdadero.

Pongamos tres ejemplos de presuposición:

1. Un enunciado con un sujeto individual presupone la verdad del enunciado que afirma la existencia del individuo de que se trate. Ejemplo: «El día se despertó en una mano de cristal» (Jean Arp) presupone el enunciado «Existe el día».
2. Un enunciado universal presupone que el universo de su discurso no es vacío. «Todos los oídos son sobrenaturales» (Francias Picabia) presupone que hay cosas sobrenaturales que son oídos.
3. Un enunciado con cierto tipo de verbos como olvidar, sentirse ofendido, arrepentirse, etcétera, presuponen que existe aquello con lo que el sujeto se relaciona por el verbo. «Te desposaré alguna vez lanzando alaridos» presupone que existe aquello que se pretende desposar.

La presuposición no es la relación de implicación. La implicación es el caso en que si el primero es verdadero, entonces el segundo es verdadero y en que si el segundo es falso el primero es falso. Cuando un enunciado presupone a otro, la falsedad de este último no hace que el primero sea falso: lo que hace es que el primero no sea ni verdadero ni falso. Admitir en el cálculo lógico que pueden ser falsos los enunciados presupuestos por otros enunciados equivale a admitir que estos últimos (los que presuponen) no son ni verdaderos ni falsos. Así cosas como «El rey de Florida es simpático» no es ni verdadero ni falso, porque no existe el rey de Florida.

Teniendo en cuenta lo anteriormente dicho, hay dos posibilidades, o se admite que la presuposición es un defecto del lenguaje natural que debe evitarse en la lógica y en el lenguaje científico, o se admite que es necesario sumar al valor de Verdadero y Falso la posibilidad de que algo no sea ni verdadero ni falso.

Lógica vaga (o difusa)

La teoría de conjuntos, establece que dado un elemento x, entonces o bien x pertenece a una cierta clase o bien no pertenece a ella. Los conjuntos se pueden definir claramente. Esta situación no contempla a los conjuntos (la mayoría) cuya nitidez no es tal y donde la noción de pertenencia es una cuestión de grados. Sin duda que el concepto de *número par* no es borroso en lo más mínimo, pero otros como el de «alto», «obra de arte», «pornografía» tienen límites muy vagos e imprecisos, aún en la mejor intención clasificatoria. El lenguaje natural tiene expresiones precisamente para dar a entender esa vaguedad: *una especie de, más... que otra cosa, en términos generales*, etcétera.

Las relaciones de pertenencia de un individuo a los grupos con los que interactúa es más una cuestión de grados que una claridad tajante. En una lógica de este tipo «p o \neg p» no es una verdad formal, porque siempre hay puntos intermedios a esos extremos, y «p \wedge \neg p» no es una contradicción porque siempre hay grados de ser p y grados de ser \neg p.

Este modelo lógico no sólo propone para los enunciados valores de verdad vagos, tablas imprecisas y reglas de inferencia que solo pueden ser aproximadas, pero nunca exactas, sino que también propone que, por ello mismo, los sistemas axiomáticos o sistemas de deducción natural, así como otros problemas clásicos de los lenguajes formales (como la consistencia —que no existan contradicciones— y la completud —que todas las verdades puedan ser expresadas) resultan problemas muy marginales. Por lo tanto la lógica vaga no es sólo un instrumento para manejar enunciados que tienen un valor de verdad impreciso, sino que ella misma es imprecisa.

Lógica modal

En la Lógica Simbólica tradicional no se admiten *modalidades* de la verdad o la falsedad. Es la lógica modal quien se ocupa de esos matices.

El asunto de las lógicas modales es el problema de las verdades necesarias y de las verdades contingentes. Por supuesto se pueden dar ejemplos: « $7 + 5 = 12$ » debe ser considerada una verdad necesaria y «El 15 de abril del año 2004, llovió» es una verdad contingente. La negación de una verdad necesaria es imposible o una contradicción (así como la negación de una verdad imposible resulta una verdad necesaria), en cambio la negación de una verdad contingente es sólo posible o contingente.

Algunos lógicos que defienden la necesidad de la lógica modal lo hacen señalando por ejemplo el problema de lo que se llama *el condicional subjuntivo*. Supongamos el enunciado «x es soluble en agua», lo que implica que si x fuera puesto en agua, entonces se disolvería. Esto sin duda se puede expresar como $A \rightarrow B$. Pero tenemos que esto sería verdadero para todos los casos en que el antecedente es falso. Ahora bien cuando decimos que si x fuera soluble, entonces se disolvería en agua, no pretendemos decir que si «esto» no fuera agua, entonces el condicional es verdadero, lo que solemos querer decir es que el enunciado es verdad porque al cumplirse el antecedente, entonces se cumple el consecuente. Algunos sostienen que esta particular relación que supone el concepto de que si algo es soluble, entonces *necesariamente* se disolverá en agua, necesita del esquema del lenguaje proporcionado por la lógica modal. Esa idea de *necesidad* con la que se caracteriza a la relación deductiva no puede ser expresada en el lenguaje de la lógica matemática.

Dentro de la lógica modal distinguiremos dos tipos de lógicas modales: las lógicas modales en sentido restringido y las lógicas modales en sentido amplio.

Lógicas modales aléticas

Las lógicas modales en sentido restringido, corresponden al análisis clásico (cuyo origen está en Aristóteles) y trata sobre modalidades aléticas (modalidades de la verdad /aletheia). Lo que esta lógica estudia son las relaciones de inferencia entre enunciados afectados por operadores modales.

En el lenguaje natural este tipo de operadores lo visualizamos en expresiones como «es necesario que p», «es posible que p», «no es imposible que p», etcétera. Todas las cláusulas modales pueden reducirse a una: esa puede ser o bien la noción de necesidad o la de imposibilidad.

«Es necesario que...» se expresa mediante el símbolo \Box

«Es posible que...» se expresa como \Diamond

A partir de \Box tenemos que podemos definir $\neg \Box \neg$ como equivalente de \Diamond

A partir de \Diamond podemos definir $\neg \Diamond \neg$ como equivalente de \Box

La lógica modal puede entenderse como un instrumento para analizar inferencias entre proposiciones afectadas por operadores modales, como también un instrumento para analizar el concepto de *necesidad lógica*. En este sentido se sostiene que el concepto de necesidad lógica no puede ser aclarado sin utilizar la lógica modal dado que la relación de necesidad, de necesariamente verdadero no se debe ni a las premisas ni a la conclusión por separadas, sino a la manera en que ellas están ligadas por un operador modal: necesariamente. Desde la lógica modal se entiende que la noción de implicación no puede definirse estrictamente sin hacer uso de estos operadores modales.

Algunas leyes de la lógica modal

$$p \rightarrow \Diamond p$$

$$\Box p \rightarrow p$$

$$\Box (p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$$

$$\neg \Diamond (p \vee q) \leftrightarrow (\neg \Diamond p \wedge \neg \Diamond q)$$

$(\Box p \vee \Box q) \rightarrow (\Box p \vee \Box q)$, etcétera. Como se ve estas leyes respetan las leyes de la lógica proposicional, simplemente se aplican a operadores modales.

Lógicas modales deónticas

La lógica modal deóntica se ocupa de las inferencias entre normas, es decir, entre proposiciones prescriptivas. Se consideran modalidades deónticas expresiones como «es obligatorio que p», «está permitido que p», «está prohibido que p». Aunque las normas legales no tienen valores de verdad, puedo establecer relaciones de tal manera que de la afirmación de que algo es obligatorio puede seguirse que alguna otra cosa está prohibida.

Lógica intuicionista

Los intuicionistas sostienen que ciertos principios de la lógica simbólica clásica no tienen las garantías suficientes pues pueden presentarse contraejemplos, es decir, casos en los que no valen. El intuicionismo ataca los fundamentos mismos sobre los que se construye la lógica simbólica clásica. Esta diferencia es el resultado de una diferencia sobre la naturaleza y el estatus de la lógica.

La lógica simbólica clásica concibe a la lógica como la más básica de todas las teorías, en la medida en que ella expresa ciertas leyes del razonamiento, común a cualquier área. Por lo tanto, la matemática se debe reducir a la lógica. Los intuicionistas, sin embargo creen que la matemática es primaria y la lógica es secundaria, por ser una colección de esas reglas. Pero los intuicionistas solo reconocen como parte de las matemáticas aquellas entidades construibles. Así la prueba de la existencia de un cierto número, será aceptada sólo si tal número puede construirse.

El intuicionismo sostiene que la ley del tercero excluido no vale pues hay enunciados que no son ni verdaderos ni falsos. No hay que olvidar que la lógica intuicionista no se refiere a cualquier enunciado sino a proposiciones matemáticas.

El costo de las lógicas divergentes

Los ejemplos de lógicas modales que hemos visto tratan de sustentar su pertinencia en la existencia de buenas razones para decidir introducir nuevos modalizadores o nuevos valores de verdad. Tales razones tienen que ver con el estudio de problemas que el desarrollo de la lógica simbólica no reconoció o no atendió adecuadamente. Pero el problema está en que la solución de esos nuevos problemas, o viejos problemas para los que se postulan soluciones nuevas, tiene su costo, pues generan otros problemas.

Por supuesto una lógica polivalente no hace que necesariamente uno esté condenado a la creencia de nuevos valores de verdad, de valores de verdad que la lógica simbólica tradicional no atiende. Pero hablar así es decir que cuando decimos que un enunciado es indefinido, o que el nivel de pertenencia de un individuo a un grupo es vago, lo que estamos haciendo es otorgar valores de verdad distintos de verdad y falsedad a raíz de si nosotros podemos saber o conocer qué valor de verdad le corresponde a un enunciado al momento de su emisión. Por supuesto que hablar de tal manera es lo mismo que decir que la lógica simbólica tradicional tiene razón en responder a la noción de bivalencia. Es posible, pensar que esas lógicas multivalentes lo que hacen es, retratar qué ocurre en el lenguaje natural con enunciados cuyo valor resulta no saberse. Esta solución no satisface del todo. Primero porque volvemos al problema planteado por las lógicas trivalentes sobre el tema de los futuros contingentes. Segundo porque muchas de esas lógicas divergentes pretenden ser rivales de la lógica simbólica clásica. Por lo tanto no se piensan como especificaciones de la lógica simbólica clásica, sino que se piensan como lógicas sustitutivas. Es claro entonces que eso tendrá consecuencias para una teoría de la verdad.

Las teorías de la verdad intentan explicar por qué razones podemos garantizar que estamos en lo correcto cuando decimos que tal enunciado o que tal inferencia es verdadera o que es falsa. Hay varios tipos de teorías de la verdad. Pero esa diversidad de tipos de teorías de la verdad han sido elaboradas desde una concepción bivalente.

¿A qué corresponderían los otros valores de verdad? No hay unanimidad al respecto. Ni siquiera en las lógicas trivalentes hay acuerdos respecto a qué significa ese

tercer valor, o cómo podría representarse desde los recursos de nuestra racionalidad. Unas lógicas dicen que se trata de que un enunciado tiene un valor indeterminable. Otras sostienen que se trata de un valor de verdad indecidible.

La adopción de lógicas divergentes nos lleva a otros problemas respecto de la verdad. Véase que una cosa es decir que la lógica simbólica tradicional al tomar en cuenta la noción de enunciado se atiene solamente a aquellos enunciados que o bien son verdaderos o bien son falsos y deja sin tratar enunciados que podrían tener otros valores de verdad (sea lo que esto sea). Otra cosa es decir que la lógica simbólica tradicional trata como verdaderos o falsos enunciados que tienen otro valor de verdad. La diferencia es enorme. Lo primero implica que las lógicas divergentes pretenden recuperar para el cálculo formalizado algunos enunciados sobre los cuales la lógica simbólica tradicional no operaba. Lo segundo implica que la lógica simbólica tradicional está equivocada, porque si bien hay enunciados verdaderos y falsos, también hay enunciados que tienen otros valores de verdad y al desconocer esto la lógica simbólica tradicional lo que ha hecho ha sido «forzar» el tratamiento de los enunciados para tratarlos como bivalentes, aunque no lo fueran.

El problema extra que se plantea es que sea cual sea el caso, la lógica trivalente no logra hacer verdaderas algunas inferencias en las que creemos tener buenas razones para considerarlas verdaderas, como el caso del Modus Tollens, como vimos en la lógica trivariada de Lukaziewicz. Por lo tanto el pasarnos a una lógica trivariada y abandonar la lógica bivariada nos obliga a cambiar de mundo, nos condena a no tener forma de mostrar que ciertas cosas que consideramos necesarias lógicamente, efectivamente lo son. Mientras la lógica bivariada nos garantiza (mediante el análisis de las relaciones de clases que se involucran en los enunciados) que son esas relaciones las que nos obligan a aceptar ciertas inferencias en virtud de la necesidad lógica, ahora esa necesidad lógica puede quedar diluida para algunas estructuras argumentativas.

No en vano desde la lógica simbólica clásica la respuesta a las lógicas simbólicas no clásicas o divergentes ha sido diversa. Algunos afirman que ninguna lógica polivalente es realmente una lógica, por lo que habría que delimitar el campo de la lógica, al campo de la lógica simbólica clásica. Otros opinan que algunos de estos análisis se pueden incorporar a la lógica para incluir en su objeto de reflexión enunciados que no quedaban capturados por los recursos de la lógica simbólica clásica. Con esto se propone *extender* la lógica y su lenguaje, manteniendo a las lógicas divergentes en un papel secundario y marginal.

Algunos consideran que las lógicas modales no son más que extensiones de la lógica simbólica tradicional y que, de hecho, ellas no se necesitan. En algunos casos estas posturas parecen sostenerse en que el empleo de la lógica modal es engorroso y no reporta tanto beneficio como promete.

Por lo tanto, cambiar de lógica es mucho más que cambiar de definición de conectivos o de símbolos a ser empleados en el lenguaje. En el fondo un cambio de lógica implica un cambio en las posibilidades demostrativas de nuestro lenguaje puesto que

supone un cambio de representación del mundo. La decisión de hacer o no hacer ese cambio no puede decidirse apelando a la lógica. Más bien serán nuestras concepciones sobre el mundo, sobre las relaciones entre el lenguaje y el mundo, será nuestra ontología la que terminará decidiendo qué modelización de la verdad inferencial emplear. Serán esas consideraciones metafísicas las que nos permitan responder a la cuestión de si el falibilismo puede alcanzar a la lógica, es decir si la lógica es falible. Por lo tanto, quien se comprometa con ello, deberá aceptar que nada evita que exista algún tipo de experiencia que resulte incompatible con las verdades de la lógica.

Bibliografía

Aristóteles, *Obras*, Madrid, Aguilar, 1973.

Deaño, Alfredo, *Introducción a la lógica formal*, Madrid, Alianza Editorial, 1999.

Haack, Susan. *Lógica Divergente*, Madrid, Paraninfo, 1980.

Haack, Susan, *Filosofía de las lógicas*, Madrid, Cátedra, 1991.

Symploké: Enciclopedia Filosófica, en <<http://symploke.trujaman.org>>

Von Wright, Georg Henrik, *Un ensayo de lógica deóntica y la teoría general de la acción*, México, UNAM, 1976.

Lecturas recomendadas

Hughes, G. E. y Cresswell, M. J., *Introducción a la lógica modal*, España, Tecnos, 1973.

Jansana, R., *Una introducción a la lógica modal*, España, Tecnos, 1990.

Robles, Joaquín, «La lógica deóntica», en *El Catoblepas: Revista crítica del presente*, en <<http://www.nodulo.org/ec/2006/no55p11.htm>>

Teoría de la Argumentación

Concepto de Argumentación

En la consideración habitual (en la Retórica o en la Teoría de la Argumentación), se denomina 'Argumentación' a una forma de discurso (en el contexto de la Comunicación) que tiene la finalidad de alcanzar el asentimiento (o el rechazo) de un interlocutor respecto a la validez (o no) de una afirmación o de una norma empleando para ello en el proceso de comunicación referencias a afirmaciones o normas que se presupone son admitidas por ambas partes.

La argumentación se desarrolla en forma de «proceso» y se articula así en fases o pasos en que se puede ir logrando el asentimiento a una afirmación o norma y donde cada paso o fase (en cuanto se consideran como cumpliendo los objetivos parciales al lograr esos asentimientos) sirven de apoyo a nuevos pasos en el proceso de lograr el asentimiento final. Esos pasos que forman parte del proceso total de argumentación y donde se intenta conseguir asentimientos parciales son denominados «argumentos».

El tipo de proceso comunicacional de la argumentación que se articula de tal forma que cada argumento es precedido por otro - con lo que la admisión de su validez requiere la del argumento previo - se denomina «cadena argumental». Cuando ningún participante en el proceso argumentativo que haya asentido a las afirmaciones o normas admitidas en el comienzo puede negar su asentimiento a ningún otro paso posterior sin contradecirse a sí mismo por haber asentido previamente a todos los pasos anteriores, se habla de una «argumentación concluyente».

Una argumentación concluyente en apoyo de una afirmación (teoría) o norma (praxis) es denominada «fundamentación» de la misma; y en caso de tratarse específicamente de una afirmación de orden teórico se la llama «demostración».

Los conceptos, problemas y procedimientos del proceso comunicacional «argumentación» han sido objeto, desde la Antigüedad, de estudios organizados tanto en lo que hoy se llama la Teoría de la Argumentación, pero que anteriormente fue denominada Retórica, como también de examen y análisis, en lo que concierne a la validez lógica de las relaciones establecidas entre los contenidos de las comunicaciones argumentales, realizándose ese examen desde la Lógica (Tópicos de Aristóteles, etcétera).

Tal tipo de tratamiento arranca, en la Grecia clásica, de las controversias en la Sofística. El examen de los argumentos «aparentes» formulados en tales discusiones fue uno de los puntos de partida desde los que Sócrates inició su método

argumentativo de la Dialéctica —que fue perfeccionado por Platón y que es una de las bases de la Lógica de Aristóteles.

La comprensión inicial comunicacional y lógica de la Argumentación sufrió una transformación a lo largo de la evolución del pensamiento filosófico que dio lugar a la todavía usual diferencia total entre el tratamiento lógico y el tratamiento del tema en la Retórica.

Para comprender el papel actual de la argumentación es necesario saber cómo esta está conectada con la Retórica. De esta manera puede rastrearse la reflexión sistematizada acerca de los fenómenos persuasivos a Grecia. Grecia hacia el siglo V a.c. estaba viviendo un momento muy particular desde el punto de vista político tras la caída de dos tiranos sicilianos (Gelón e Hierón), lo que propició el desarrollo de los mecanismos de debate, argumentación, convencimiento y persuasión.

En este marco la palabra oral y escrita fue tomando importancia y prestigio, ya sea al ser utilizada en los jurados populares para convencerlos de lo justo de los reclamos, o en los discursos de aquellos que aspiraban a cargos políticos.

Esto condujo a nuevas necesidades educativas, la educación permitía a los individuos que accedían a ella conectarse con técnicas que poseían cierta eficacia y precisión. Aparecen los sofistas como fundadores de una pedagogía sistemática, y como los primeros docentes de retórica.

Los sofistas hacían un uso instrumental de la cultura en función de sus intereses. Para ellos la retórica buscaba persuadir y, la persuasión es posible si conocemos al auditorio, que es quien recibe el mensaje, de allí que haya que estar en conocimiento de cuáles son sus formas de pensar y sentir.

No haremos una historización pormenorizada de la retórica o de la lógica, simplemente pretendemos marcar el origen de la retórica para poder diferenciarla de la teoría de la argumentación.

La lógica a través de las reglas y las peculiaridades que presenta al analizar argumentos deductivos, fue tomando un perfil que la acercó a la ciencia. Sin embargo el análisis de todas las estructuras argumentales pertenecientes a argumentos no vinculados a las ciencias se fueron volviendo un asunto de retórica. En la antigüedad se conocían con el nombre de retórica una serie de saberes que hacían al manejo de los discursos.

La Teoría de la Argumentación se encuentra vinculada a la Retórica, sin embargo deben ser diferenciadas. Por Teoría de la Argumentación nos referimos al análisis de las particularidades de la argumentación en diversos campos de la vida humana, sin fines de utilidad inmediata. Por Retórica se entenderá una serie de recomendaciones útiles para un orador o para quien tiene que realizar una exposición o una argumentación. La retórica está ligada a aspectos funcionales de la argumentación. Dentro de ella encontramos los consejos de oratoria sobre la claridad, la definición, la elocuencia, el manejo de la voz, de los gestos, etcétera.

El papel de la retórica en la historia ha sido la siguiente:

- En la Escolástica tardía del Barroco, el tratamiento de la Argumentación se reduce, perdiendo así la co-observación del contexto comunicacional básico en Sócrates y Platón, al examen de la dimensión lógica: los argumentos serán correctos o incorrectos simplemente en referencia al cumplimiento de reglas de la sintaxis lógica.
- Por otra parte, la Retórica fue perdiendo paulatinamente importancia (era esencial en la propedéutica medieval: *Trivium y Quadrivium*) hasta su separación total de la Lógica. En los siglos XVIII y XIX reaparece la «disciplina» de la Retórica como conjunto de instrucciones y procedimientos práctico-comunicacionales para lograr convencer al oyente o lector de la validez (o no-validez) de opiniones en disputa. Cuando tales procedimientos se configuran de tal forma que lo único relevante es lograr el cambio de mentalidad en el interlocutor, pasando por alto la corrección o validez de los argumentos empleados, se llega a una forma de «retórica» entendida en un sentido peyorativo: como mera técnica de la manipulación de la mente y conciencia del otro.

La argumentación realizada en el contexto de la discusión jurídica, donde el argumentar tiene primariamente la finalidad pragmática de lograr el asentimiento de la otra parte, ha dado lugar a los estudios de la llamada «Nueva Retórica».²⁷

Partiendo en gran parte de esta evolución se ha iniciado una reflexión teórica sobre la argumentación que ha dado lugar a la nueva «Teoría de la Argumentación».

Teoría de la Argumentación

Se denomina «Teoría de la Argumentación» al estudio de las estructuras formales en el argumentar como proceso comunicacional.

En el sistema de conocimientos definido como Lógica Moderna —Filosofía Analítica, movimiento del Positivismo Lógico y tendencias similares, como la del Racionalismo Crítico de Popper y Albert— se planteó la pretensión de que la lógica estándar debía ser la pauta universal o única perspectiva válida para observar también cualquier proceso comunicacional de argumentación, es decir, no sólo la argumentación científica o teórica sino cualquier interacción comunicacional en el ámbito cotidiano, jurídico, religioso etcétera. La validez o no de tales argumentos debería, según esa concepción, ser enjuiciada desde los criterios de la lógica pura.

Estas pretensiones dieron lugar, en el amplio escenario de la discusión filosófico y meta-teórica a una serie de reacciones. Gran parte de la obra de Wittgenstein parece haber surgido precisamente como reacción ante esas pretensiones totalitarias de los logicistas. El renacimiento de la vieja Retórica (o de la Tópica aristotélica) es otra reacción ante esos planteamientos.

En otro contexto se sitúa la propuesta de Ch. S. Peirce (continuada, pero también deformada por C. W. Morris) sobre una «Pragmática». Y también en otro

²⁷ Perelman, 1968.

contexto está la reacción ante el Logicismo que inició J. L. Austin (*Speech Acts*) y ha sido desarrollada por J. R. Searle.

Estas reacciones pueden articularse en las siguientes tendencias que desarrollaremos en los capítulos subsiguientes:

1. El examen de las estructuras argumentativas (Toulmin);
2. La nueva Retórica (Perelman).

Desde este panorama denominamos «Teoría de la Argumentación» al estudio de las estructuras formales en el argumentar como proceso comunicacional. La argumentación es un tipo de discurso expositivo que tiene como finalidad defender con razones o argumentos una tesis, es decir, una idea que se quiere probar, o sustentar una hipótesis. También es el arte de organizar juicios para persuadir o disuadir a un auditorio; la Teoría de la Argumentación es considerada una disciplina filosófica que estudia las diferentes técnicas discursivas que permiten acrecentar o disuadir a una, o muchas personas sobre la tesis que propone un orador o escritor.

La argumentación como forma de discurso es definida por la mayoría de los autores desde su intencionalidad.

Por ejemplo Perelman plantea que «es el estudio de las técnicas discursivas que permiten provocar o aumentar la adhesión de los individuos a las tesis presentadas para su asentimiento.»²⁸

Grize por su parte plantea a la argumentación como una actividad dialógica, modulada por las réplicas explícitas de un oponente que puede contraargumentar, negociar y aun hacer fracasar con un discurso el que le ha sido dirigido.²⁹

Por su parte Van Eemeren nos dice que «la argumentación es una actividad verbal, social, e intelectual dirigida a convencer a un crítico razonable de la aceptabilidad de un punto de vista por medio de una constelación de proposiciones que justifican o refutan la proposición expresada en el punto de vista».³⁰

En resumen podemos decir que la argumentación es una forma de discurso que tiene la finalidad de alcanzar el asentimiento o el rechazo de un interlocutor respecto a la validez o no de una afirmación o de una norma, empleando para ello en el proceso de comunicación referencias a afirmaciones o normas que se presupone que son admitidas por ambas partes.

La lógica y el discurso cotidiano

El hombre en su dimensión social se manifiesta de diferentes modos, siendo uno de ellos la comunicación. Utilizamos cotidianamente diferentes mecanismos comunicativos, muchas veces de manera inconsciente, incluso hay instituciones que se encargan de regular y organizar las formas de comunicación entre los hombres. Al

28 Perelman, Ch., «Le champ de l'argumentation», en Perelman, Ch. y Olbretchs-Tyteca, C., *Tratado de la argumentación. La nueva retórica*, Madrid, Gredos, 1984, p. 15.

29 Grize, J. B., *De la logique à l'argumentation*, Génova-París, DROZ, 1982.

30 Van Eemeren, F. y Grootendorst, R., *A systematic theory of argumentation. The pragma-dialectical approach*, Cambridge, Cambridge University Press, 2004.

comunicarnos ponemos en funcionamiento diferentes modalidades para organizar nuestro discurso, a veces narramos, a veces describimos, otras argumentamos. La argumentación como modalidad comunicativa parece condicionar a las restantes.

Marafioti señala que las formas de estructurar la argumentación que se dan en las diferentes comunidades son aspectos fundamentales que organizan la relación con el universo externo. Es por esto que las Teorías de la Argumentación pretenden partir de la realidad, es decir pretenden ver qué es lo que hacen los hombres cuando dicen que argumentan.

La tarea de las Teorías de la Argumentación es bastante diferente de la tarea que posee la Lógica Simbólica. Esta posee una tarea prescriptiva, dado que en primer lugar denuncia al lenguaje natural como un lenguaje que cae en el error (no olvidar su propensión a la ambigüedad, a la vaguedad, a las metáforas, etcétera) por lo que no puede ser considerado un buen instrumento para el conocimiento. En segundo lugar la Lógica Simbólica desarrolla un lenguaje formal para evitar que el razonamiento caiga en los errores generados por el lenguaje natural. Y en tercer lugar plantea criterios para distinguir un razonamiento bueno (correcto, válido) de aquel que no lo es, planteando para ello una demostración formal de lo que significa la idea de corrección argumental. De esta manera la lógica se ha transformado en un intento de prescribir qué es lo correcto y qué no lo es.

El problema consiste en que lo que los individuos consideran o conciben como correcto no coincide con lo que la lógica establece como tal. Esto se debe a que en la complejidad de nuestro mundo uno debe decidir sobre argumentos que le son propuestos y respecto de los cuales nunca puede ejercer, realmente ningún tipo de cálculo lógico. En la vida práctica no nos sirve de mucho someter un argumento a un análisis inferencial para determinar la validez del mismo.

Todo el tiempo estamos tomando decisiones, es decir sacando conclusiones a partir de ciertas premisas, pero muy pocas veces estamos seguros acerca de la verdad de las premisas. En muchas ocasiones creemos que ellas son verdad, y muchas veces nuestras creencias resultan falsas.

La evaluación de los argumentos realizados por los instrumentos de la lógica formal va muy bien de la mano de la ciencia, pero no de la vida cotidiana. En la vida cotidiana los argumentos contienen más elementos que aseveraciones y muchas veces son esos datos (el uso concreto de ciertas palabras en lugar de otras, las inflexiones de la voz, etcétera) los que no solo ayudan sino que pueden determinar una interpretación de los hechos y de la conclusión que inferimos.

Ante este panorama las Teorías de la Argumentación tienen en común el intento de observar como funciona la argumentación en diferentes campos de la vida humana y entender, que es lo que efectivamente hacen los humanos cuando argumentan.

Características de la argumentación

La argumentación puede ser caracterizada como una actividad social, intelectual, verbal, y como un asunto de opiniones.

Los individuos somos quienes argumentamos, y por ello presentamos argumentos concretos en diferentes situaciones: el escritor de un libro, el político que responde a un periodista, el periodista que firma una columna, el médico que extrae conclusiones luego de ver análisis clínicos, el juez que decide si las pruebas presentadas son suficientes y concluyentes para determinar la culpabilidad del acusado. Pero más allá de estos casos la argumentación es una actividad social. Esto se debe a que los individuos apelan al lenguaje, a ciertos códigos de construcción de significados que nunca son meros lenguajes privados. Los significados que las palabras poseen no dependen de cada uno de nosotros, sino que los mismos están regulados socialmente.

También decimos que la misma es una actividad social en la medida que un argumento una vez que es presentado, puede ser abordado y controlado por cualquier integrante de la sociedad. Los argumentos en cuanto pensamientos pueden trascender a nuestras emociones y representaciones para transformarse en un asunto objetivo, es decir en un objeto que puede ser abordado por otras subjetividades. Aunque la argumentación es una actividad social esto no significa que un individuo no puede de forma aislada analizar un argumento, ver un argumento, revisarlo e incluso rearmarlo, pero esto puede realizarlo porque el mismo está socialmente referido al uso de un lenguaje.

Nos referimos a la argumentación como una actividad intelectual porque es una actividad realizada por seres racionales, por lo que involucra el razonamiento, y por lo tanto se hace usando reglas, que de alguna manera todos los participantes acatan. Estas reglas no tienen porque ser explícitas, pero en el proceso argumentativo las mismas pueden ser explicitadas en caso de ser necesario. Además estas reglas delimitan y determinan qué procedimientos se consideran legítimos y cuáles no. Aquellos procedimientos considerados ilegítimos suponen que no forman parte de una argumentación, en tanto que actividad racional.

La argumentación, en tanto que actividad intelectual supone la posibilidad de un análisis continuo de las relaciones entre premisas y conclusión, y por lo consiguiente de las garantías que ofrecen las premisas a favor de las conclusiones.

Además la argumentación es una actividad verbal. Hay que tener en cuenta que la Lógica nos plantea que todo lo que involucra actitudes o elementos no verbales queda totalmente fuera de lo que se considera un argumento. Pero también hay que reconocer que estamos llenos de elementos que deberían ser considerados discursos argumentativos y que muchas veces no se transmiten de forma verbal.

Baudrillard comentando una fotografía, decía que es muy común afirmar que estamos en la era de la imagen, sin embargo la necesidad de que la explicación, la interpretación de algo, y por consiguiente el dar argumentos, se vehiculice mediante la actividad verbal (oral o escrita) hace que sea lo verbal el medio donde encontramos la argumentación.

Describir a la argumentación como una actividad intelectual y verbal, supone que en situaciones óptimas la forma de argumentar será la palabra y que cada individuo

puede pedir las aclaraciones verbales que considere necesario, para poder evitar todo elemento ambiguo que pueda estar interfiriendo en el proceso argumentativo.

La argumentación es también un asunto de opiniones. Se argumenta sobre aquello que no se sabe, sobre lo que es una materia opinable. Hay temas sobre los que no se discute, ya sea la mortalidad del hombre o el punto de ebullición del agua. Tales cuestiones están probadas por la ciencia, por lo que ninguno de nosotros debemos hacernos cargo de demostrarlos.

Por otro lado, lo que es opinable o no es algo que depende del contexto histórico. Así mientras en un momento pudo ser opinable la supuesta esfericidad de la Tierra, hoy no lo es. El desarrollo del conocimiento humano nos permite aventurar que es muy poco probable que vuelva a ser tema de controversia.

Esto nos lleva a que se argumenta sobre lo que no hay una prueba contundente, bajo los criterios de lo que la comunidad entiende que es una prueba contundente. La argumentación está vinculada con problemas, y estos suponen que alguien tiene la necesidad de resolverlos, de hallarles una solución. Ante esto podemos decir que la argumentación tiene como elemento estructurante lo problemático. La argumentación siempre va dirigida a un objeto, y se realiza para organizar acciones en torno al saber que se encuentre (estar a favor o en contra de un asunto, comprar o no comprar, elegir o no elegir).

La argumentación es un proceso que consiste en justificar opiniones. Lo que intentamos es dar una prueba de que esa opinión es necesaria, es decir que cualquiera que se encontrara en nuestra situación defendería lo mismo.

Al argumentar, justificamos creencias, opiniones. En principio lo que se pretende es ver si se encuentra un modo correcto de asegurar la verdad de la conclusión, al dar como afirmadas un cierto conjunto de premisas. El fin que se persigue es demostrar o asegurar, con cierto grado de razonabilidad alto, que tal conclusión es la mejor que podemos asumir.

Por consiguiente, argumentar es una práctica lingüística que se desarrolla dentro de ciertas reglas, y que tiene lugar dentro de un cierto contexto comunicativo mediante el cual pretendemos dar razones ente los demás o ante nosotros. En definitiva, las premisas o razones que presentamos para justificar un hecho o una conclusión pretenden tener validez intersubjetiva o susceptible de crítica y precisamente a través de ella para llegar a acuerdos comunicativos.

Argumentación vs. demostración

Es importante destacar que en teoría de la argumentación se entiende por argumentación algo muy diferente de lo que se entiende en lógica simbólica clásica. Por eso se diferencia entre la argumentación y la demostración.

Cuando hablamos de demostración nos referimos a la argumentación deductiva de la que se ocupa la Lógica Simbólica, teniendo su territorio dentro de las ciencias formales.

Si hay posibilidad de demostración entonces ésta zanja toda posible discusión. De todas maneras en la mayoría de los casos de la vida cotidiana la misma no puede ser llevada a cabo, sin embargo utilizamos la palabra demostración para dar fuerza y legitimidad a aquello de lo que estamos hablando y porque el modelo de la argumentación ideal es la demostración.

La demostración parte de un conjunto de axiomas que aparecen como verdades indiscutibles. La demostración se impone en virtud de que expresa una relación entre las premisas aceptadas. Es decir, si se aceptan las premisas esto nos obliga a aceptar la conclusión, y esa obligación en la que nos vemos envuelto debiera servir para ver que entonces aceptar la verdad de las premisas y la verdad de la conclusión no son dos cosas diferentes, sino que son una sola y misma cosa.

La argumentación por su parte se ha desarrollado sobre el terreno menos seguro: el camino de la duda. Esto se debe a que la argumentación debe presentar justificaciones, agregar razones para fortalecer las relaciones presupuestas por la verdad de las premisas.

En la Lógica estamos en el terreno de la certeza absoluta, de lo cierto, mientras que en la argumentación estamos en el terreno de «lo no cierto, el de lo probable». Por consiguiente, a la pregunta ¿cómo se impone un argumento fuera del campo de la lógica?, la respuesta ha ido por el lado de la persuasión. Es entonces que el juego de la argumentación resulta ser la reinstalación de la racionalidad, pero como racionalidad persuasiva.

El terreno de la argumentación es un terreno inseguro, donde no sabemos si las premisas son verdaderas o falsas, y sin embargo estamos obligados a actuar, a tomar una decisión, y actuar en consecuencia. Por consiguiente, el asunto es saber qué clase de razonamiento se utiliza en las situaciones concretas en que se usan las estrategias discursivas. Ante esto debe abandonarse la idea de que el modelo de argumentación es la argumentación deductiva, y el resto son argumentaciones fallidas porque no cumplen con los requisitos del modelo. Para ello es necesario considerar que los diferentes tipos de argumentaciones se encuentran en principio en pie de igualdad. Y que por consiguiente, la deducción es solo un caso más de inferencias, pero no la única que merece el calificativo de racional.

Persuasión vs. manipulación

En oposición a «demostración» la palabra persuasión intenta mostrar el campo de las decisiones cotidianas, referidas a lo contingente, y realizadas desde una información fragmentaria.

No debemos confundir persuasión con manipulación. La argumentación presupone ciertas reglas de juego que implican que los argumentos se realicen bajo criterios de honestidad. En la manipulación por el contrario, la deshonestidad es la clave para entender no solo lo que se dice, sino cómo se lo dice. La manipulación viene a ser la falacia de la argumentación, ya que en la manipulación se persuade pero con

engaño mientras solo consideraremos argumentación cuando los argumentos intentan persuadir racionalmente.

Los auditorios como centro

En Teoría de la Argumentación el estudio de los contextos donde se desarrolla la argumentación es clave para entender como se procesan los argumentos. A consecuencia de esto, la pregunta ya no es qué se debe tener por argumento válido, sino qué es lo que en contextos diferentes se considera válido, ahora lo importante es cómo se produce la verdad, o como es que se produce el efecto de verdad.

Esto nos lleva a cómo se establecen los auditorios, a qué criterios responden: ¿se distinguen por la edad de los participantes?, ¿por el color de cabello?, ¿por el nivel cultural?

Se necesita de una tipología que permita determinar tanto los casos obvios como los casos efectivamente más complicados. Tal tipología devendría en fracaso si tratara de encontrar alguna característica que permita identificar en los sujetos reales la adscripción a una clase excepto que el discurso se dirige a ellos. Por lo que es necesario que sea el discurso el que revele ciertas formas de elaboración del auditorio. Es a través del discurso que configuramos, elegimos y seleccionamos a un auditorio.

Si el auditorio queda constituido como una proyección del orador que solo puede ser vista a través del discurso, entonces es necesario abordar los modelos del discurso. Por consiguiente, el auditorio no es algo dado sino que construido.

No hay criterios para determinar de antemano si un discurso es o no una argumentación porque esa catalogación supone siempre la apelación a elementos extradiscursivos.

A quien va dirigido el argumento no siempre es una persona física única, ni siquiera a veces una persona física, sino que habría que pensar al auditorio como un sistema de posiciones, es decir de relaciones que tiene lugar dentro de un espacio simbólico, antes que físico. El discurso supone y dispone posiciones, entendidas como disposiciones en torno a un asunto, a un campo de conocimiento, a una técnica, etcétera.

Perelman por ejemplo, define al auditorio como «el conjunto de aquellos en quienes el orador quiere influir con su argumentación».³¹ Al tener en cuenta el planteo de Perelman es clara la idea de que el auditorio es una construcción más o menos consciente por parte del orador, quien dirige sus discursos de manera que siempre debe existir por parte del argumentador una voluntad de coincidencia entre el discurso y su auditorio.

Marafioti señala que el auditorio debe ser considerado en término del análisis del discurso, ya que implica considerar el conjunto de la situación argumentativa como determinante de las posibilidades de tener éxito o no a la hora de argumentar. Por

31 Op cit, pág. 34.

lo que sería necesario incluir la noción de contexto como determinante de la validez o invalidez de un discurso.

El argumento como representación

En tanto el discurso se ofrece a otros, se ofrece como una representación de la realidad. Como una puesta en escena ya que se representa una verdad para que ella sea aceptada. Es por esto que sobre un mismo tema se hacen diferentes argumentos, que son distintas formas de encarar el tema.

El discurso argumentativo pretende justificar. En tanto intenta justificar, el discurso argumentativo no trabaja en el plano de la realidad sino que en un plano en el cual tiene sentido expresar la verdad o falsedad, puesto que la verdad o falsedad no puede ser predicada de la realidad. El discurso no trata de la realidad sino que presenta una cierta tematización de la realidad, el discurso recorta y ofrece la realidad. Es por esto que decimos que el discurso es un simulacro de la realidad. El discurso posee una fuerza existencial a partir del cual expresa un punto de vista, un recorte, una decisión que intenta discriminar un orden jerárquico en las fundamentaciones, tal orden permite que no toda verdad valga lo mismo. Por lo tanto el discurso supone la expresión de las diversas intensidades con las que los sujetos se relacionan con aquello que conciben como real. En resumen el discurso es una sustitución de la realidad por la representación, el discurso argumentativo es la dramatización de la realidad.

El discurso sustituye la realidad como representación, por lo que los signos tiene una realidad mayor que la de los objetos. Toda nuestra racionalidad se encuentra inscripta en este juego donde la realidad se encuentra fuera de la representación, siendo nuestro mundo un mundo de representaciones, de discursos. El mundo social es el mundo de las representaciones históricamente condicionadas, es el mundo de lo simbólico. El discurso argumentativo pretende lograr un equilibrio entre realidad y artificialidad, que no puede expresar para sí mismo, no por esto la racionalidad es inútil sino que no es segura para los fines que se propone: la verdad.

El problema del efecto de la verdad

Si admitimos que la evaluación de un mismo argumento en cuanto al efecto de la verdad depende del auditorio que lo evalúe, entonces o mantenemos la noción de verdad y nos aseguramos que hay una forma correcta y otra incorrecta de evaluar un argumento, o la verdad debe ser cambiada por una teoría de lo verosímil, de lo que es aceptado como posiblemente real.

Lo que se pretende es determinar si un auditorio vale como sistema de producción de sentido (una comunidad que da sentido por sí y ante sí), o si cada auditorio debe respetar normas básicas comunes a todo sistema de producción de sentido.

La argumentación es la forma de registro en que la producción de sentido se ejecuta y se visualiza, forma que es operatoria productiva. De allí que el centro de

la teoría de la argumentación son los discursos efectivamente construidos. Así, el discurso será considerado, como el conjunto de las estrategias del orador con vistas a modificar el juicio del auditorio acerca de un tema. Al definirlo como una operación estratégica, el discurso argumentativo si bien puede ser considerado un juego de lenguaje, no es un juego donde *todo vale*. Toda argumentación es una instancia dentro de un conjunto de posibilidades socialmente aceptadas y limitadas, pero que guardan cierta autonomía.

El discurso argumentativo no habla tanto de la verdad como de lo que cierta comunidad discursiva se permite ofrecer bajo el nombre de la verdad.

La verdad: lógica versus ontología

El centrarnos en el efecto de la verdad, nos conduce a considerar la verdad como un efecto de los discursos antes que como una causa cabe la posibilidad de preguntarse si será que los discursos en verdad hablan de una ontología o de la verdad, solo porque la nombran o la suponen. Esto supondría determinar si la verdad tiene un valor lógico y por lo tanto no ontológico. Esta distinción es importante sobre todo a la hora de abordar o incluso solucionar algunos problema de carácter ético.

En el discurso argumentativo lo principal es el problema de la fundamentación. De esta manera el discurso no es sobre la verdad sino sobre las formas en que validamos un razonamiento sobre la verdad.

La distinción entre conocimiento y persuasión que ha recorrido toda la racionalidad occidental, distinguiendo entre saber y opinión es en sí misma una ideología. La diferencia entre argumentar y persuadir es una diferencia de intensidad, no de naturaleza. El objetivo del discurso nunca ha sido la verdad sino los modos para que la verdad sea aceptada. Proponer distinguir entre demostrar y persuadir también es un acto de persuasión.

Bibliografía

- Grize, Jean Blaise, *De la logique à l'argumentation*, Génova-París, DROZ, 1982.
- Perelman, Chaïm; Olbrechts- Tyteca, Catherine, *Tratado de la argumentación: La nueva retórica*, Madrid, Gredos, 1984.
- Plantin, Christian, *La argumentación*, España, Ariel, 2005.
- Marafioti, Roberto y Santibáñez Yanez, Cristián, *Teoría de la argumentación: a 50 años de Perelman y Toulmin*, Buenos Aires, Biblos, 2010.
- Marafioti, Roberto (comp.), *Temas de argumentación*, Buenos Aires, Editorial Biblos, 1997.
- _____, *Recorridos Semiológicos: Signos, enunciación y argumentación*, Buenos Aires, Eudeba, 2005.
- _____, *Los patrones de la argumentación: La argumentación en los clásicos y en el siglo XX*, Buenos Aires, Editorial Biblos, 2005.
- Toulmin, Stephen, *The uses of argumentation*, Cambridge, Cambridge University Press, 1958.

- Van Eemeren, Frans y Grootendorst, Rob, *A systematic theory of argumentation: The pragma-dialectical approach*, Cambridge, Cambridge University Press, 2004.
- Vignaux, Georges, *La argumentación: Ensayo de lógica discursiva*, Buenos Aires, Hachette, 1986.
- Weston, Anthony, *Las claves de la argumentación*, Barcelona, Ariel, 1994.

Lecturas recomendadas

- Aristóteles, *Obras*, Madrid, Aguilar, 1973.
- Barthes, Roland, *Investigaciones retóricas I: La antigua retórica*, Buenos Aires, Tiempo Contemporáneo, 1940.
- Berrio, Jordi, *Teoría social de la persuasión*, Barcelona, Mitre, 1983.
- Capaldi, Nicholas, *Como ganar una discusión*, Barcelona, Gedisa, 1990.
- Lo Cascio, Vincenzo, *Gramática de la argumentación*, Madrid, Alianza, 1998.
- Campagna, María Cristina y Lazzeretti, Adriana, *Lógica, argumentación y retórica*, Buenos Aires, Biblos, 1998.
- Habermas, Jürgen, *Teoría de la acción comunicativa*, Madrid, Taurus, 2000.
- Santibáñez Yáñez, Cristián, *Teorías de la argumentación: Ejemplos y análisis*, Santiago de Chile, Cosmogonon, 2002.

La nueva retórica de Perelman

Generalidades básicas sobre la obra de Chaïm Perelman

En 1958 se publicaron dos obras fundamentales para el desarrollo de la teoría de la argumentación. Por un lado Chaïm Perelman y Catherine Olbrechts-Tyteca publicaron *Tratado de la argumentación. La nueva retórica*, texto que integra la teoría de la argumentación a la filosofía y al campo de la acción. Por otro lado Stephen Toulmin publica *Los usos de la argumentación*.

En este capítulo nos referiremos al primero. Perelman es un autor destacado con una larga trayectoria tanto en la argumentación en el campo del Derecho como en el campo de la reflexión moral.

Perelman como filósofo del derecho, en la obra citada introduce el concepto de «nueva retórica» pretendiendo relacionar la teoría de la argumentación con la teoría del derecho de inspiración neopositivista. Esta obra estaría en un terreno intermedio entre la lógica y la retórica, en la medida en que en ella participa algo de la dialéctica o tópica aristotélica.

Perelman y Olbrechts-Tyteca cuestionan al racionalismo artesiano principalmente, pero también a toda la forma en que la filosofía tradicionalmente ha trabajado el tema de la argumentación. No rechaza este tipo de racionalismo como tampoco lo acusa de falso o contradictorio; sino que plantea que esa forma de razonamiento es una entre otros modelos alternativos de argumentación. Por lo tanto, acusa de que el racionalismo cartesiano ha monopolizado, injustificadamente, el tratamiento de la argumentación. Su acusación a la lógica y a los teóricos del conocimiento consiste en que han descuidado la facultad de deliberar y argumentar con razones plausibles para conseguir la adhesión del auditorio.³²

Su trabajo no es de corte normativo, es decir no pretende establecer cómo debería ser la argumentación, sino descriptivo porque intenta constatar que hacen los individuos cuando argumentan, que hacen los individuos cuando creen tener buenas razones para sustentar posturas variadas a través de la adhesión a toda clase de opiniones. En vez de partir de un conjunto de afirmaciones para luego, desde allí, prescribir el correcto uso de los argumentos, Perelman tratará de entender cómo es el funcionamiento de la argumentación.

³² Perelman, Chaïm y Olbrechts-Tyteca, Catherine, *Tratado de la Argumentación: La nueva retórica*, España, Gredos, 1984. p. 30

Sentido de la Nueva Retórica

La Nueva Retórica pretende ser una teoría de la argumentación para dar cuenta de los procesos de comunicación argumentativa, entendiendo que el objetivo de la argumentación sería «obtener la adhesión de aquellos a quienes se dirige, alude por completo al auditorio al que trata de influir.»³³ La nueva retórica entonces consistiría en el estudio de las técnicas discursivas que permiten provocar o acrecentar la adhesión a las tesis presentadas por el orador con el fin de llegar a un acuerdo. La nueva retórica se ocuparía de las formas discursivas no en tanto su valor estético u ornamental sino en tanto medios de persuasión. Es necesario insistir aquí que persuasión tiene que ver con el incremento de la adhesión a un argumento y no supone, ni está necesariamente ligada, a la idea de manipulación.

El nombre de nueva retórica sugiere que la misma es o intenta ser una continuación de la antigua, pero que también se separa de aquella. La nueva retórica es una continuación de la retórica de Aristóteles en tanto vincula los argumentos a la noción de auditorios. Abarca lo que los antiguos denominaban dialéctica (la técnica de la discusión y el debate por medio de preguntas y respuestas, que trataba principalmente sobre cuestiones opinables), analizada por Aristóteles en sus Tópicos; incluye el razonamiento que Aristóteles calificaba como dialéctico para distinguirlo del razonamiento analítico de la lógica formal. Perelman llama a su teoría nueva retórica porque Aristóteles, a pesar de que reconocía la relación entre retórica y dialéctica, solo desarrolló la primera en función de todo tipo de auditorios.

Argumentación y Lenguaje jurídico

Perelman reconoce y analiza una distinción establecida por Aristóteles respecto a tres tipos de géneros discursivos: el género deliberativo, el género epidíctico y el género judicial. El primero trata de la regulación de las elecciones de orden político, el segundo refiere al reforzamiento de las normas sociales y morales, el tercero versa sobre la sanción respecto a aquellas conductas reprensibles para el conjunto de una colectividad.

Perelman no pretende solo rescatar estos tres tipos de aproximaciones al lenguaje argumental sino que toma al modelo de la argumentación de los tribunales como el modelo de toda interacción argumentativa. Esto supone reconocer el papel fundamental que el auditorio juega a la hora de argumentar. El auditorio actuaría como juez de los argumentos. Si entendemos que la argumentación solo tiene sentido sobre temas opinables, entonces la cuestión reside en determinar cómo se logra que el otro haga acuerdo con este tema.

El análisis de Perelman no consiste en llevar la lógica tradicional al razonamiento de los análisis cotidianos. Si esto fuera así entonces su cuestionamiento a la racionalidad cartesiana no tendría sentido. Por el contrario su planteo es que en el centro de la racionalidad lo que hay es un modelo de corte jurídico, que se caracteriza por

33 Idem. pág. 54

presentar los argumentos como recursos retóricos. Estos recursos retóricos son intentos de generar la adhesión de un auditorio Y en tanto se trata de temas opinables, y no de certezas absolutas, la adhesión se logra mediante componentes retóricos, mediante el uso de la retórica para motivar esa adhesión.

Perelman y Olbrechts-Tyteca recorren distintos tipos de discursos: ético, político, literarios, etcétera, tratando de ver en qué se estructuran las argumentaciones para encontrar ciertas reglas de funcionamiento básicas. En palabras de ellos «Buscamos construir —la teoría de la argumentación— analizando los medios de prueba de los que se sirven las ciencias humanas, el derecho y la filosofía: examinamos las argumentaciones presentadas por los periodistas en sus periódicos, por los políticos en sus discursos, por los abogados en sus acusaciones, por los jueces en sus sentencias, por los filósofos en sus tratados.»³⁴

Así lo que pretenden los autores es mostrar que toda argumentación parece asimilarse al modelo del discurso jurídico: se da un argumento, se intenta dar ciertas garantías que aseguren las premisas para convencer al auditorio. Tal asimilación no implica la necesidad de un conocimiento total de las formas argumentales del derecho. Más bien supone la introducción de otro concepto de racionalidad de carácter más amplio, y que capturaría ciertos procedimientos inferenciales que no pueden partir nunca de las garantías de las premisas y que, por lo tanto no quedan cubiertos por el modelo de la deducción propia de la demostración.

Los principios de la argumentación y la regla de justicia

Perelman plantea que la argumentación ocurre siempre en un marco de carácter conflictivo, esto se debe a que hay una alternativa sobre la que hay que decidir tomando en cuenta de un cierto conjunto de pretendidas garantías sobre las afirmaciones que se toman como premisas. Al ser la argumentación un proceso constituido por el intercambio de opiniones respecto a un tema el conflicto siempre está instalado.

Este conflicto se dirime en cierta forma cuando logramos a través de la argumentación que el auditorio asuma un cierto punto de vista, una forma de pensar y de actuar. En definitiva se trata de imponer una cierta forma de pensar y de actuar que se realiza a través de la retórica, y no a través del uso de la fuerza. El carácter agonístico de la argumentación sustituye el uso de la fuerza bruta.

Que el auditorio resulte persuadido, o que el auditorio reconozca y acepte ciertas premisas como garantías, supone que el auditorio reconoce en tales argumentos una relación entre premisas y conclusión que resulta justa, adecuada, del caso. El concepto de «justo» en Perelman tiene un papel central, y abarca los dos sentidos del término. Por un lado se trata de mostrar que una argumentación es justa en cuanto es conforme a una ley, a ciertas reglas y procedimientos tenidos como

³⁴ Perelman, Chaïm, *Le champ de l'argumentation*, Editions de l'Université de Bruxelles, 1970 en Marafioti, Roberto, *Los patrones de la argumentación: La argumentación en los clásicos y en el siglo XX*, Buenos Aires, Biblos, 2005, p. 97.

formas aceptables y legítimas de proceder. Por otro lado se trata de mostrar que una argumentación es justa en cuanto está justificada, en cuanto es razonable. Sin perder de vista que ahora en Perelman el modelo de la racionalidad no queda reducido al modelo de la demostración.

La argumentación retórica y la argumentación jurídica funcionan sobre esa doble idea de justicia, ya que lo razonable tiene tanto que ver con lo aceptado en relación con la norma como con lo que está adecuadamente justificado.

Perelman presenta la noción de argumentación sin recurrir a la noción de verdad, ya que en la argumentación no hay posibilidad de conclusiones definitivas. Por tanto lo que va a caracterizar a una argumentación no será su adecuación con la verdad, del tipo que sea, sino la mayor o menor influencia ejercida sobre el auditorio. Este auditorio no está nunca dispuesto a aceptar cualquier cosa que se le presente. Pero tampoco parte de axiomas o de principios verdaderos e innegables.

La clasificación de auditorios

La noción de auditorio queda definida como la clase de los individuos sobre los que el emisor de un mensaje quiere influir argumentativamente. Por lo tanto cada orador, de manera más o menos consciente, construye a su auditorio. El auditorio no está nunca dado como una entidad independiente, sino que se vincula íntimamente a la noción de intencionalidad del emisor. Pero, por otra parte, el auditorio no es igual a la propia voluntad, por lo tanto el auditorio impone ciertas reglas al orador. Por supuesto no es necesario confundir el auditorio con el público material que presencia una argumentación. Ni siquiera hay que confundir el auditorio con aquellos a quienes se dirige explícitamente un argumento.

Atendiendo a la noción de amplitud del auditorio, Perelman distingue tres tipos de auditorios. El primero es el *auditorio universal*. Este auditorio está compuesto por toda la humanidad, por todos los seres racionales. La apelación a este tipo de auditorio se hace bajo la idea de que cualquier individuo con el mismo grado de información aprobaría la misma conclusión, ya que el resto de las características individualizadoras entre los individuos no juega un papel determinante sobre la aprobación racional de una conclusión. Pero como se ve este auditorio universal parece que debe amoldarse a un cierto *auditorio de elite*, que no es otra cosa que un auditorio modelo de lo que significa ser maduros, razonables, informados, etcétera. Por lo tanto el auditorio de elite es una suerte de patrón que permite saber en qué medida alguien pertenece, realmente, al auditorio universal.

Por otra parte hay dos auditorios particulares. Uno de ellos es el constituido por aquél o aquellos interlocutores específicos a los que el orador remite el discurso. De alguna manera se lo selecciona al individuo como un ejemplo de un auditorio más extenso. El auditorio particular no es más que una suerte de fragmentación del auditorio universal. Por otro lado también el individuo puede ser su propio auditorio cuando el individuo recoge los textos para estudiarlos.

Tal como hemos visto, la noción de auditorio se divide en dos grandes tipos: los auditorios generales y los auditorios particulares. Esta distinción, aparentemente trivial respecto del número de individuos que integran el auditorio al cual se dirige la argumentación es crucial pues funda distinción entre argumentos persuasivos y argumentos convincentes. Un argumento es convincente cuando este logra convencer a auditorios generales (universales) y es persuasivo, cuando logra imponerse sobre auditorios particulares. Véase, por lo tanto que aquí la distinción entre persuasión y convencimiento no hace intervenir la noción de verdad. Por lo tanto lo que se considere convicción o persuasión dependerá de la comunidad de individuos y no de propiedades intrínsecas a un argumento. Mientras la perspectiva tradicional caracterizará la fuerza de un argumento en su relación con la verdad, aquí la argumentación no se establece mediante una relación con la verdad.

La fuerza de un argumento es proporcional al grado de adhesión que provoca. Por lo tanto un argumento tiene el valor que el auditorio le confiere. Esto nos coloca en el peligro de caer en la mera sofística. Sólo la calidad del auditorio evita eso. Pero claro que evaluar la claridad de un auditorio dista mucho de ser una tarea sencilla. Estas dificultades han hecho que algunos autores se pregunten si acaso no habría que renunciar a la idea de un auditorio universal como garantía de racionalidad.

Las bases del acuerdo

Según Perelman los acuerdos entre el orador y el auditorio se organizan, por un lado, a partir de hechos, verdades y presunciones; y, por otro lado por valores, jerarquías y lugares de preferencia.

Los *hechos* y las *verdades* son aquellos aspectos sobre los cuales orador y auditorio se ha puesto de acuerdo.

Al lado de los hechos y las verdades, a veces se parte de presunciones, que no son tan seguras. La presunción es aquello que sin ser seguro, es razonable suponer como punto de partida. Las presunciones se fundan en que lo «normal», lo general, lo que más ocurre: suele ocurrir lo que tiene mas probabilidades de ocurrir. Por supuesto esto no es seguro, pero es lo más posible. Las presunciones permiten la construcción de un verosímil. Las presunciones nos permiten organizar racionalmente nuestra actividad, cuando no podemos partir de verdades seguras

Los valores influyen sobre los cursos de acción, en la medida es que es a partir de los valores que podemos tener criterios para preferir una acción a otra, por ejemplo. Por supuesto, la mayoría de esos valores son particulares, y son aceptados por grupos restringidos, grupos particulares. Por ello partir de valores puede acotar el campo de aceptación de la argumentación. Los valores además se pueden presentar en una estructura jerárquica, que resultan estructuras dinámicas, sufriendo múltiples transformaciones según el contexto social concreto o el contexto histórico. Este ejercicio de reconocer los valores y las jerarquías de valores no es un asunto menor por cuanto son ellos los que permiten sostener y organizar un discurso.

Puede considerarse que toda argumentación implica una selección previa de hechos y valores, una forma de describirlos, con una cierta forma de darles presencia, de darles intensidad. Por lo tanto ninguna descripción es inocente ni totalmente aséptica. Toda descripción es ya una forma de operar sobre la realidad. Hay que distinguir entre el hecho de considerar a alguna de esas formas como objetiva con el hecho de que *en verdad* esa forma sea objetiva. Es en el contraste de las descripciones, de los testimonios, de las operaciones posibles, que podemos ver la manera de distinguir lo objetivo y lo relativo. Véase que aquí estas categorías toman siempre un valor relativo y no definen un criterio absoluto.

Mientras los argumentos formales son cadenas de enunciados (o ideas) que establecen una inferencia, los argumentos no formales más que una cadena constituyen un tejido, una red «conformada por todos los argumentos y todas las razones que se combinan para alcanzar el resultado deseado». No olvidemos que el objetivo del discurso es llevar al auditorio a aceptar las propuestas del orador.

Las estructuras argumentativas con las que cuenta el orador para producir ese efecto son de cinco clases:

1. los argumentos cuasi lógicos,
2. los argumentos basados en la estructura de lo real,
3. los argumentos que fundan la estructura de lo real,
4. la disociación de nociones y
5. la interacción de los argumentos.

Es necesario detenerse en cada uno de ellos.

1) Los argumentos cuasilógicos

Tal como su nombre, lo dice estos argumentos tienen un gran parecido con las estructuras válidas de la lógica formal, pero no son formas válidas (pues se trata de argumentación y no de demostración matemática). Un análisis detallado mostrará que no son obligatorios, como los esquemas deductivos propuestos por la lógica. Para que estos argumentos adquieran el valor de demostraciones necesarias sería preciso hacer lo que hace el lenguaje lógico: erradicar toda ambigüedad, toda posibilidad de múltiples interpretaciones.

Veamos cuatro tipos de argumentos cuasilógicos.

Contradicción e incompatibilidad

En el lenguaje formal, donde cada término está definido de tal manera que significa una cosa y sólo una cosa, entonces es claro que la afirmación de algo y su negación generan una contradicción, es decir la afirmación de algo y su negación resultan incompatibles. Dicho de otra manera, es imposible que ambas sean verdaderas.

En la argumentación no formal no puede pretenderse nada tan fuerte. Aquí la idea de contradicción y de incompatibilidad no serán sinónimas. Difícilmente la pluralidad de sentido de los términos permita encontrar algo como una contradicción. Podemos, sí, hablar de incompatibilidades, de sentidos incompatibles. La

incompatibilidad será la manera retórica de pretender una fuerza argumental como la contradicción.

Una incompatibilidad aparece cuando la aplicación o las derivaciones de una regla generan contradicciones con otras reglas aceptadas antes. Supongamos que sostenemos que no se debe mentir. Supongamos que aceptamos, además, que los hijos siempre deben obedecer a sus padres (o que suponemos que esto vale mientras no adquieren la mayoría de edad). En principio sería difícil sostener que esos dos valores son contradictorios. Por el contrario, tenemos situaciones en que ellos funcionan sin contradicción alguna. Pero sí podemos suponer que ambos criterios son, en algún punto incompatibles. Para ello debemos encontrar un caso en que ambas reglas entren en conflicto: a saber, ¿qué debe hacer un hijo si su padre le ordena mentir? Las incompatibilidades requieren de un ejercicio argumentativo y la solución nunca está dada a priori, hay que construirla y dependerá de lo que se haga que la solución sea aceptable o no.

Identidad, definición, analiticidad y tautología

La noción de identidad formal no puede ser negada. En cambio las nociones de identidad manejadas en la argumentación -la definición- escapan a ese criterio.

En términos formales una definición opera como una abreviatura, plenamente intercambiables. Pero en la definición esto no es así, por cuanto se trata de una figura retórica (y no lógica), es decir, cuando la definición no ayuda a clarificar el sentido de una idea sino a poner en evidencia un efecto persuasivo que se busca.

Perelman propone cuatro tipos de definiciones: 1) definición normativa: cuando se prescribe el uso de un término; 2) definición descriptiva, cuando se presenta el uso normal del término, es decir lo que usualmente significa, 3) definición de condensación, donde se indican los elementos esenciales de la definición descriptiva, y 4) la definición compleja, que combina, de manera variable, todas las otras definiciones.

Muchas veces nos encontramos con definiciones que se presentan como descriptivas y sin embargo en la economía del discurso funcionan como normativas. Por lo tanto para saber si una definición es descriptiva, debemos ver si hay otras formas de usar el término, de señalar la identidad. Si hay otras maneras, entonces esa selección no puede realizarse sin discusión y la definición no puede ser descriptiva.

Si bien la definición puede considerarse como arbitraria y conclusiva, el análisis de los términos pretende tener una característica evidente y necesaria. Ahora bien, si el análisis resulta que no aporta nada nuevo, se presenta como una tautología. Pero en la argumentación solemos tener sólo aparentes tautologías ya que para considerarlas así lo que ocurre es que ya hemos aceptado algunos elementos implícitos.

La regla de la justicia y la reciprocidad

La regla de la justicia exige que se de un tratamiento idéntico a seres o situaciones que están en una misma categoría. Para que esto sea posible esta regla debe ser una relación simétrica, donde los lugares de los individuos son intercambiables. Por

supuesto esto suele ser muy complejo de que se cumple en la realidad. Generalmente los objetos de los que se habla nunca son totalmente idénticos, sino que, cuando más, hay alguna identificación parcial donde solo es concebible la reciprocidad, un trato recíproco que supone algún grado solo parcial de aplicación de la identidad.

Argumentos de transitividad, de inclusión y de división

Muchos argumentos cuasilógicos apelan a la noción lógica de transitividad. Por supuesto, a diferencia de la transitividad que opera en las demostraciones matemáticas, una prueba empírica puede cuestionar estos principios que sólo en *apariencia* son argumentos lógicos pues allí la transitividad no está usada de manera lógica sino cuasilógica.

La relación de inclusión de un elemento en una clase presenta dos problemas: por un lado la relación de las partes al todo (inclusión) y del todo a las partes (división). Se utiliza ir de la parte al todo cuando se trata de una idea de excesiva complejidad, haciendo divisiones en su tratamiento. En ambos casos lo que se suele hacer es relacionar mecánicamente la parte con el todo.

2) Los argumentos basados en la estructura de lo real

Aquí lo importante son los enlaces que se forman, enlaces que pueden ser:

1. enlaces de sucesión que permiten vincular dos eventos que están en el mismo plano fenoménico, en el mismo nivel; y
2. enlaces de coexistencia, como, por ejemplo, la relación entre la persona y sus actos, que permiten vincular fenómenos de orden diverso;
3. las dobles jerarquías y las diferencias de orden.

Enlaces de sucesión

Estos enlaces pueden ser de tres tipos:

1. Aproximación de modo recíproco de dos acontecimientos sucesivos dados por un nexo causal (se pone en vínculo causal dos eventos sucesivos en tiempo o espacio)
2. Intento de descubrir la existencia de una causa para un acontecimiento dado, (teniendo un suceso se trata de encontrar eventos anteriores que expliquen su surgimiento)
3. Intento de descubrir las consecuencias de un acontecimiento dado, (teniendo un suceso al que se le busca una clase de sucesos respecto del cual interpretarlo, por analogía se deducen posibles consecuencias)

Las relaciones de coexistencia

Estos vínculos son de crucial importancia, por ejemplo en las Ciencias Sociales. Estas relaciones de coexistencia de ciertos factores son las que habilitan las

clasificaciones de las épocas históricas o las clasificaciones literarias o los sistemas políticos.

Las dobles jerarquías y las diferencias de orden

Siempre se pueden analizar el fundamento sobre el que descansan los acuerdos de las jerarquías y los valores. El argumento de la doble jerarquía implica la discusión de una jerarquía propuesta respecto de una jerarquía aceptada. Todo enlace de sucesión o enlace de coexistencia sirve para vincular dos jerarquías.

3) Los argumentos que fundamentan la estructura de lo real

Generalmente estos argumentos comienzan a partir de casos particulares y luego eso se transfiere a otra esfera de la realidad.

Estos argumentos son:

- El argumento por el ejemplo, que es la formulación de una regla general mediante una generalización de un caso particular,
- El argumento por la ilustración, donde se extrae la regularidad como manifestada en un caso concreto, buscando la adhesión a una regla ya conocida, y
- El argumento por el modelo, que sirve para justificar una acción proponiendo que dada cierta norma aceptada en un caso, se debe actuar por imitación.
- La analogía y la metáfora, que constituyen formas de mostrar que a una situación le corresponde una regla aceptada para otra situación

La argumentación por el ejemplo

Usar un caso como ejemplo es suponer la existencia de algunas regularidades presentes en todos los casos análogos. El ejemplo busca servir de fundamento a una regla. El *ejemplo* se usa como elemento que permite la visualización de la regla, pues es dicha regla la que está en discusión, la que debe ponerse en foco.

Lo que está en juego es el uso de un mecanismo inductivo, que permite ciertos niveles de generalización.

La argumentación por la ilustración

La regla aquí no es asunto discutido, pertenece al campo de lo aceptado, aunque es un intento por reforzarla, por hacerla más visible. Por ello mismo el caso que constituye la *ilustración* puede no ser real. La regla puede servir de introducción del caso o puede ser su moraleja.

La argumentación por el modelo

Un modelo es una conducta o suceso, de cierta relevancia social, que tiene ciertas propiedades que deseamos se generalicen. Por lo tanto se trata de un caso a imitar. El modelo suele ser una imagen idealizada.

La analogía y la metáfora

La analogía no postula una igualdad entre los términos sino sólo una semejanza, proponiendo de esa manera un trato similar.

La metáfora implica una transferencia de características de un caso a otro, pero una transferencia que nunca es identidad plena, sino generalmente parcial y no demostrada, constituyendo una forma especial de presentar una analogía.

4) La disociación de las nociones

Mientras los anteriores argumentos presentaban enlaces entre elementos, ahora se trata de:

1. rupturas de enlaces y
2. de disociación de nociones.

La **ruptura de enlaces** consiste en denunciar que determinado enlace aceptado entre conceptos debe reputarse como ilegítimo y que esos elementos deberían permanecer separados, independientes.

La **disociación de nociones** no busca tanto separar una unión ilegítima de conceptos, como cambiar el régimen de esa unión, suprimiendo incompatibilidades. Se diluye una unión para dejar los dos conceptos libres de unirse a otras categorizaciones.

5) La interacción de argumentos

El orador no solo tiene las anteriores estrategias, puntuales, sino que puede hacerlas interactuar para obtener un efecto más contundente. Por supuesto las posibilidades de hacerlo suponen un conjunto de interrogantes que no resultan pasibles de ser respondidas de manera absoluta.

Esta estrategia se pone en funcionamiento cuando lo que se pretende es fortalecer o incluso debilitar ciertas tesis que pueden o podrían ser aceptadas por el auditorio. Que tan eficaz o no sea un argumento o conjunto de argumento, depende en algunos casos del campo de conocimiento y de la concepción que gobierna las diferentes áreas de estudio.

Bibliografía

Capdevilla Gómez, Arantxa, *El discurso persuasivo: la estructura retórica de los spots electorales en televisión*, Valencia, Universitat de Valencia, 2004.

Dorantes Díaz, Francisco Javier, *La nueva retórica: alcance y limitaciones*, Chaïm Perelman y su escuela, en <<http://132.248.101.214/html-docs/tradretor/chaimper.pdf>>.

Grize, Jean Blaise, *De la logique à l'argumentation*, Génova-París, DROZ, 1982.

Long, Richard, *The role of audience in Chaïm Perelman's New Rethoric*, en revista electrónica Jac en <http://www.jacweb.org/Archived_volumes/Text_articles/V4_Long.htm>.

Perelman, Chaïm y Olbrechts-Tyteca, Catherine. *Tratado de la argumentación: La nueva retórica*, Madrid, Gredos, 1984.

Perelman, Chaïm, *Naturaleza de la nueva retórica*, en Encyclopaedia Britannica CD 99 Multimedia Edition.

Plantin, Christian, *La argumentación*, España, Ariel, 2005.

- Marafioti, Roberto y Santibáñez Yáñez, Cristián, *Teoría de la argumentación: a 50 años de Perelman y Toulmin*, Buenos Aires, Editorial Biblos, 2010.
- Marafioti, Roberto (comp.), *Temas de argumentación*, Argentina, Editorial Biblos, 1997.
- , *Recorridos Semiológicos: Signos, enunciación y argumentación*, Buenos Aires, Eudeba, 2005.
- , *Los patrones de la argumentación: La argumentación en los clásicos y en el siglo XX*, Buenos Aires, Editorial Biblos, 2005.
- Vignaux, Georges, *La argumentación: Ensayo de lógica discursiva*, Buenos Aires, Hachette, 1986.
- Weston, Anthony, *Las claves de la argumentación*, Ariel, Barcelona, 1994.

Ejercicios

1. Señale, desde la perspectiva de Perelman, qué estrategias argumentativas se usaron en cada uno de los siguientes argumentos. Justifique su respuesta.

1. Un héroe es primero un hombre que realizó cosas heroicas, y su 'heroísmo' reside en sus actos. Pero después, un hombre puede ser un hombre en potencialidades de acción heroica. Los soldados que se van a la guerra son héroes en este sentido (...) Un hombre puede ser considerado como un héroe porque ha realizado actos heroicos, mientras que, en su estado actual puede ser en todo caso, demasiado viejo o demasiado débil para realizarlos.
2. La medicina experimental admitió en el caso de los animales que para la utilidad de la medicina humana se podía sacrificar al animal. Enseguida se introdujo la idea de que para la utilidad del conjunto de la humanidad, se podía sacrificar algunos seres humanos. Por supuesto, esta idea suscitaba, al principio, fuertes defensas internas, pero la costumbre siempre termina por implantarse. Se empieza admitiendo la idea de la experimentación en condenados a muerte, luego se emite la idea de la experimentación en prisioneros de derecho común, y por último, ¿se concibió la idea de la experimentación en enemigos! El camino de las ideas es, como se ve, extremadamente temible y al mismo tiempo insidioso (H. Baruk, *Le psychiatre dans la société*).
3. ¿Puede haber maltrato aunque no se golpee a los niños? Se tiende a creer que el maltrato está referido sólo a la violencia física, sin embargo hay otras manifestaciones de maltrato que pueden llegar a ser comunes en las prácticas de crianza de los padres. Hay conductas maltratadoras como el chantaje, la ridiculización, la amenaza, y otras, que llegan a tener nefastas consecuencias sobre el desarrollo de los niños. Por lo tanto se puede afirmar que existen diferentes tipos de maltrato, entre los cuales podemos distinguir: maltrato físico, maltrato psicológico, maltrato por negligencia.
4. Igual que los ojos de los murciélagos son deslumbrados por la luz del día, de la misma manera la inteligencia de nuestra alma es deslumbrada por las cosas más naturalmente evidentes (Aristóteles, *Metafísica*, 993b).
5. Este esclavo, que reclamas como propiedad tuya, o nació en tu casa, o lo compraste, o te lo dieron, o se te dejó en testamento, o fue tomado al enemigo, o es un extranjero.
6. Pepita era, desgraciadamente un esperpento. Entre sus atractivos mejores contaban varias mellas en su sucia dentadura, un busto de escrofulosa y una nariz que parecía un mapa de relieve de los Andes. A pesar de que éramos jóvenes y poco exigentes, Pepita era un desafío al que ningún hombre que estuviera en sus cabales hubiera respondido.³⁵

35 Groucho Marx

7. Según Alberto Cardemil [refiriéndose a Michelle Bachelet], Chile se está pareciendo a la familia «cuya dueña de casa no manda, no tiene claro qué decir; los niños llegan a cualquier hora, se atrasa el almuerzo, no hay plata para la comida, se extravía el presupuesto en materias de gestión que no estaban consideradas, y el dueño de casa sale a emborracharse, cegando las posibilidades de futuro de la misma familia».³⁶
8. Y si España se apagó al entrar en este clima como una bujía se apaga por sí misma al ser sumergida en el aire denso de una cueva, fue sencillamente porque este tipo de hombres era en nuestra raza escaso y endeble.
9. Las mujeres, lo dice precisamente una mujer, quieren a la vez sorprenderse reírse, admirar, estar locamente enamoradas y ser apacibles, sentirse protegidas y comprendidas, cuchicheadas y respetadas, cortejadas y reconocidas totalmente. Ellas quieren todo, es decir, todos los hombres en uno sólo. Ellas sueñan aún con el príncipe azul [...], pero tienen necesidad de un hombre maduro y seguro; desean un hombre sensible, romántico, tierno pero en las dificultades cotidianas piensan que un Tarzán haría mejor el asunto [...] quieren tener un hijo solitas y se asombran de que los hombres las eviten.
10. La actriz Mia Farrow ha logrado nadar contra la corriente en el ambiente frívolo e inmoral de Hollywood. Vive en el campo, en una casa de madera, lejos del ruido, el acelerado y el mundo evanescente de lo material. Su generoso y amoroso corazón la ha llevado a adoptar a varios niños pobres y abandonados de distintas nacionalidades...
11. No obstante, desde sus creencias y dogmas y en ejercicio de la libertad de cultos y de pensamiento, la Iglesia Católica y otras Iglesias tienen todo el derecho a considerar la interrupción voluntaria del embarazo contraria a sus principios y dogmas y a recomendar a sus fieles el acatamiento de los mismos. Lo que es inaceptable es que el Estado imponga estos dogmas a toda la población colombiana y contradiga así los principios básicos de un Estado Social de Derecho en una nación multicultural y pluriétnica, en la cual la Constitución garantiza la libertad de conciencia y de cultos³⁷.
12. La falta de tratamiento del agua en países en vías de desarrollo sigue siendo uno de los problemas graves de salud pública. Un argumento a favor del cloro es lo que ocurre en aquellos países en vías de desarrollo, donde la pésima calidad del agua, que no se trata con cloro ni con otro desinfectante, es la trasmisora de trastornos gastrointestinales, como salmonelosis, disenterías, parasitosis y otras enfermedades —fiebre tifoidea, cólera, etcétera— ... Los virus causan graves enfermedades como la meningitis aséptica, encefalitis, poliomielititis, hepatitis y miocarditis. La tasa de morbilidad y mortalidad es muy alta, por lo que suspender la desinfección del agua sería exponer a la

³⁶ *La nación*, 16 de mayo de 2007.

³⁷ *El Tiempo*, 19 de junio de 2002, «Un Ejercicio democrático: la despenalización del aborto», por Florence Thomas

población a males mayores. En Estados Unidos, por ejemplo, antes de clorar el agua potable, la tasa anual de mortalidad por fiebre tifoidea era de 25 por 1000.000 personas. El mayor reto en sanidad pública de muchos países continúa siendo la consecución de un agua libre de esos microorganismos que transmiten gran cantidad de enfermedades.

2. Responda las siguientes preguntas desde la perspectiva de Chaïm Perelman

1. ¿Qué críticas le realiza Perelman a la racionalidad ilustrada?
2. ¿Por qué Perelman busca rescatar la retórica, y qué lugar le otorga en la argumentación?
3. ¿Cómo define al auditorio Perelman, y qué papel juega en el proceso argumentativo?
4. ¿Qué importancia le atribuye Perelman a los principios de argumentación y la regla de justicia?
5. ¿Cuáles son las bases del acuerdo? Explique la importancia de los acuerdos a la hora de argumentar.

Stephen Toulmin y su modelo argumentativo

Algunas ideas introductorias a la propuesta de Toulmin

En el capítulo anterior mencionamos que Stephen Toulmin publicó en 1958 «Los usos de la argumentación» obra que no fue tomada en cuenta por la comunidad filosófica de forma inmediata pero que fue reconocida por lingüistas y retóricos sobre todo en Estados Unidos. También es autor de obras como «El puesto de la razón en la ética», y de «Filosofía de la ciencia: una introducción».

Su pensamiento se vio fuertemente influido por sus contactos con Ludwig Wittgenstein, sobre todo respecto a las investigaciones que Wittgenstein realizaba acerca de las relaciones contextuales entre los usos y los significados del lenguaje. Esta visión caló hondo en su concepción respecto al papel de la lógica formal.

Para Toulmin el abordaje que se ha hecho de la lógica formal se ha apartado de la práctica cotidiana de la argumentación. La lógica formal funciona como una buena herramienta de comprensión y desarrollo de la argumentación en una disciplina formal como la matemática. Esto supone que se ha descuidado el análisis de la argumentación en numerosos planos de la vida humana, razón por la cual es necesario ampliar el campo de la lógica tal como tradicionalmente ha sido entendida.

Así el análisis informal de la argumentación no está destinado a generar un campo que compita con la lógica, sino que solamente suponga una ampliación de sus preocupaciones. En este sentido Toulmin afirmará que la Lógica constituye un método para dar cuenta y analizar secuencias racionales de inferencia. Es decir, está preocupada en caracterizar los procesos de inferencias racionales y, al caracterizarlos, brindar la posibilidad de evaluar si una inferencia concreta se estructura o no adecuadamente desde el punto de vista racional.

Una inferencia racional está caracterizada como un conjunto solidario de premisas tendientes a pretender servir de garantías para sostener una cierta conclusión, de tal manera que las premisas presenten dos tipos de elementos: datos y reglas generales basadas en lo que se tiene por conocimiento.

El modelo de argumentación

El modelo que Toulmin presenta retrata lo que a su juicio son las diferentes funciones presentes en la labor de argumentar. Toulmin está interesado en mostrar una continuidad entre el saber vulgar y el saber científico en tanto ambas formas son actividades racionales. El uso de la razón supone la posibilidad de dar cuenta de las conexiones que se hacen entre los datos y las reglas que se usan sobre ellos, de tal

manera que esos datos y esas reglas puedan ser aceptados por cualquier individuo, lo que hace que cualquier individuo que tuviera esa información y le aplicara esas reglas podría extraer la misma conclusión.

Para Toulmin la argumentación es la actividad que permite «plantear pretensiones, someterlas a debate, producir razones para respaldarlas, criticar esas razones y refutar esas críticas, etcétera. El término ‘razonamiento’ se emplea de modo más estrecho refiriéndose a la actividad central de presentar las razones para sostener una opinión y para mostrar cómo esas razones son exitosas para dar fuerza a la opinión. Un argumento, en el sentido de un tramo de razonamiento, es la secuencia de opiniones y razones encadenadas que, entre ellas, establecen el contenido y la fuerza de la posición para la cual argumenta un hablante particular.»³⁸

La forma que usamos aquí para describir las pretensiones del modelo permite vincularlo con la idea de argumento correcto que ya había aparecido en el análisis formal. Pero una diferencia importante será que aquí, a diferencia del tratamiento en lógica formal, las premisas no tienen el mismo peso, no desempeñan el mismo papel en la economía de la argumentación. Por esto mismo el modelo de Toulmin, tratará de dejar en evidencia estos roles que integran la función de las premisas en la argumentación.

Por supuesto que el uso argumentativo del lenguaje no es el único uso posible. El uso argumentativo ocurre cuando nuestra comunicación lingüística depende, para su éxito o fracaso, del apoyo que se haga en argumentos. El uso argumentativo corresponde a la tarea de dar razones, de presentar pruebas que avalen una afirmación ya que toda la posibilidad de que esa afirmación sea aceptada depende de estar pruebas que se presenten. Frente a este uso del lenguaje, también tenemos un uso instrumental. Consiste en un uso que no requiere el empleo de razones especiales que justifiquen lo que se dice. Una forma típica de esto es dar una orden.

Toulmin expresa en «Los usos de la argumentación» que formular una aseveración, un reclamo, una opinión, un juicio científico o moral, es reclamar la atención, la adhesión respecto de la pertinencia de lo que se pretende argumentar. Pero la concreción de la atención, de la adhesión a lo que se sostiene, depende de los méritos de los argumentos que pueda aducirse en su apoyo. El valor de la aseveración dependerá del conjunto de razones esgrimidas para defenderla o sostenerla; dependerá de haber cumplido adecuadamente con todas las funciones que deben estar presentes en un argumento para resultar un argumento adecuado. Si la aseveración, la opinión está apoyada en razones que la justifiquen, entonces estamos frente a un argumento justificatorio.

³⁸ Toulmin, Stephen; Rieke, Richard y Janik, Allan, «An Introduction to reasoning», en Marafioti, Roberto, *Los patrones de la argumentación: la argumentación en los clásicos y en el siglo XX*, Buenos Aires, Editorial Biblos, 2005, p. 126.

Campos de argumentación

Para Toulmin podemos encontrar muchas clases de argumentos justificatorios, con aseveraciones de distintos tipos, en contextos muy diferentes, usando de manera peculiar sus términos y sus criterios, manejando sus datos y conclusiones en diferentes campos de argumentación.

Toulmin reconoce cinco campos argumentativos: jurídico, científico, estético, ético, conducción de empresas.

En términos generales podemos decir que para el autor los campos de argumentación dependen del manejo de datos y conclusiones del mismo tipo como las pruebas geométricas, los juicios penales, o las predicciones del tiempo.

Toulmin se formula los siguientes problemas: 1) qué elementos relacionados con la forma y el valor de nuestros argumentos son invariables respecto al campo y cuáles dependen del campo; 2) tiene sentido (o hasta qué punto) comparar los parámetros de una argumentación relevante en un tribunal de justicia con los argumentos de otros campos.

Para él esta comparación es posible si entendemos que la invariancia respecto a los diversos campos de argumentación puede ser explorada y comprendida gracias al paralelismo entre el proceso judicial y el proceso racional, tal paralelismo nos permite reconocer ciertas fases o etapas comunes: 1) se plantea de la manera más clara posible el problema o el cargo; 2) se expone la opinión o aseveración defendiendo su justeza, esto supone establecer el respaldo a la opinión, (se presentan las pruebas o los testimonios en apoyo de la misma); y 3) se realiza el veredicto o sentencia.

Es importante resaltar que para Toulmin este análisis del respaldo a la opinión o aseveración supone examinar el uso de los términos modales, pero no un examen desde el punto de vista formal sino desde su uso cotidiano.

Una vez formulado el problema se exploran las 'posibles soluciones'. No hemos de olvidar que una vez planteado un problema se abren diversas posibilidades de resolverlo, lo cual implica que deben considerarse la pretensión de solución que aportan propuestas distintas. La noción de «posibilidad», que en sí misma conlleva una alternativa propuesta, supone que tiene derecho a ser considerada. En consecuencia si afirmo que 'eso no es posible' y sin embargo considero la posibilidad resulta incongruente, así como afirmo 'eso es posible' y sin embargo no lo considero.

Una vez examinadas las respuestas posibles, se relacionan con la información que disponemos. Pueden darse distintas situaciones: por ejemplo puede darse el caso que sea difícil establecer cuál es la posibilidad mejor e incluso dicha elección sea cuestión de gusto o de opinión.

También puede darse el caso que por la relevancia de los datos o el respaldo lleguemos a una conclusión (como una especie de final feliz) presentada como la única aceptable, con un término modal como «deber», «necesariamente», «necesidad», etcétera. Puede ser también que no tengamos una conclusión inequívoca pero que podamos ir descartando posibilidades usando expresiones modales como «no puede ser», «imposible», de manera que las restantes posibilidades adquieran cierto grado de confianza a partir del uso del término modal «probable».

Otro caso sería cuando una respuesta depende de que ciertas condiciones excepcionales no se correspondan con el caso que se considera por lo que al no haber seguridad total se presenta como una presunción, generalmente bajo el modalizador «presumiblemente».

El análisis de los modalizadores culmina estableciendo una distinción entre Fuerza y Criterios. La Fuerza de la expresión modal refiere a las implicaciones prácticas de su uso, los Criterios que rigen el uso de modalizadores refiere a los parámetros, razones, motivos de carácter físicos, matemáticos, metodológicos, terminológicos, morales, judiciales, etcétera, que establecen la posibilidad o imposibilidad en un campo de argumentación determinado.

Para Toulmin la diferencia de criterios de un campo de argumentación a otro son irreductibles, ya que los criterios dependen del campo en cuestión por lo que un argumento es sólido, débil o concluyente (no en sí mismo) según el campo y los criterios utilizados. Esto no debilita su postura de que el modelo de auditorio es siempre único: el auditorio racional, sino que expresa su postura de considerar que además de las formas propias de la inferencia matemática, existen otras formas de inferencia que resultan igualmente racionales ya que cumplen con la pretensión del modelo de argumento correcto, solo que lo realizan con las posibilidades propias de un campo argumental que no es el matemático.

Elementos del modelo

Toulmin expresa una similitud entre un argumento y un organismo refiriendo que al mismo tiempo que tiene una estructura anatómica grande y tosca, tiene otra fisiológica y más delicada. Al describir un argumento detalladamente se distinguen las fases principales que establecen su progreso, las fases principales ocuparan un párrafo, dentro del párrafo al descender al nivel de las oraciones individuales, se reconocerá una estructura más sutil, que de acuerdo a Toulmin es la estructura en la que básicamente se han ocupado los lógicos. Y es en este nivel fisiológico en el que se refiere la validez de los argumentos que se presentan, para que sean establecidos o refutados. Toulmin se concentra en este nivel sutil que permite, al examinar en detalle al argumento, adentrarse en él y conocer más sus funciones. Al conocer la función que cumple cada una de las oraciones individuales que integran el argumento, éste se hace más inteligible, más entendible. Las oraciones individuales deben ser presentados sin perder de vista los macro-argumentos en los que se encuentran insertos.

El modelo argumental que presentará Toulmin, diferencia los siguientes elementos o funciones del argumento:

1. datos;
2. conclusión;
3. garantías;
4. soportes;
5. modalizador;
6. restricciones.

Los datos suponen la descripción de algún estado del mundo que puede ser constatado mediante alguna forma de experiencia empírica. Los datos se corresponden con enunciados de carácter fáctico, tienen la función de ligar el argumento a un campo de experiencias compartibles. Los datos se presentan como el punto de partida de la argumentación y son los que se presentan como elementos de los cuales se extrae la conclusión.

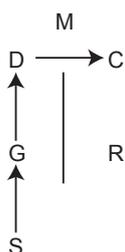
Ahora bien, suponer que la conclusión simplemente se extrae de los datos presupondría que los datos son «causa» de la conclusión. En definitiva, presupondría una postura muy cercana un positivismo ingenuo: de la simple acumulación de descripciones es posible extraer conclusiones. Mantener esta postura significaría olvidar el papel que tienen las reglas generales en la extracción de conocimiento a partir de los datos. Atender a este aspecto, que ha sido abundantemente tematizado en epistemología, implica introducir el papel de las reglas generales para extraer conclusiones de un conjunto de datos. Este es el papel que juegan las garantías y los soportes.

Las garantías son reglas de carácter general cuya aplicación a los datos tiene la pretensión de lograr legitimar la extracción de la conclusión a partir de los datos. Por supuesto puede pasar que muchas veces no se presentan las garantías en una argumentación. Esto, generalmente, porque la regla es tan admitida, tan compartida, que su explicitación puede resultar superflua en la economía de la argumentación.

Por supuesto puede ocurrir también que una regla general pueda aparecer como dudosa en su pertinencia. En esos casos siempre es posible reforzar la garantía con otra regla aún más general. Este es el caso del soporte. El soporte viene a ser como una garantía de la garantía.

Los modalizadores son expresiones con las cuales se deja en evidencia el grado de fuerza con que se pretende extraer la conclusión. El modelo de Toulmin no supone que la verdad o la falsedad son absolutas, sino que son conceptos graduales. Esta gradualidad está dada por la fuerza del valor de legitimidad que en un área puedan tener las garantías y los soportes, principalmente. Los modalizadores, de una u otra manera se encuentran relacionados con las restricciones, que son enunciados que ofician como posibles contraejemplos, situaciones que harían imposible extraer la conclusión de las premisas (del conjunto de datos, garantías y soportes).

Este modelo puede graficarse de muy diversas maneras. La que nosotros utilizaremos aquí, como una forma que da cuenta de manera visual de estas relaciones entre las partes del argumento, será la siguiente:



Cada una de las letras es solo la inicial de las funciones que hemos descripto.

Las garantías y los soportes, en tanto reglas generales que sacan su justificación de cierto grado de aceptación compartida y en tanto están involucradas en un proceso de exposición racional, están vinculadas con lo que se considera «saber». Esto no debería verse como una manera de ligar los argumentos a auditorios particulares. Por el contrario, la intención del modelo de Perelman es ligar los procesos de argumentación a auditorios universales. La universalidad de los auditorios radica precisamente en la racionalidad.

Es claro que si bien todas las partes del argumento están profundamente interrelacionados, las garantías y los soportes dependen profundamente del campo temático en el que intenta interactuar el argumento. Como hemos dicho Toulmin reconoce cinco campos argumentativos diferentes: jurídico, científico, artístico, la conducción de empresas, ético. Cada uno de estos campos presenta ciertas particularidades respecto de la manera en que se construyen y se presentan las garantías y los soportes. Independientemente de estas particularidades cada campo supone un conjunto de instituciones legitimadas que aportan el estatus de saber en determinadas áreas mediante una serie de controles y procedimientos.

Más allá de esto es posible imaginar la situación de argumentos que no difieren en los datos sino en las conclusiones que extraen a partir de emplear garantías y soportes diferentes. Este modelo no cierra ni evita la discusión de miradas alternativas. Pero, al mismo modo en que se suele considerar la contienda entre miradas diferentes en una disciplina científica, el uso de las garantías y los soportes se vincula siempre a los criterios de evaluación de pertinencia que están vigentes en cada uno de los diferentes campos de la argumentación.

Desde la perspectiva de Toulmin la argumentación no debe ser vista como una finalidad en sí misma y esto supone alejarse de toda postura retórica respecto del análisis de los argumentos. Su visión es que la argumentación es parte de la búsqueda de modos racionales de generar conocimiento, de dirimir problemas y legitimar conclusiones que suponen descripciones del mundo y nos permiten, a su vez, legitimar determinadas acciones al respecto. Por lo tanto en este modelo la noción de fuerza de los argumentos queda ligada al ensamblaje de las diferentes partes, a la pertinencia de las reglas, a la fiabilidad y relevancia de los datos, a la probabilidad de ocurrencia de las restricciones. El modelo no pretende ligar la fuerza del argumento a la verdad sino que siempre está atado al conjunto de premisas.

Cada campo argumentativo presentará grados de formalización, de precisión y modos de resolución de las disputas argumentales que podrá diferir según la dinámica y las pretensiones en cada campo. Aquí la noción de usos del lenguaje queda referida a estrategias generales dentro de un campo de argumentación, por lo cual los enunciados cobran significado a partir del campo de argumentación en que se emplean.

Tipos de argumento

Toulmin en *Los usos de la argumentación* distingue entre argumentos sustanciales y argumentos analíticos «Un argumento de D₅ a C se llamará analítico si y solo si el respaldo para la garantía que autoriza (el paso de D a C) incluye explícita o implícitamente la información expresada en la conclusión. Cuando ocurre esto, el enunciado ‘D, G, y, por tanto, C’ será, por regla general, tautológico (...). Cuando el respaldo para la garantía no contiene la información expresada en la conclusión, el enunciado: ‘D, G, y, por tanto, C’ nunca será una tautología y el argumento será un argumento sustancial.³⁹ Teniendo en cuenta lo expresado por Toulmin la mayoría de los argumentos que se llevan a cabo en la cotidianeidad son sustanciales, cuya validez no deriva de que la conclusión no sea más que una explicitación de lo contenido en las premisas (D, G).

Esta distinción entre argumentos sustanciales y argumentos analíticos, no coincide con otras distinciones efectuadas en la misma obra, a saber entre **argumentos formalmente válidos** y **argumentos que no lo son**. Se pueden realizar ciertas precisiones ya que cualquier argumento (independientemente del campo) se puede expresar de tal manera que resulte válido desde el punto de vista formal. Para ello alcanza con que la garantía se formule explícitamente como una garantía que autoriza el tipo de inferencia en cuestión. Es decir, cualquier argumento puede expresarse en la forma ‘G’, ‘R’, por tanto ‘C’ y ser válido en tanto su validez dependa solo de su forma. Del mismo modo un argumento puede ser analítico sin estar expresado de manera formalmente válida, si se lo presenta poniendo de premisa mayor el respaldo y no la garantía.

Por otro lado la distinción entre argumentos sustanciales y argumentos analíticos tampoco coincide con otra distinción que establece entre **argumentos que utilizan una garantía** y **argumentos que establecen una garantía**. En los argumentos que establecen una garantía lo nuevo no es la conclusión sino la garantía misma. Como ejemplo podemos mencionar el siguiente, sería el caso del científico que trata de justificar la aceptabilidad de una nueva garantía, aplicándola sucesivamente a diversos casos en que tanto los *data* como la *conclusión* han sido verificados de manera independiente.⁴⁰ Los argumentos que utilizan una garantía son argumentos en los que lo que se realiza es aplicar una garantía ya establecida a datos nuevos para derivar nuevas conclusiones, con independencia de que el paso del dato a la conclusión implique o no una transición de tipo lógico. A este último tipo de argumentos Toulmin le llama deductivos mientras que a los primeros inductivos, sin embargo no pueden ser confundidos con las denominaciones tradicionales que realiza la lógica formal.

Toulmin también distingue entre **argumentos concluyentes** (la conclusión se infiere de manera necesaria o cierta), y **argumentos no concluyentes** (la conclusión es

39 Toulmin, Stephen, *Los usos de la argumentación*, Barcelona, Ediciones Península, 2007, p. 158.

40 Atienza, Manuel, *Las razones del derecho*, México, UNAM, 2005, p. 91.

probable o posible), esta distinción tampoco coincide con la de argumentos sustanciales y analíticos. La necesidad que plantea Toulmin tampoco coincide con la de la lógica formal, pues no se trata de una necesidad sintáctica que no tenga en cuenta el significado de las proposiciones. De esta manera un argumento puede ser concluyente y sustancial como ocurre con los argumentos que se dan en el campo científico; y puede haber argumentos analíticos que planteen conclusiones probables.

Esta clasificación de argumentos es abandonada por Toulmin en «An introduction to reasoning», donde solo mantiene la distinción entre argumentos formales y no formales. Esto puede deberse a que dicha obra tiene un carácter claramente didáctico, o también al hecho que ya no consideraba adecuadas tales distinciones.

Bibliografía

- Atienza, Manuel, *Las razones del derecho*, México, UNAM, 2005.
- _____, *El derecho como argumentación*, Barcelona, Ariel, 2006.
- Grize, Jean Blaise, *De la logique à l'argumentation*, Génova-París, DROZ, 1982.
- Plantin, Christian, *La argumentación*, España, Ariel, 2005.
- Marafioti, Roberto y Santibáñez Yanez, Cristián, *Teoría de la argumentación: a 50 años de Perelman y Toulmin*, Buenos Aires, Editorial Biblos, 2010.
- Marafioti, Roberto (comp.), *Temas de argumentación*, Argentina, Editorial Biblos, 1997.
- _____, *Recorridos Semiológicos: Signos, enunciación y argumentación*, Buenos Aires, Eudeba, 2005.
- _____, *Los patrones de la argumentación: La argumentación en los clásicos y en el siglo XX*, Buenos Aires, Editorial Biblos, 2005.
- Santibáñez Yáñez, Cristian, *Teorías de la argumentación: Ejemplos y análisis*, Santiago de Chile, Cosmogonon, 2002.
- Toulmin, Stephen, *Los usos de la argumentación*, Barcelona, Ediciones Península, 2007.
- Vignaux, Georges, *La argumentación: Ensayo de lógica discursiva*, Buenos Aires, Hachette, 1986.
- Weston, Anthony, *Las claves de la argumentación*, Barcelona, Ariel, 1994.

Ejercicios

1. Analice los siguientes argumentos identificando los diversos componentes según el modelo de Toulmin.

1. Si bien en su casa había un piano que había sido de su abuelo (muerto antes que él naciera y de pequeño mostraba inclinaciones musicales, sus padres se negaron a enviarlo a clases de música. Por ello debió desarrollar una formación autodidacta. A menos que recibiera lecciones en secreto, lo cual es poco probable. Una fuerte vocación puede llevar a sobrellevar las dificultades para lograr lo que se quiere.
2. El día D, inspectores de edificios de la ciudad X indicaron que el hotel reunía condiciones de inseguridad e hicieron referencia a la caída del yeso. Sin contar que dos días antes de la fecha indicada se llamó a un contratista de yeso para reparar los techos, se le emplazó para dos días después del día del accidente. El edificio del hotel fue afectado por el terremoto en la misma medida que las otras construcciones, pero solo se había informado de que existieran condiciones de inseguridad en relación con el hotel. No hay noticias de otros daños causados por el terremoto. Por lo tanto la caída del yeso fue causada por negligencia no por el terremoto.
3. Intentemos ahora comprender la importancia de suprimir los malos pensamientos y el método para conseguirlos, que es la práctica constante de la observación, la buena voluntad y la compasión. Cuando la mente de un hombre está obsesionada por la avidez o el odio, le resulta totalmente imposible ver las cosas claramente. Pero la eliminación de este impedimento no implica la lucha con los pensamientos funestos que se han adueñado de la mente. Es preciso aprender a mirar cara a cara tales pensamientos: cómo aparecen, reaparecen y dominan la mente; hay que estudiar su naturaleza. Ahora bien, si un hombre siente que tiene continuamente pensamientos codiciosos y de odio sin intentar controlarlos, estos pensamientos se fortalecen y llenan la mente.
4. La presencia de restos fósiles de antropoides en antiguas formaciones rocosas en un lugar y no en otros indica la antigua existencia de antropoides vivientes en ese lugar y no en los otros. Los reportes geológicos y paleontológicos de Java, China y África muestran una concentración de restos fósiles de antropoides. Por lo tanto, presumiblemente, los primeros simios antropoides conocidos vivieron en el valle del Ritz africano.
5. En las próximas elecciones es posible que los resultados de la misma no sean confiables. No hay que olvidar que los partidos políticos tradicionales han hecho trampa en todas las elecciones. El pueblo se maneja con la idea que si han hecho trampa en otras ocasiones es posible que vuelvan a cometer trampa. El politólogo X entiende que los países acostumbrados al fraude electoral tratan siempre de perpetuar sus prácticas. Salvo que todos y cada uno de los partidos políticos tengan una representación en los escrutinios, y además una comisión de ética controle que los grupos minoritarios no vendan sus votos.

6. Los conocimientos previos del estudiante deben ser integrados al proceso de enseñanza-aprendizaje. El docente al comenzar la clase no toma en cuenta el conocimiento del alumno sobre el tema. Además el alumno no busca información sobre el tema, y al ser evaluados memorizan el conocimiento sin establecer relaciones con la realidad. El pedagogo Busto entiende que todo conocimiento consiste en asimilar estructuras mentales y redes conceptuales disponibles con anterioridad.
7. Sentados en pupitres los alumnos son obligados a trabajar aislados del grupo, esto se debe a que el pupitre frena el trabajo cooperativo. Además el pupitre ayuda a marcar una diferencia entre el espacio del docente y el de los estudiantes. Por lo tanto en el salón de clase se debería sustituir los pupitres de los estudiantes y el escritorio por mesas redondas de trabajo grupal. El rendimiento del trabajo grupal siempre es superior al trabajo individual. Jonhson y Jonhson exponen que el enfoque cooperativo como estrategia metodológica permite la realización de tareas académicas, con mayor facilidad. Esto no debería llevarse a cabo, si lo que se pretende evaluar es un trabajo o actividad necesariamente individual.
8. Si deseas trabajar en Urgencias debes realizar estudios en la Licenciatura X. Todas las instituciones que presentan servicios de urgencia solicitan y exigen a su personal médico el titulado de la licenciatura X. Los estudios de la Licenciatura X son un requisito del Ministerio de Salud Pública. Salvo que pretendas irte del país a trabajar en la Cruz Roja.
9. Según proyecciones, una persona nacida 1990, cuando cumpla sesenta años en el 2050, habrá estado expuesta a la pantalla alrededor de 70.000 horas, mientras que habrá cursado estudios durante 30.000 horas y habrá dedicado a la vida laboral unas 65.000 horas. En otras palabras, ver televisión es una de las principales, sino la principal actividad, que realizan despiertas las personas en las sociedades de fin de siglo. Todo lo anterior explica que entre el ciudadano y la televisión se haya ido urdiendo una trama de vínculos verdaderamente inédita en nuestra cultura.

2. Responda las siguientes preguntas teniendo en cuenta el modelo de Toulmin

1. ¿Qué relaciones hay para Toulmin entre lógica, argumentación y jurisprudencia?
2. ¿Qué novedad/es aporta el modelo de Toulmin a los desarrollos en teoría de la argumentación?
3. ¿Qué aporta a la teoría de la argumentación distinguir entre garantías y soportes?
4. ¿Qué campos argumentativos distingue y por qué?
5. ¿En qué consiste la fuerza de los argumentos para Toulmin? Desarrolle

Estadística

Nociones generales

Definición de Estadística

Hay varios usos de la palabra «estadística». Este curso tratará de centrarse en al menos dos de ellos: la estadística como ciencia y la estadística como herramienta del investigador.

La Estadística constituye una rama de las matemáticas. Es una poderosa herramienta de conocimiento en tanto nos permite recolectar, organizar, resumir, presentar y analizar los datos de un conjunto de observaciones, con la finalidad de establecer ciertas relaciones descriptivas entre el/los grupos estudiados. La Estadística, por lo tanto, tiene como tema central el estudio de la variación de los datos de cierta(s) características llamadas variables y las relaciones entre las mismas, en un conjunto de individuos a estudiar llamado Universo o Población.

Por otra parte podemos pensar en la estadística como una herramienta de análisis que tiene el investigador para generar aproximaciones y representaciones de la realidad que le permiten luego realizar inferencias respecto al comportamiento de la misma.

Por supuesto ambos usos de la palabra «estadística» no son ni contradictorios ni independientes, pero permiten acercamientos diferentes a los contenidos de la misma. Acentuar el carácter de la estadística como rama de las matemáticas nos conduce a identificar las leyes y los principios matemáticos que explican ciertas nociones de cálculo. Acentuar su carácter de herramienta para el investigador nos lleva a intentar comprender las posibilidades que la misma nos permite a la hora de elaborar inferencias usando descripciones estadísticas.

Estadística Descriptiva e Inferencial

La estadística se divide en: estadística descriptiva y estadística inferencial. Este curso está destinado a introducir al estudiante en la estadística descriptiva.

La estadística descriptiva es un conjunto de herramientas que permite describir, resumidamente, las propiedades de una cierta población respecto de una o más variables.

La estadística inferencial es un conjunto de herramientas diseñadas para poder *inferir* ciertas propiedades de un conjunto de individuos denominado Población o Universo, a partir del estudio de un pequeño grupo de individuos de ese Universo, al que denominamos muestra. Es decir, se trata de inferir propiedades de una cierta población a partir del estudio de una muestra de dicha población.

La estadística, en cuanto lenguaje técnico, tiene un conjunto de términos que son usados con significados precisos y estables. Presentamos a continuación algunos de esos términos, de carácter básico, referidos a las unidades y objetos de análisis propios del abordaje estadístico.

Individuo y dato estadístico

Individuo es la unidad de análisis sobre la cual aplicaremos una técnica de extracción de datos. Es aquella unidad que a través de una técnica elegida, nos brinda los datos para nuestro estudio. Aunque coloquialmente solemos usar la palabra «individuo» para referirnos a una persona, aquí la noción de **individuo** puede emplearse para seres humanos o no. Los individuos serán los integrantes de nuestra Población. Mediremos el comportamiento de ciertas variables en individuos para hablar de lo que ocurre en una población.

El **dato estadístico** implica siempre un dato numérico, una cierta cantidad, una cierta medición, que ubica a los individuos de la población en determinada categoría de la variable y nos permite hablar de relaciones que ocurren en el mundo. Para ello es necesario que esos datos hallan sido obtenidos mediante criterios metodológicamente correctos, cumpliendo una serie de etapas y de condiciones imprescindibles para que los datos sean fiables, es decir, sean útiles para las consideraciones que el estudio desea hacer.

Población (número N)

Por *población* entenderemos un conjunto de individuos sobre el cual se realiza el estudio de ciertas variables. La población es el universo al que refiere la investigación. Estos individuos pueden ser humanos o no.

Así, el universo de los habitantes del Uruguay, serán todos los habitantes del Uruguay, el universo de los estudiantes de una determinada generación de Ciencias de la Comunicación, serán todos los estudiantes matriculados por primera vez en tal o cual año en la citada Licenciatura. El universo de la producción de cascos de moto de una determinada fábrica en determinado período de tiempo, serán todos los cascos producidos por la citada fábrica en el citado período de tiempo.

El número N por su parte, es el número de individuos que contiene nuestro universo, el número de individuos sobre el cual vamos a hacer el estudio. Así, para obtener el número N de los habitantes del Uruguay debemos recurrir al último censo y sus actualizaciones, para conocer el número N de los estudiantes de una generación de Ciencias de la Comunicación deberemos recurrir a la lista de los inscriptos en ese año en la citada Licenciatura, mientras que para conocer el número N de los cascos producidos, deberemos recurrir a los informes de producción de la citada fábrica.

Muestra

Por **muestra** entenderemos un subconjunto de individuos perteneciente a la población, en el cual se realizan las mediciones de los valores que toman las variables de interés. En términos estadísticos, tendremos una muestra **representativa** cuando la misma halla sido diseñada y escogida, según ciertos criterios específicos que permiten que las relaciones de los datos existentes en la muestra nos permita representar las relaciones de los datos existentes en la población. Los resultados de la muestra son 100% confiables para la muestra, pero no para la población. Decimos entonces que la muestra tiene representatividad estadística y que los datos obtenidos son válidos para inferir al total de la población distanciados en más o en menos en una determinada magnitud (error de muestreo), obteniéndose así los límites de confianza.

Tenemos varias formas de diseñar una muestra y ello dependerá tanto del tipo de investigación como de las características propias de la composición de la población respecto de las variables que queremos medir. Esas muestras pueden dividirse en probabilísticas y no probabilísticas según el papel de la probabilidad (y la forma que ésta asuma) a la hora de seleccionar los individuos sobre los cuales se realizarán las mediciones.

Los individuos son entonces, cada uno de los elementos de la muestra y/o población. El trabajar con toda la población o con una muestra de la misma depende de diferentes factores, entre los cuales encontramos: objetivos de la investigación; exactitud necesaria; costos; características de la población; etcétera.

Variable

Una **variable** es una característica pasible de ser medidas en (o a través de) los individuos. Las variables se consideran atributos o propiedades que pueden tomar un conjunto de valores diferentes para los individuos. Cada uno de los valores posibles que puede tomar una variable será considerado una categoría de dicha variable. Las categorías de una variable deben ser mutuamente excluyentes, de manera que un individuo deba ser ubicado en una y solo una de las categorías. Por su parte el conjunto de las categorías de una variable debe ser exhaustivo, es decir, debe cubrir el total de los valores posibles, para el grupo de estudio.

Bibliografía

- Alvarez Contreras, S. J., *Estadística aplicada: teoría y problemas*, Madrid, Clagsa, 2000.
- Campbell, Stephen K., *Equívocos y falacias en la interpretación de estadísticas*, México, Limusa, 1981.
- Esteban, Jesús y otros, *Estadística descriptiva y nociones de probabilidad*, Madrid, Ed Internacional Thomson, 2005.
- Galtung, John, *Teoría y métodos de la investigación social*, Buenos Aires, Eudeba, 1973.
- Glass, Gene V. y Stanley, Julian C., *Métodos estadísticos aplicados a las ciencias sociales*, España, Prentice-Hall, 1986.

- Pagano, Robert R., *Estadística para las ciencias del comportamiento*, México, Thomson Editores, 1999.
- Peña, Daniel y Romo, Juan, *Introducción a la estadística para las ciencias sociales*, Madrid, Mc. Graw Hill, 1997.
- Rius Díaz, Francisca y otros, *Bioestadística: métodos y aplicaciones*, Universidad de Málaga, disponible en <<http://www.bioestadistica.uma.es/libro/>>
- Spiegel, Murray R., *Estadística*, Madrid, Mc. Graw Hill, 1991.

Variables

Definición

Llamaremos *variable* a aquella propiedad o característica de los individuos que puede adoptar valores diferentes dentro de un universo determinado. Esos valores diferentes que puede tomar la variable recibirán el nombre de *categorías de la variable*.

Para que exista una variable entonces, necesitamos 3 elementos: una clase de individuos (al que llamamos universo o población); los individuos pertenecientes a esa clase (no puede tratarse de un conjunto vacío); una característica o atributo que varíe en esos individuos.

Clasificación de variables

Existen muchas formas de clasificar variables, nosotros mencionaremos algunas clasificaciones que interesan a nuestro curso.

1. Por las características de la variable las dividimos en: variable *simple* o variable *compleja*.

Las variables simples son aquellas que resultan directamente observable o consultable (por ejemplo, edad, sexo, lugar de residencia). Las variables complejas no son directamente observables (por ejemplo, Índice de Precios al Consumo, Nivel Socio Económico). Las variables complejas no resultan identificables de forma directa, entonces debemos desglosarla en variables simples que puedan ser observables directamente. Este proceso se llama operacionalizar la variable y consiste en encontrar indicadores (variables más simples) que den cuenta de la variable compleja. De esta forma, para conocer el nivel socioeconómico de un individuo, deberemos consultar su nivel educativo, su ocupación, sus bienes, etcétera. Ponderando estos datos de acuerdo a su relevancia, creamos un índice que ubica al individuo estudiado en determinada categoría de nuestra variable (alto alto, alto medio, medio alto, etcétera).

Es de hacer notar que desde el punto de vista estadístico, las variables simples y las variables complejas, pueden recibir el mismo tratamiento y podemos operar sobre ellas con las mismas herramientas. Tanto unas como otras, responden a un determinado «nivel de medición» y de acuerdo a este nivel, podemos operar con ellas sin diferencia.

2. Otra forma de clasificar variables tiene que ver con las categorías que aceptan, de esta forma encontramos variables *cualitativas* y variables *cuantitativas*.

Las variables cualitativas son aquellas en que las categorías de la variable son nombres o cualidades. No podemos medir distancia ni realizar operaciones matemáticas entre las diferentes categorías de la variable. Se trata de atributos no numéricos como

el color de ojos, el sexo o la marca de refresco preferido. Véase que no tiene sentido sumar «color de ojos verdes» y «color de ojos grises» ya que se trata sólo de términos. Podemos, sin duda sumar las cantidades de casos que presentan color de ojos verde y la cantidad de casos que presentan color de ojos gris, si resultara pertinente. Pero una cosa es sumar cantidades de casos y otra es pretender sumar nombres.

Las *variables* cuantitativas son aquellas en que las categorías de la variable son números. Podemos medir distancia entre cualesquiera dos puntos del recorrido de la variable y se pueden realizar operaciones matemáticas con las categorías de la variable. Se tratan de atributos numéricos como son la edad, el número de ventanas en una oficina o el salario.

Las variables cuantitativas, según el tipo de expresión numérica que permitan, se pueden diferenciar en *variables discretas* y *variables continuas*.

Las variables discretas son aquellas cuyas categorías resultan de contar y, por lo tanto, son números enteros. Entre un valor y otro de la variable no hay ningún valor posible. Son así variables discretas: el número de hijos, el número de empleos o la cantidad de celulares que posee una persona.

Las variables continuas son aquellas que resultan de medir y, por lo tanto, pueden contener cifras que se expresen con decimales. Así dado un cierto recorrido de la variable, un individuo puede poseer cualquier valor posible en dicho recorrido.

En las variables cuantitativas deberemos introducir la noción de *rango* o *recorrido* de una variable, siendo definido como el conjunto de los valores que va entre el mínimo y el máximo que una determinada variable cuantitativa puede registrar o que efectivamente ha registrado en la investigación.

3. De acuerdo al tipo de escala de medición que se ha empleado, las variables se clasifican en cuatro clases: *variables nominales*, *variables ordinales*, *variables intervalas* y *variables de razón* o, también llamadas, variables de cociente.

Esta clasificación esta dada por la relación que tienen las categorías al interior de la variable.

Las variables nominales y ordinales se corresponden con las variables cualitativas y las variables intervalas y de razón se corresponden con las variables cuantitativas. Podemos pensar esta clasificación de variables por nivel de medición como una evolución en las relaciones que se dan al interior de las categorías, de forma tal que cada nivel mantiene las relaciones del nivel anterior y agrega otras.

Las variables nominales son aquellas variables cualitativas entre cuyas categorías sólo se puede establecer una relación de diferencia. Una categoría es diferente a otra, pero no hay ninguna relación de orden ni de distancia entre ellas. El investigador las ordena en forma arbitraria (por más consensuado y usual que sea ese orden), porque no surge de ellas ningún tipo de relación que exija un orden determinado. Tampoco existe entre estas categorías la posibilidad de medir distancia entre una y otra. Así un ejemplo de variable nominal es *país de origen*. Uno puede ordenarlos alfabéticamente, presentar los nombres según el número de habitantes de cada país o cualquier otro criterio que escoja. El hecho de que entre los países existan distancias

geográficas medibles no significa que esas distancias sean unos atributos respecto de las categorías que conforman variable *país de origen*.

Las variables ordinales son también variables cualitativas pero que, a diferencia de las nominales, sus categorías se relacionan bajo la idea de orden. Es decir que al presentar las categorías nos vemos obligados a mantener un cierto orden. Sin embargo no podemos establecer una escala que permita medir las distancias entre las categorías, ni tiene sentido pensar que esa distancia es siempre la misma entre una categoría y la siguiente. Son ejemplos de variables ordinales el grado de popularidad de un político o el grado de rechazo a una medida administrativa.

Las variables intervalales son variables cuantitativas. Las categorías de este tipo de variables son números (con lo cual nos vemos obligados a mantener el orden de la sucesión numérica) pero tienen la particularidad de que el cero no es un valor que signifique ausencia del atributo. Las categorías de estas variables se relacionan bajo la idea de distancia entre una y otra categoría pero no se pueden establecer, de manera correcta, proporciones entre dos medidas cualesquiera. Un ejemplo de variable intervalal es la temperatura, donde el 0 grado es solo una convención y no significa que cuando el termómetro registra ese punto es que no hay temperatura. Tampoco es correcto señalar que 18°C es el doble de 9°C .

Las variables de razón son variables cuantitativas pero tienen la particularidad que el cero significa la total ausencia del atributo que se pretende medir. Entonces las categorías se relacionan bajo la idea de distancia, como en la variable intervalal, pero además agregan la relación de proporción donde dos hijos es el doble de un hijo y \$ 500 es la mitad de \$ 1000. Precisamente, ejemplos de variables de razón son el ingreso y el número de hijos.

En el nivel nominal la relación es únicamente de diferencia. En el nivel ordinal se mantiene la relación de diferencia pero se agrega la de orden. El nivel intervalal mantiene las relaciones de diferencia y orden y agrega la relación de distancia. El nivel de razón a las relaciones de diferencia, orden y distancia de los niveles anteriores agrega la relación de proporción.

Siempre existe la posibilidad de transformar, en apariencia, una variable cualitativa en una variable cuantitativa pues bastaría asignar un número diferente a cada categoría. Esta forma de operar, sin embargo, no permitiría ninguna operación numérica, porque tales números no serían más que códigos. Supongamos que a color de cabello rubio le damos el número 1 y a color de cabello pelirrojo le damos el número 2, como una forma de codificación que puede simplificar, por ejemplo, la lectura de los formularios de la investigación al ser tabulados. Que dos sea el doble de uno no significa nada, pues se trata de números sin unidades de medida. Así cuando le queremos *colocar* la unidad de medida, nos damos cuenta que no es sensato decir que ser pelirrojo es el doble que ser rubio. Las variables cuantitativas de razón se expresan en una cierta unidad de medida: metros, centímetros, pulgadas, kilómetros, gramos, kilos, litros, decilitros, años, etcétera.

En cambio, podemos transformar una variable cuantitativa en cualitativa, formando por ejemplo una variable dicotómica de solo 2 categorías. De esta forma, una escala de razón como «edad» puede transformarse en una variable con 2 categorías (menor ó igual a 40 años y mayor a 40 años). Observemos que en esta nueva categorización hemos perdido las distancias que separan a los individuos. De esta forma la variable se convierte en ordinal y debemos operar en ella con las herramientas estadísticas de las variables ordinales dicotómicas.

Descripción estadística

Uno de los objetivos de las estadísticas es presentar de manera organizada y abreviada un conjunto de datos complejos. Una manera sencilla de realizar este objetivo es presentar los datos mediante tablas (o cuadros). Estas tablas implican la agrupación de los datos, permitiendo que dichas tablas sirvan para expresar una **distribución de frecuencias**. Precisamente los datos se agrupan, permitiendo sumar en cada categoría la cantidad de veces que un mismo dato se repite en un cierto conjunto de individuos.

La distribución de frecuencias no es otra cosa que un agrupamiento de los datos obtenidos, de manera que se hace corresponder a cada categoría una cierta cantidad de casos, es decir, una cierta frecuencia.

La frecuencia puede ser de dos tipos: **frecuencia absoluta** y **frecuencia relativa**.

La frecuencia absoluta es la cantidad de veces que se repite cada dato en las categorías de una población o muestra. Es la distribución de los individuos de acuerdo a las categorías de nuestra variable. La suma de las frecuencias absolutas es igual al número N (número total de individuos de nuestro universo).

La frecuencia relativa es la proporción de la frecuencia de una categoría respecto del total de los casos que componen el cuadro. Por lo tanto la frecuencia relativa resulta de dividir la frecuencia absoluta de la categoría sobre el total de los casos. La suma de frecuencias relativas es igual a 1.

Bibliografía

- Alvarez Contreras, S. J., *Estadística aplicada: teoría y problemas*, Madrid, Clagsa, 2000.
- Campbell, Stephen K., *Equívocos y falacias en la interpretación de estadísticas*, México, Limusa, 1981.
- Esteban, Jesús y otros, *Estadística descriptiva y nociones de probabilidad*, Madrid, Ed Internacional Thomson, 2005.
- Galtung, John, *Teoría y métodos de la investigación social*, Buenos Aires, Eudeba, 1973.
- Glass, Gene V. y Stanley, Julian C., *Métodos estadísticos aplicados a las ciencias sociales*, España, Prentice-Hall, 1986.
- Pagano, Robert R., *Estadística para las ciencias del comportamiento*, México, Thomson Editores, 1999.
- Peña, Daniel y Romo, Juan. *Introducción a la estadística para las ciencias sociales*, Madrid, Mc. Graw Hill, 1997.
- Ríos Díaz, Francisca y otros, *Bioestadística: métodos y aplicaciones*, Universidad de Málaga, disponible en <<http://www.bioestadistica.uma.es/libro/>>.
- Spiegel, Murray R., *Estadística*, Madrid, Mc. Graw Hill, 1991.

Ejercicios

1. Dadas las siguientes variables decir cuales serían los 3 elementos que la integran:
 1. País de origen de las señales de TV que se ven en Uruguay.
 2. Géneros que emiten las señales de TV que se ven en Uruguay.
 3. Rating de las señales de TV que se ven en Montevideo.
2. Clasificar las siguientes variables entre: simples y complejas; Cualitativas y Cuantitativas (discretas ó continuales); según su nivel de medición:
 1. IPC
 2. Nivel educativo
 3. Sexo
 4. Nivel socioeconómico
 5. Grados de temperatura
 6. Salario
 7. Cantidad de hijos por hogar

3. Teniendo en cuenta lo siguiente, responda:

Se estudia el nivel de aceptación con la política económica del gobierno. Se establece para el estudio un gradiente de categorías que va desde el rechazo hasta el pleno acuerdo con la política económica. De esta forma se codifica con el número 1 el rechazo, con el número 2 el desacuerdo, con el número 3 la aceptación y con el número 4 la plena aceptación.

¿Qué tipo de variable según su nivel de medición se esta estudiando?

Variables cualitativas

Descripción mediante el uso de tablas

Frecuencia absoluta

La *frecuencia absoluta* es la cantidad de veces que se repite un dato en una población o en una muestra. Es el conteo de las veces en que se reitera una misma categoría de una variable.

Supongamos que tenemos un cierto conjunto de individuos que componen la población sobre la cual hemos recabado información. Ese número total lo representaremos mediante la letra N . Así nuestro N será un cierto número entero positivo y dará cuenta de los individuos que hemos estudiado para medir el comportamiento de la variable que investigamos.

Al presentarlo mediante una tabla de distribución de frecuencias ese N aparecerá repartido entre las categorías que presente la variable. Así podemos pensar que nuestras categorías varían entre 1 y k siendo k un número entero positivo y mayor o igual que 2. Es decir, si llamamos X a nuestra variable, la tabla contendrá las diversas categorías de la variable que podemos simbolizar como C_i , donde i será el número de cada categoría tal que nuestra tabla presentará un conjunto de C_1, C_2, \dots, C_k categorías.

A cada categoría le corresponderá una frecuencia absoluta, es decir, un número que representará la cantidad de veces que esa categoría aparece registrada en los individuos estudiados. Esa frecuencia absoluta será simbolizada como n_i , donde i será algún número entre 1 y k tal que tendremos n_1, n_2, \dots, n_k frecuencias absolutas. A cada C_i le corresponderá un determinado n_i .

La tabla, donde en cada fila se hace corresponder cada categoría con su frecuencia absoluta, quedaría de la siguiente manera:

Categorías de la variable	Frecuencia Absoluta
c_i	n_i
...	...
c_j	n_j
...	...
C_k	n_k
	N

Véase que, tal como fue definido, la suma de todas las frecuencias absolutas (es decir, de la frecuencia absoluta de cada categoría) debe ser igual al número total de individuos sobre los cuales se ha realizado la investigación. A este proceso de suma le llamaremos *sumatoria* y lo representaremos mediante la letra griega sigma: Σ que nos permite abreviar la escritura de la suma haciendo constar qué es lo que sumamos y entre qué valores estamos sumando.

De manera que la suma de las frecuencias absolutas $n_1 + n_2 + \dots + n_k = N$ puede expresarse de manera resumida como $\sum_{i=1}^k n_i = N$

Asimismo las diferentes frecuencias absolutas serán algún valor que va entre 0 (cuando no hay casos que pudieran agruparse en esa categoría) y N .

De manera que podemos expresar eso como: $0 \leq n_i < N$

Sobre la expresión anterior diremos que nunca encontraremos una frecuencia igual a N debido a que esta sería una situación donde todos los individuos pertenecerían a la misma categoría. Por ejemplo que fueran todos hombres. En dicho caso no tendríamos exactamente una variable.

Transmisión diaria del spot publicitario del producto XXY en TV abierta

categorias	FA
Canal 4	10
Canal 5	18
Canal 10	15
Canal 12	12
	55

Frecuencia relativa

La *frecuencia relativa* es la proporción que representa la frecuencia de una categoría respecto del total de los casos que componen el cuadro. Por lo tanto la frecuencia relativa resulta de dividir la frecuencia absoluta de la categoría sobre el total de los casos. Si simbolizamos la frecuencia relativa como f_i donde i es un valor entre 1 y k , entonces podemos expresar que tendremos un conjunto de f_1, f_2, \dots, f_k donde cada f_i puede ser expresado como $f_i = \frac{n_i}{N}$

Así al cuadro presentado como la distribución de frecuencias absolutas podemos ahora agregarle una columna para incluir la distribución de frecuencias relativas.

<i>Madrid,</i>	<i>Frecuencia Absoluta (n_i)</i>	<i>Frecuencia Relativa (f_i)</i>
c_i	n_i	$f_i = \frac{n_i}{N}$
...	...	
c_j	n_j	$f_j = \frac{n_j}{N}$
...	...	
c_k	n_k	$f_k = \frac{n_k}{N}$
Total	N	1,00

Como es sencillo comprobar, dado que teníamos un cierto conjunto único y lo hemos dividido en partes, las sumatoria de las frecuencias relativas suman 1, es decir

$$\sum_{i=1}^k f_i = 1$$

A su vez, cada frecuencia relativa será algún valor entre 0 (que corresponderá al caso en que la frecuencia absoluta es 0) y 1, es decir $0 \leq f_i < 1$ ya que se cumple que

$$\sum_{i=1}^k f_i = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i}{N} = \frac{N}{N} = 1$$

Transmisión diaria del spot publicitario del producto XXY en TV abierta

categorias	FA	FR
Canal 4	10	0,18
Canal 5	18	0,33
Canal 10	15	0,27
Canal 12	12	0,22
	55	1

Dadas las relaciones establecidas en los cuadros podemos ver que si dado un f_i le corresponde un cierto n_i , entonces vale que $n_h = \frac{n_i \times f_h}{f_i}$ y vale que $f_h = \frac{n_h \times f_i}{n_i}$

Convengamos en que estas operaciones no son otra cosa que lo que solemos llamar «una regla de tres».

Para el caso que estemos describiendo mediante una variable de tipo ordinal (y solo para este tipo de variable cualitativa), podemos emplear distribuciones de frecuencias absolutas acumuladas cuya notación será N_i . Dicha descripción se realiza poniendo en forma ordenada las categorías de la variable y a cada una de ellas le hacemos corresponder un número igual a su frecuencia absoluta más la suma de todas las frecuencias absolutas de las categorías previas.

Análogamente, también podemos emplear distribuciones de frecuencias relativas acumuladas cuya notación será F_i .

En el caso de frecuencias absolutas acumuladas o de frecuencias relativas acumuladas, el número que le corresponderá a la última categoría de la variable será igual al total de la población N o al valor 1 respectivamente.

En la siguiente tabla ejemplificamos una descripción de una población de 400 personas, según una variable ordinal como Nivel Cultural, empleando en la misma cada una de las herramientas hasta ahora mencionadas.

Nivel Cultural	n_i	N_i	f_i	F_i
Bajo	175	175	0,44	0,44
Medio Bajo	90	265	0,23	0,66
Medio	68	333	0,17	0,83
Medio Alto	23	356	0,06	0,89
Alto	44	400	0,11	1,00
Total	400		1,00	

Es muy común describir una población usando distribuciones de porcentajes (o porcentajes acumulados) en lugar de distribuciones de frecuencias relativas (o frecuencias relativas acumuladas). El porcentaje es igual a la frecuencia relativa multiplicado por cien $f_i \times 100 = \%$. De este modo se gana mucho en claridad por el sólo hecho de utilizar números entre 0 y 100 en lugar de usar números decimales. Debe tenerse especial cuidado en no usar porcentajes para poblaciones con menos de 100 individuos.

El cuadro anterior, expresado en porcentajes quedaría de la siguiente manera:

Nivel Cultural	n_i	N_i	f_i	F_i	Porcentaje
Bajo	175	175	0,44	0,44	44.00%
Medio Bajo	90	265	0,23	0,66	23.00%
Medio	68	333	0,17	0,83	17.00%
Medio Alto	23	356	0,06	0,89	6.00%
Alto	44	400	0,11	1,00	11.00%
Total	400		1,00		100.00%

Gráficos

Los *gráficos* son representaciones de las distribuciones de frecuencias mediante figuras donde la frecuencia de cada categoría queda representada por una cierta porción o por una cierta superficie de la figura.

Para cada tipo de variable existe una representación gráfica propia. Esto quiere decir que no se puede usar el mismo gráfico para representar tipos de variables diferentes. Así que ya el gráfico nos indica qué tipo de variable está representando.

Hay tres maneras usuales de representar gráficamente las variables cualitativas: los *gráficos de barras*, los *gráficos de torta* y los *pictogramas*.

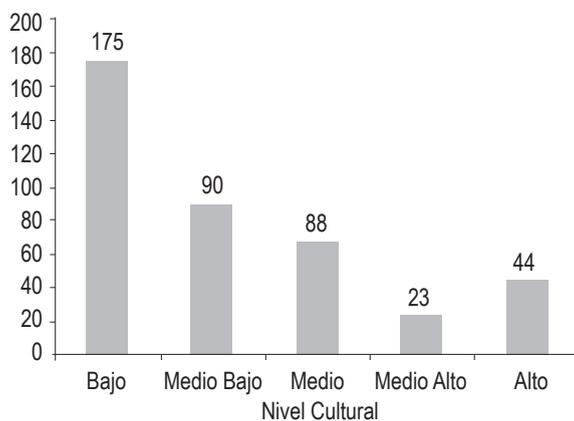
Los *gráficos de barras* reciben ese nombre de la representación de las frecuencias mediante rectángulos (barras) sobre un eje horizontal donde se presentan las categorías de la variable. Todos estos rectángulos tienen la misma base siendo su altura el valor de la frecuencia, el cual se escribe sobre el eje vertical.

El *diagrama de torta* se llama así por ser un círculo (como si fuera una torta) donde cada sector ocupa un área proporcional a la frecuencia que le corresponde (una porción de la torta).

Los *pictogramas* son representaciones de las frecuencias mediante dibujos, generalmente alusivos al tema. Pero como representación de las frecuencias suelen proporcionar una imagen engañosa si no se toma el cuidado de hacer que el área del dibujo represente la frecuencia.

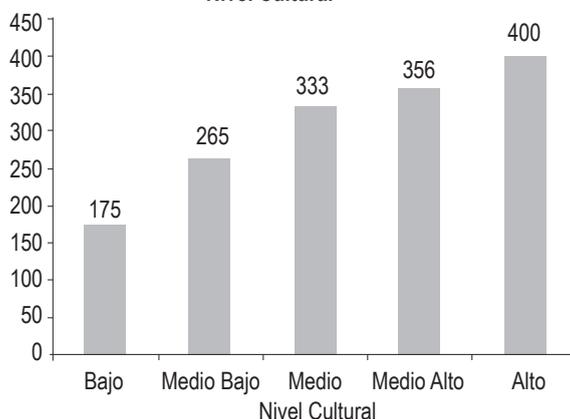
La siguiente será una descripción gráfica de las 400 personas que describimos anteriormente usando una tabla de distribuciones. La descripción la haremos según la misma variable (Nivel Cultural) y empleando un diagrama de barras que representen las frecuencias absolutas.

Distribución de frecuencias según nivel cultural



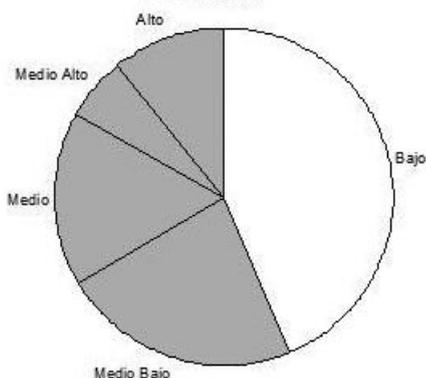
En el siguiente gráfico empleamos la misma herramienta descriptiva, pero las barras nos representarán las frecuencias absolutas acumuladas.

Distribución de frecuencias según nivel cultural
Nivel Cultural



Seguidamente usaremos un diagrama de torta para representar la distribución de frecuencias relativas de la misma población y según la misma variable.

Distribución de frecuencias relativas según
Nivel Cultural



Hay dos fuentes de efectos engañosos en los gráficos. Uno, como ya señalamos es el caso de los pictogramas que toman alguna medida lineal como representación, pero visualmente eso supone incrementos exagerados de las áreas. Por poseer un uso meramente ilustrativo, obviaremos aquí su presentación.

Otra fuente de error suele proceder de gráficos que carecen del valor cero. Estos gráficos suelen contener dos escalas diferentes: una que iría de cero hasta el primer corte y otra escala para las distancias entre los cortes presentados. Esta mezcla de escalas en ocasiones, puede obstaculizar la visión correcta de los datos.

Descripción empleando estadísticos

Debido a que las variables cualitativas no permiten casi ninguno de los tratamientos matemáticos de las variables cuantitativas sólo es posible comparar las frecuencias correspondientes a cada categoría de la variable.

Para el caso que la variable tenga un nivel de medición nominal, lo único que se puede establecer es la *moda*.

La *moda* de una variable podría definirse como la categoría que más se repite, la que tiene más frecuencia. Las distribuciones no tienen por qué tener una única moda ya que puede haber más de un valor que sea el más frecuente.

Para el caso que la variable tenga un nivel de medición ordinal, también se puede utilizar la **Mediana, los Cuartiles y los Percentiles**.

La **Mediana** se define como aquel valor de la variable que divide a la población en dos subpoblaciones del mismo tamaño y tal que los integrantes de una de las subpoblaciones esté integrada por individuos con valores menores o iguales a la Mediana, y los integrantes de la otra esté integrada por individuos con valores mayores o iguales a la Mediana. Dicho de otro modo, si ordenáramos los individuos de la población en forma ascendente o descendente, la Mediana es el valor que toma la variable en aquel individuo que divide a la población en dos parte iguales. La nomenclatura que usaremos para la Mediana es M_d .

Por lo tanto la M_d es el valor que toma la variable para aquel individuo que ocupa la mitad de la distribución de frecuencias absolutas acumuladas, una vez que los datos se ordenan de menor a mayor. Así $M_d = \frac{N}{2}$

Esto equivale a decir que la M_d de una población es el valor que toma la variable para el individuo que ocupa la posición 0,50 de la distribución de frecuencias relativas acumuladas.

Análogamente podemos definir los *cuartiles*: si ordenáramos los individuos de la población en forma ascendente o descendente, los Cuartiles son 3 valores correspondientes a aquellos individuos que dividen a la población en cuatro partes iguales. De tal manera que cada una de las *porciones* generadas contiene el 25% de los individuos.

Así tenemos tres cuartiles: *primer cuartil*, *segundo cuartil* y *tercer cuartil*, cuyas nomenclaturas serán respectivamente Q_1 , Q_2 y Q_3 . Cabe acotar que el Segundo Cuartil es la Mediana ($Q_2 = M_d$).

Por lo tanto el Q_1 es el valor que toma la variable para aquel individuo tal que con él se alcanza la cuarta parte de las frecuencias absolutas acumuladas, una vez que los datos se ordenan de menor a mayor. Así $Q_1 = \frac{N}{4}$ Esto equivale a decir que el Q_1 de una población es el valor que toma la variable para el individuo que ocupa la posición 0,25 de la distribución de frecuencias relativas acumuladas.

Siguiendo este mismo razonamiento tenemos que el Q_3 es el valor que toma la variable para aquel individuo tal que con él se alcanzan las tres cuartas partes de

las frecuencias absolutas acumuladas, una vez que los datos se ordenan de menor a mayor. Así

$$Q_1 = \left(\frac{N}{4}\right)^3$$

Esto equivale a decir que el Q_3 de una población es el valor que toma la variable para el individuo que ocupa la posición 0,75 de la distribución de frecuencias relativas acumuladas.

Del mismo modo podemos definir los *percentiles*. si ordenáramos los individuos de la población en forma ascendente o descendente, los Percentiles son 99 valores correspondientes a aquellos individuos que dividen a la población en cien partes iguales. La nomenclatura que usaremos será una P seguida por un subíndice que identifique el número del percentil, por ejemplo: P_{65} es el Percentil 65 y corresponde al valor de variable en aquel individuo que divide a la población en dos partes, dejando un 65% de individuos con valores menores o iguales a él y un 35% de individuos con valores mayores o iguales a él.

Así el P_i es el valor que toma la variable para aquel individuo tal que con él se alcanza el i % de las frecuencias absolutas acumuladas, una vez que los datos se ordenan de menor a mayor. Así $p_i = i\left(\frac{N}{100}\right)$.

Esto equivale a decir que el P_i de una población es el valor que toma la variable para el individuo que ocupa la posición 0,i de la distribución de frecuencias relativas acumuladas. Cuando i es un valor entre 1 y 9 inclusive el individuo ocupa la posición 0,0i de la distribución de frecuencias relativas acumuladas en lugar de la posición 0,i.

Bibliografía

- Alvarez Contreras, S. J., *Estadística aplicada: teoría y problemas*, Madrid, Clagsa, 2000.
- Campbell, Stephen K., *Equívocos y falacias en la interpretación de estadísticas*, México, Limusa, 1981.
- Esteban, Jesús y otros, *Estadística descriptiva y nociones de probabilidad*, Madrid, Ed Internacional Thomson, 2005.
- Galtung, John, *Teoría y métodos de la investigación social*, Buenos Aires, Eudeba, 1973.
- Glass, Gene V. y Stanley, Julian C., *Métodos estadísticas aplicados a las ciencias sociales*, España, Prentice-Hall, 1986.
- Pagano, Robert R., *Estadística para las ciencias del comportamiento*, México, Thomson Editores, 1999.
- Peña, Daniel y Romo, Juan, *Introducción a la estadística para las ciencias sociales*, Madrid, Mc. Graw Hill, 1997.
- Ríos Díaz, Francisca y otros, *Bioestadística: métodos y aplicaciones*, Universidad de Málaga, disponible en <<http://www.bioestadistica.uma.es/libro/>>.
- Spiegel, Murray R., *Estadística*, Madrid, Mc. Graw Hill, 1991.

Ejercicios

1. Se entrevistó una muestra de hogares en una ciudad capital, para conocer el rating (hogares que estuvieron expuestos a la televisión en determinado momento) de los canales de TV entre las 20 y las 21 hs.

La muestra sobre 400 hogares arrojó los siguientes resultados:

Canales de Abonados: 37 hogares; TV4: 23 hogares; Canal 8: 61 hogares; TV1: 69 hogares; Televisión Estatal: 3 hogares; Canal Metropolitano: 4 hogares; No tienen encendida la TV: 203 hogares.

Consigna:

1. Hacer un cuadro de Frecuencias que contenga Número N, Frecuencias Absolutas, Frecuencias Relativas y Porcentaje.
2. Realizar gráfico de frecuencias Absolutas.
3. Realizar gráfico de porcentajes.

2. Se entrevistó una muestra de 400 hogares de Montevideo, para conocer el grado de acuerdo con el gobierno. Se establecieron para el estudio 5 categorías: Rechazo, Desacuerdo, Mediano acuerdo, Acuerdo y Pleno acuerdo. Los resultados de la encuesta fueron los siguientes: Rechazo 57 individuos; Desacuerdo 72 individuos; Mediano acuerdo 131 individuos; Acuerdo 89 individuos; Pleno Acuerdo 51 individuos.

Consigna:

1. Hacer un cuadro de Frecuencias que contenga Número N, Frecuencias Absolutas, Frecuencias Relativas, Frecuencias Acumuladas.
2. Realizar gráfico de frecuencias Absolutas.
3. Realizar el gráfico de torta para frecuencias relativas
4. Realizar gráfico Frecuencias Relativas Acumuladas.

3. Con los datos del ejercicio 1 hallar el share (participación de cada una de las señales con respecto a los televisores encendidos). Luego, repetir los 3 ítems (a, b y c) del ejercicio 1, pero ahora sin tener en cuenta los hogares que no tienen la TV encendida.

Consigna:

1. Hacer un cuadro de Frecuencias que contenga Número N, Frecuencias Absolutas, Frecuencias Relativas y Porcentaje.
2. Realizar gráfico de frecuencias Absolutas.
3. Realizar el gráfico de porcentajes.

VARIABLES CUANTITATIVAS

Distribución de frecuencias y gráficos

Las herramientas de descripción estadística que presentaremos para las variables cuantitativas, ya sea por intermedio de tablas, gráficos o estadísticas, podrán ser usadas tanto para variables intervalales o de razón. Pero sí haremos una distinción al momento de describir, según si la variable que estemos usando es discreta o continua.

En la descripción mediante tablas podemos emplear distribuciones de frecuencias absolutas, distribuciones de frecuencias relativas y distribuciones de porcentajes, tanto simples como acumulados. En las variables cuantitativas la noción de **frecuencia acumulada** reviste una especial importancia, dadas las operaciones matemáticas que este tipo de variable permite realizar. Por ello nos detendremos especialmente en su descripción, aunque la noción de **frecuencia acumulada** ya fue introducida respecto de las variables ordinales.

La **frecuencia acumulada** puede considerarse, para datos agrupados en un cuadro, como la frecuencia total de cada categoría sumada a todas las frecuencias de las categorías anteriores. Puede presentarse la distribución de frecuencia absoluta acumulada y/o la distribución de frecuencia relativa acumulada.

Como ya vimos, la frecuencia absoluta acumulada en la última categoría de la variable es el mismo valor que el total de individuos del cuadro, es decir, es idéntico a N . La frecuencia relativa acumulada en la última categoría será idéntica a 1. Asimismo, para cada categoría la frecuencia relativa acumulada puede ser considerada una proporción entre la frecuencia absoluta acumulada para esa categoría y el número total de individuos que contiene el cuadro.

Si antes usamos n_i para simbolizar la frecuencia absoluta, ahora usaremos N_i para simbolizar la frecuencia absoluta acumulada. De la misma manera, así como hemos usado f_i para simbolizar la frecuencia relativa, emplearemos para simbolizar la F_i la frecuencia relativa acumulada.

De esta manera estamos en condiciones de expresar las relaciones anteriores de la siguiente manera:

$$N_i = \sum_{t=1}^i n_t \quad \text{y} \quad N_k = \sum_{t=1}^k n_t = N \quad \text{y} \quad 0 \leq N_i < N$$

$$\text{y} \quad F_i = \sum_{t=1}^i f_t \quad \text{y} \quad F_k = \sum_{t=1}^k f_t = 1 \quad \text{y} \quad 0 \leq F_i < 1$$

En el caso de variables discretas, la presentación tabular de las frecuencias acumuladas sería la siguiente:

Categorías de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia absoluta Acumulada	Frecuencia relativa acumulada
C_i	n_i	$f_i = \frac{n_i}{N}$	$N_i = n_i$	$F_i = \frac{N_i}{N} = f_i$
...
C_j	n_j	$f_j = \frac{n_j}{N}$	$N_j = n_i + \dots + n_j$	$F_j = \frac{N_j}{N} = f_i + \dots + f_j$
...
C_k	n_k	$f_k = \frac{n_k}{N}$	$N_k = N$	$F_k = 1$
	N	1		

Veamos un ejemplo para una descripción de 520 familias mediante una tabla que incluye distribución de frecuencias absolutas, relativas, absolutas acumuladas y relativas acumuladas.

Cuadro 1: Distribución de frecuencias absolutas y relativas, simples y acumuladas, según número de autos por familia.

N° de autos por familia	n_i	f_i	N_i	F_i
0	154	0,30	154	0,30
1	272	0,52	426	0,82
2	78	0,15	504	0,97
3	16	0,03	520	1,00
Total	520	1,00		

Las variables discretas, más allá de que sus valores son números, suelen tener —en los hechos— un rango de variación relativamente pequeño, por lo cual es razonable presentar un cuadro que incluya todas sus categorías. Ejemplo de esto puede ser la variable número de hijos.

De todas maneras, en la práctica, las variables discretas se suelen agrupar en intervalos (noción que veremos más adelante) a fin de facilitar la lectura. Supongamos una variable como edad. Supongamos ahora que las características de nuestra investigación hacen relevante que la variable sea presentada con un rango que va de 20 a 65 años. Sería muy poco prudente presentar un cuadro con categorías diferentes como edades diferentes podemos tener. Por lo tanto es adecuado presentar el cuadro, en este tipo de situaciones, usando intervalos en las categorías de acuerdo con los criterios teóricos que guían nuestra investigación (20-35; 35-50; 50-65, por ejemplo).

Las variables continuas suelen tener un gran número de categorías distintas (según vimos en la definición de variable cuantitativa cada valor de la variable podría, al menos teóricamente, constituir una categoría) y a la vez puede ocurrir -en algunas situaciones- que pocos casos caigan en cada categoría. Piénsese, por ejemplo, en la variable salarios ya medida para todo un país o para una rama de actividades.

Es por ello que una descripción por tablas usando cualquier distribución (de frecuencias, de porcentajes, etcétera) nos obligaría a tener que usar un gran número de categorías, con pocas frecuencias en cada una de ellas. El cuadro tendría así una gran cantidad de filas con escasa información relevante para su interpretación estadística. Por esta razón, en vez de expresar cada una de las categorías de la variable, se suelen agrupar varias categorías en lo que se llama Intervalos de Clase.

De este modo se recurre a describir una variable usando distribuciones de frecuencias absolutas (o distribuciones de porcentajes, o de frecuencias relativas, etcétera) de los Intervalos de Clase de la variable.

En el caso de variables continuas, la presentación tabular de las frecuencias acumuladas sería la siguiente:

Intervalo de clase	Marca de clase	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa acumulada
$I_p - L_i$	c_i	n_i	$f_i = \frac{n_i}{N}$	$N_i = n_i$	$F_i = \frac{N_i}{N} = f_i$
...
$I_p - L_j$	c_j	n_j	$f_j = \frac{n_j}{N}$	$N_j = n_i + \dots + n_j$	$F_j = \frac{N_j}{N} = f_i + \dots + f_j$
...
$I_p - L_k$	c_k	n_k	$f_k = \frac{n_k}{N}$	$N_k = N$	$F_k = 1$
...	...	N	1

A efectos de ejemplificar mostraremos una tabla donde se describe la población integrada por los funcionarios de un ministerio, según los salarios nominales:

Distribución de frecuencias absolutas y relativas, simples y acumuladas, según salario nominal.					
Salario nominal	c_i	n_i	N_i	f_i	F_i
4000 - 8000	6000	37	37	0,09	0,09
8000 - 12000	12000	96	133	0,24	0,33
12000 - 16000	14000	192	325	0,48	0,81
16000 - 20000	18000	56	381	0,14	0,95
20000 - 24000	22000	19	400	0,05	1,00
Total		400		1	

Es necesario detenernos un instante en varias particularidades que se introducen en este cuadro.

Volvamos un instante sobre la noción de *intervalo*. Siendo el recorrido de la variable las puntuaciones comprendidas entre el mínimo y el máximo de los valores con los que se presenta la variable, el *intervalo* es un segmento, una porción de este recorrido.

El intervalo queda definido por dos valores L_p, l_i ; el *límite inferior del intervalo* l_i que es el valor mínimo del intervalo y el *límite superior del intervalo* L_i que es el valor máximo del intervalo.

Como se puede apreciar en el cuadro que se puso de ejemplo, usaremos una notación en la cual el límite superior de un intervalo es siempre el límite inferior del intervalo siguiente (excepto, claro, en el caso del intervalo final, que no tiene intervalo siguiente).

La razón de esta elección en la notación quedará más clara cuando veamos medidas estadísticas que permiten describir el comportamiento de las distribuciones.

Si bien aquí no aparece señalado ni usado es necesario introducir la noción de *amplitud de intervalo*, que luego usaremos en el cálculo.

La *amplitud del intervalo* será la diferencia que existe entre el límite superior y el límite inferior del intervalo. Es decir, se trata de la cantidad de unidades de la variable que contiene el intervalo. Así la amplitud del intervalo queda definida como $a_i = L_i - L_r$.

La *marca de clase* quedará definida aquí como el punto central del intervalo, el punto medio y servirá para representar cada intervalo de clase. Si bien hay formas estadísticamente más correctas de definirlo, esta manera es adecuada dado el vocabulario manejado hasta aquí. Cuando veamos el cálculo se podrá realizar una aproximación teórica más adecuada a ese concepto.

De todas maneras la marca de clase quedará definida como

$$c_i = \frac{l_i + L_i}{2}.$$

Esto es lo mismo que dividir entre dos la amplitud del intervalo y sumarle esa cantidad al límite inferior del intervalo de clase

$$c_i = \frac{a_i}{2} + l_i$$

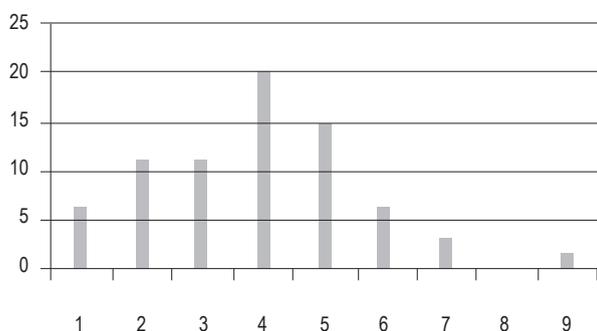
Nótese que hemos usado la nomenclatura simbolizando de la misma manera tanto el valor de las categorías en la variable discreta como la marca de clase en la presentación de la variable continua c_i . La razón de este uso de la nomenclatura está en relación con la nomenclatura que se utilizará para la descripción de una variable mediante estadísticos. En su momento volveremos sobre este aspecto.

No siempre se suelen presentar los cuadros conteniendo toda la información de frecuencias absolutas y relativas. Tampoco es común que se presenten todas las columnas correspondientes a las frecuencias acumuladas. Su utilidad tiene que ver

con los cálculos que realizaremos más que con una presentación formal de las tabulaciones de una investigación.

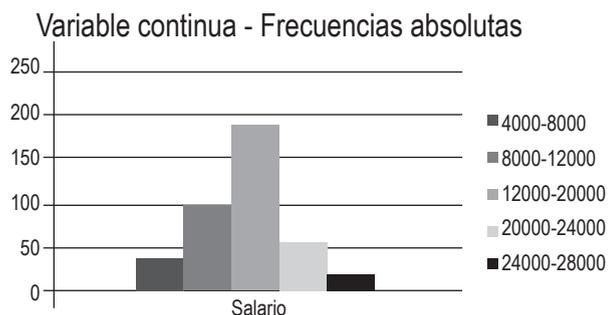
Gráficos

Para variables discretas se usará el gráfico de barras (que ya hemos visto) o el gráfico de varillas (que no son sino —en términos pictóricos— unas «barras» más finas), para representar distribuciones de frecuencias (absolutas o relativas) sin acumular. La representación de este gráfico muestra, en las separaciones entre una «barra» y otra, la ausencia de valores intermedios entre los valores de una y otra categoría.



Para representar las frecuencias (absolutas o relativas) acumuladas en las variables discretas, se usará el llamado *gráfico de escalera*, donde cada «escalón» representa el valor que alcanza la acumulación de la frecuencia en la categoría correspondiente.

Representaremos la distribución de frecuencias (absolutas o relativas) sin acumular de una variable continua mediante el *histograma de frecuencias*.



Aquí las frecuencias se representan mediante áreas de rectángulos que se presentan como contiguos, para señalar el carácter *continuo* de la variable. Así un histograma de frecuencias consiste en un conjunto de rectángulos contiguos que tienen su base en el eje horizontal. El inicio de dicha base representa el límite inferior del intervalo y el término de la misma representa el límite superior del intervalo, siendo su punto medio la marca de clase.

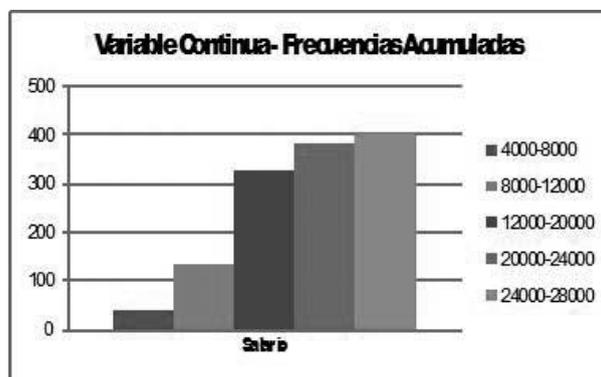
La presentación de dicho histograma variará si los intervalos con los que aparece descripta tabularmente una variable tienen o no la misma amplitud de intervalo.

Cuando los intervalos tienen todos la misma amplitud, todos los rectángulos tienen la misma base y, por lo tanto, la cantidad de la frecuencia queda representada por la altura que alcanza dicho rectángulo.

En el caso de encontrar, en un gráfico correspondiente a variables continuas, alguna separación entre dos barras ello no indica que no existan categorías; sino que no hay casos con esas características.

Así como nuestro cuadro consta de frecuencias sin acumular, y hemos graficado esa información, de la misma manera podemos generar un gráfico que permita dar cuenta del comportamiento de la frecuencia acumulada. El funcionamiento del gráfico es análogo a los anteriores, con la salvedad de que ahora cada rectángulo llega a la altura correspondiente al nivel que ese intervalo «suma» a los anteriores.

Obviamente en este caso, tal como en las frecuencias sin acumular, podemos tanto graficar con el mismo tipo de gráfico las frecuencias absolutas o las frecuencias relativas.



Cuando se grafica la frecuencia acumulada para una variable discreta el dibujo es similar, con la diferencia de que los lados de los rectángulos se dibujan mediante una línea punteada.

Por lo general nos encontraremos que la mayoría de los programas que suelen usarse para hacer gráficos no permiten distinguir tan claramente por el dibujo a las frecuencias acumuladas de una variable discreta de la frecuencia acumulada de una variable continua. Por otra parte la distinción visual entre «varillas» y «barras» se pasa por alto. Todo esto no resulta muy dramático debido a que el tipo de variable nos indica cómo debemos leer cada gráfico.

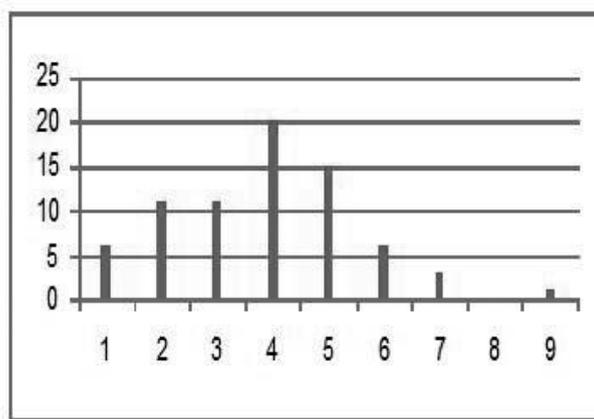
Cuando los intervalos tienen amplitudes diferentes, entonces las bases de los rectángulos serán desiguales y se elimina del gráfico la escala de la altura, ya que es el área la que representa el volumen de la frecuencia y dicha gráfica queda condicionada por la escala que se haya usado para representar la amplitud del intervalo (ya que el área de un rectángulo es igual a base x altura). Por lo tanto en su representación desaparece el eje vertical.

Otra forma de representar las distribuciones de frecuencias (absolutas o relativas) para variables continuas, es lo que se denomina un *polígono de frecuencias*. Un polígono puede ser definido como una porción de un plano delimitado por líneas rectas. También se suele definir al polígono de frecuencias como una curva lineal.

Su trazado se realiza a partir del histograma de frecuencias y requiere unir mediante líneas rectas las marcas de clase de cada una de las alturas de los rectángulos que conforman el histograma de frecuencias. Si trazamos este dibujo sobre el histograma es fácil apreciar que por aspectos geométricos las áreas de los histogramas (los triángulos) que quedan «perdidos» al polígono (ya que quedan por fuera del área descrita por el polígono) se compensan con las áreas (triángulos) que el trazado incorpora. Por ello debemos trazar 2 segmentos adicionales: a) uno que va desde un punto ubicado en el eje horizontal, a la izquierda del límite inferior del primer intervalo y a una distancia igual a la mitad del rango del primer intervalo de clase, hasta el punto medio la línea que describe la altura del primer intervalo; b) otro que va desde un punto ubicado en el eje horizontal, a la derecha del límite superior del último intervalo y a una distancia igual a la mitad del rango del último intervalo de clase, hasta el punto medio de la línea que describe la altura del último intervalo.

La siguiente figura representa a la vez el Histograma y el Polígono de Frecuencias para la distribución de frecuencias de la variable Salario, presentada anteriormente.

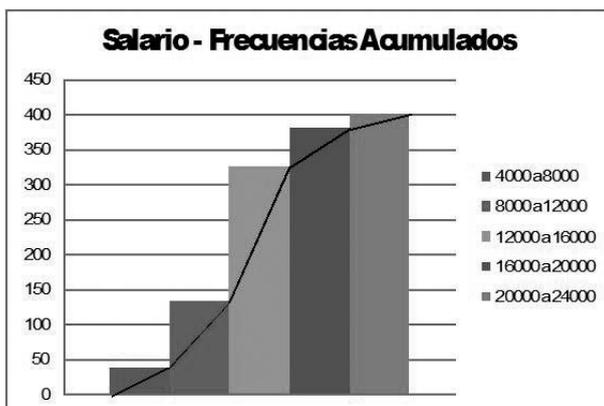
Histograma y Polígono de Frecuencias de la variable Salario



En las variables continuas las frecuencias acumuladas (absolutas o relativas) se representan mediante una línea llamada *ojiva*. La *ojiva* es también una curva lineal que se obtiene a partir del histograma que representa las frecuencias acumuladas. La *ojiva* se obtiene uniendo los extremos superiores (izquierdos) de la línea que representa las alturas de los rectángulos que forman el histograma. Es necesario, para completar la ojiva, trazar una diagonal que una el extremo superior (izquierdo) del primer rectángulo del histograma con la el punto inferior (derecho) de la base de ese rectángulo.

La siguiente figura muestran: el Histograma de frecuencias acumuladas de la variable Salario, sobre el cual esta trazada la Ojiva (polígono de frecuencias acumuladas) correspondiente.

Histograma de frecuencias acumuladas y ojiva de la variable salario



Bibliografía

- Alvarez Contreras, S. J., *Estadística aplicada: teoría y problemas*, Madrid, Clagsa, 2000.
- Campbell, Stephen K., *Equívocos y falacias en la interpretación de estadísticas*, México, Limusa, 1981.
- Esteban, Jesús y otros, *Estadística descriptiva y nociones de probabilidad*, Ed Internacional Thomson, Madrid, 2005.
- Galtung, John, *Teoría y métodos de la investigación social*, Buenos Aires, Eudeba, 1973.
- Glass, Gene V. y Stanley, Julian C., *Métodos estadísticos aplicados a las ciencias sociales*, España, Prentice-Hall, 1986.
- Pagano, Robert R., *Estadística para las ciencias del comportamiento*, México, Thomson Editores, 1999.
- Peña, Daniel y Romo, Juan, *Introducción a la estadística para las ciencias sociales*, Madrid, Mc. Graw Hill, 1997.
- Ríus Díaz, Francisca y otros, *Bioestadística: métodos y aplicaciones*, Universidad de Málaga, <<http://www.bioestadistica.uma.es/libro/>>.
- Spiegel, Murray R., *Estadística*, Madrid, Mc. Graw Hill, 1991.

Ejercicios

Consigna 1:

Se entrevistó una muestra de 100 trabajadores de la industria Metalúrgica, para conocer sus ingresos. La encuesta arrojó la siguiente tabla de resultados.

Cuadro 1.							
Nº formulario	Salario						
1	15454	26	11244	51	13449	76	22444
2	20850	27	18948	52	23855	77	13449
3	5440	28	14566	53	16000	78	17400
4	17204	29	15454	54	6847	79	21434
5	9550	30	17204	55	14566	80	17400
6	8459	31	18948	56	23855	81	16890
7	18948	32	6847	57	22444	82	28500
8	11244	33	12334	58	22300	83	16890
9	15454	34	23855	59	7938	84	21300
10	5440	35	18948	60	27200	85	19320
11	18948	36	27200	61	13449	86	8459
12	17204	37	15454	62	16890	87	13515
13	12334	38	22300	63	11244	88	19000
14	5220	39	14566	64	12334	89	17400
15	12555	40	17204	65	17400	90	11244
16	6847	41	15454	66	25000	91	20010
17	9550	42	11244	67	22444	92	19000
18	15454	43	18948	68	22444	93	16890
19	5990	44	12334	69	7938	94	17400
20	17204	45	19320	70	14566	95	18800
21	11244	46	7938	71	12508	96	8459
22	7938	47	20850	72	19320	97	10837
23	15454	48	17204	73	28500	98	19000
24	9550	49	23855	74	21434	99	10345
25	6590	50	24578	75	19320	100	16000

- a. Hacer un cuadro de Frecuencias que contenga Número N, Frecuencias Absolutas, Frecuencias Relativas y Frecuencias Absolutas Acumuladas y Frecuencias Relativas Acumuladas

- b. Realizar el Histograma y Polígono de Frecuencias sobre frecuencias Absolutas y Histograma de Frecuencia Acumuladas y Ojiva sobre Frecuencias Acumuladas.

Consigna 2:

En una muestra sobre 230 empleados públicos se consultó sobre la cantidad de hijos, dando los siguientes resultados: 32 trabajadores no tienen hijos; 61 trabajadores tienen 1 hijo; 99 trabajadores tienen 2 hijos; 26 trabajadores tienen 3 hijos y finalmente 12 trabajadores tienen 4 hijos.

- a. Hacer un cuadro de Frecuencias que contenga Número N, Frecuencias Absolutas, Frecuencias Relativas, Frecuencias Absolutas Acumuladas y Frecuencias Relativas Acumuladas
- b. Realizar gráfico de Frecuencias Relativas.

Consigna 3:

¿Por qué las frecuencias absolutas de las variables discretas se grafican con las barras separadas y las frecuencias absolutas de las variables continuas se grafican con las barras pegadas?

Variables cuantitativas: descripción empleando estadísticos media y medidas de posición

Los estadísticos que podemos emplear para describir variables cuantitativas son de dos tipos. Uno de ellos son los llamados *medidas de posición* y los llamados *medidas de dispersión*. Si bien es necesario su uso conjunto para poder obtener una buena descripción del comportamiento de una variable, por motivos puramente didácticos los presentaremos por separado.

Se llaman *medidas de posición* o *medidas de tendencia central* a aquellos estadísticos que tienen por finalidad representar en un valor la característica central o más representativa de toda la población.

Entre las medidas de posición que nos permiten emplear las variables cuantitativas encontraremos los que ya hemos empleados con las variables ordinales. Es decir: la moda, la mediana, los cuartiles y los percentiles. Debido a que ya los hemos presentado anteriormente, no volveremos a repetir aquí su significación conceptual. De todas maneras presentaremos fórmulas para poder calcularlos tanto para valores sin agrupar, como para calcular esos estadísticos usando la información contenida en los cuadros de frecuencias agrupadas, tanto sea para variables discretas como para variables continuas. Pero además será necesario presentar un estadístico propio de las variables cuantitativas y que, como veremos, juega un papel fundamental en todos los coeficientes que veremos a lo largo del curso. Se trata de *la media*.

Media

La media, cuya nomenclatura es \bar{x} , se define como el promedio de los valores de los individuos de una población. Dicho de otra manera, la media es el valor que tomaría la variable si los valores de la misma se distribuyeran equitativamente para una cierta población. La nota promedio en un examen, la cantidad de hijos por matrimonio o el ingreso *per capita* no son sino medias que sirven para caracterizar un conjunto de datos.

Dado un conjunto de observaciones $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$ la media se representa mediante \bar{x} y se obtiene dividiendo la suma de los valores de todos los datos por el número de ellos, es decir:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

donde la letra griega sigma mayúscula Σ recibe el nombre de sumatoria y se utiliza para escribir de forma abreviada la suma $x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} + x_n$

Es decir, el símbolo $\sum_{j=1}^N x_j$ denota la suma de todos los x_j desde $j=1$ a $j=N$

Por ejemplo la media de los números 8, 3, 5, 12, y 10 es: $\bar{x} = \frac{8+3+5+12+10}{5} = \frac{38}{5} = 7.6$

La interpretación de la media como centro de los datos se apoya en una propiedad que afirma que la suma de las desviaciones

$$x_1 - \bar{x} + x_2 - \bar{x} + \dots + x_{n-1} - \bar{x} + x_n - \bar{x}$$

de un conjunto de observaciones a su media es igual a cero; es decir, puede probarse que:

$$\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}) = 0$$

Otra propiedad importante de la media es que si sumamos la media de distribuciones diferentes, la media de la suma es la suma de las respectivas medias; es decir:

$$\overline{x + y + \dots + z} = \bar{x} + \bar{y} + \dots + \bar{z}$$

Si bien hay otras propiedades de la media que son matemáticamente relevantes, estas son serán importantes para los cálculos presentados en este curso.

Pero pasemos ahora al cálculo de la media para datos agrupados, es decir, para aquellos casos en los que no contamos con los puntajes de cada individuo sino que solo contamos con la presentación de los datos en un cuadro de frecuencias.

En estos casos deberemos realizar las ponderaciones pertinentes. En el ejemplo dado, como se sumaban los puntajes de cada individuo, si un puntaje se repetía se sumaba tantas veces como aparecía. Ahora, al trabajar con frecuencias absolutas o relativas tendremos que multiplicar el valor de la frecuencia por el valor de la categoría para las variables discretas) o por el valor de la marca de clase del intervalo (para las variables continuas).

Así, según la nomenclatura que hemos establecido, tendremos que la fórmula para el cálculo con frecuencias absolutas será:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N c_i n_i}{N}$$

y la fórmula usando frecuencias relativas quedará como: $\bar{x} = \sum_{i=1}^k c_i f_i$

Por supuesto que el cálculo de la media tanto usando las frecuencias absolutas como usando las frecuencias relativas, arrojará el mismo valor, por lo tanto

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N c_i n_i}{N} = \bar{x} = \sum_{i=1}^k c_i f_i$$

Veamos un caso para variables discretas:

Cuadro XX				
Nº de autos por familia	n_i	N_i	f_i	F_i
0	154	0,30	154	0,30
1	272	0,52	426	0,82
2	78	0,15	504	0,97
3	16	0,03	520	1
<i>Tótal</i>	<i>520</i>	<i>1</i>		

Cálculo de \bar{x} para variables discretas y frecuencias absolutas:

$$\bar{x} = \frac{(0 * 154) + (1 * 272) + (2 * 78) + (3 * 16)}{520} = 0,91$$

Cálculo de \bar{x} para variables discretas y frecuencias relativas:

$$\bar{x} = (0 * 0,30) + (1 * 0,52) + (2 * 0,15) + (3 * 0,03) = 0,91$$

Veamos un caso para variables continuas:

Cuadro XXI					
Salario	c_i	n_i	N_i	f_i	F_i
4000 a 8000	6000	37	37	0,09	0,09
8000 a 12000	10000	96	133	0,24	0,33
12000 a 16000	14000	192	325	0,48	0,81
16000 a 20000	18000	56	381	0,14	0,95
20000 a 24000	22000	19	400	0,05	1,00
<i>Tótal</i>		<i>400</i>		<i>1</i>	

Cálculo de \bar{x} para variables continuas y frecuencias absolutas:

$$\bar{x} = \frac{(6000 * 37) + (10000 * 96) + (14000 * 192) + (18000 * 16) + (22000 * 19)}{400} = 13240$$

Cálculo de \bar{x} para variables continuas y frecuencias relativas:

$$\bar{x} = (6000 * 0,09) + (10000 * 0,24) + (14000 * 0,48) + (18000 * 0,14) + (22000 * 0,05) = 13240$$

Todo lo anterior se puede resumir de la siguiente manera:

	Media	
Datos sin agrupar	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$	
	Frecuencias Absolutas	Frecuencias Relativas
Datos agrupados	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$	$\bar{x} = \sum_{i=1}^k c_i f_i$

Moda

Cuando tenemos los datos sin agrupar podemos decir que la moda es el dato que más se repite, el valor de la variable que aparece más veces en las mediciones.

Si estamos frente a un cuadro de una variable discreta la moda también corresponde al valor de la variable que más se repite, a la categoría de la variable que más veces se reitera.

Pero cuando estamos en un cuadro de datos agrupados con una variable cuyo recorrido se presenta mediante intervalos, entonces ahora hemos *perdido*, por decirlo así, los datos originales. Ya no los tenemos ni es posible reconstruirlos (como en el caso de un cuadro de una variable discreta). Por lo tanto ahora hablaremos de *intervalo modal* y éste será el intervalo que tenga la mayor frecuencia absoluta (o relativa) del cuadro. Por supuesto, nada impide que exista más de un intervalo modal, es decir, más de un intervalo que *iguale*n en la mayor cantidad de frecuencia.

Mediana

Tal como ya habíamos visto la mediana requiere que los datos aparezcan ordenados. Una vez puestos de menos a mayor es necesario encontrar el valor que ocupa la mitad de la distribución de frecuencias acumuladas.

En términos de notación hay que tener en cuenta que x_i se utiliza para señalar el puntaje de la variable en un individuo cuando las puntuaciones de la variable no requieren un orden y se utiliza $x_{(i)}$ para dar cuenta del puntaje del individuo que ocupa la posición i -ésima, una vez que los datos se han ordenado de menor a mayor.

Cuando se trata de datos sin acumular es fácil comprobar que si la cantidad de individuos de nuestro universo es impar, entonces la mediana corresponderá al valor que toma la variable para aquel individuo que ocupa la posición central de ese grupo.

Es decir que: $Md = x_{\left(\frac{N+1}{2}\right)}$

Sin embargo, cuando la cantidad de individuos del universo es par, ese valor central no corresponderá a ningún individuo y puede considerarse la semi suma de los valores que toma la variable para los dos individuos que ocupan la posición central de la distribución.

$$\text{Así tendremos que } Md = \frac{x_{\left(\frac{N}{2}\right)} + x_{\left(\frac{N}{2}+1\right)}}{2}$$

Debe tenerse siempre presente que debemos primero ubicar la posición de un cierto individuo para observar el valor que toma la variable para ese individuo. Se debe tener cuidado de no confundir la posición de un individuo, el lugar que se le asigna dentro de una lista ordenada de valores, con el valor de la variable.

Cuando estamos operando con datos agrupados y la variable se presenta como discreta, entonces podemos emplear el mismo criterio que hemos empleado para los datos sin agrupar, en la medida en que es sencillo reconstruir el valor de los datos recogidos en el relevamiento de datos.

Ej.: Si tomamos el cuadro (XX) con la variable discreta «Número de autos por familia», encontramos que:

$$Md = \frac{x_{\left(\frac{520}{2}\right)} + x_{\left(\frac{520}{2}+1\right)}}{2} = 260,5$$

El valor de la Md, será entonces el valor del individuo que ocupa la posición 261. Vamos entonces al cuadro y en la columna de frecuencias acumuladas, vemos que en la categoría «1 auto» se encuentran los individuos que van desde el 155 al 426, por lo tanto el individuo 261 se encuentra en esta categoría y tiene un valor de 1, que es el valor de la Md para el citado cuadro.

Por su parte, cuando estamos operando con datos agrupados y la variable se presenta como interval, entonces debemos emplear otro criterio, debemos estimar el valor de la mediana. Debemos, por lo tanto, tratar de tener un criterio que nos permita escoger cual será el valor de la mediana para esa distribución.

En primer lugar debemos encontrar cual es el intervalo que tiene al individuo que ocupa la mitad de la distribución. Aquí no tiene mayor sentido la sutileza de considerar si el N de la distribución es par o impar. Encontrado el intervalo debemos considerar cuanta es la frecuencia que aparece acumulada hasta el intervalo anterior, de manera de saber cuántos de los individuos del intervalo que tiene la mediana debemos tomar para obtener el individuo al que le corresponderá el valor de la mediana. Para ello se empleará el supuesto de que la cantidad de individuos que hay en la amplitud del intervalo modal se distribuyen de manera tal que cada uno ocupa la misma cantidad de esa distancia. Una vez tomada esa cantidad de individuos y sabiendo cual es la proporción del espacio del intervalo que ocupan basta con sumar esa cantidad al límite inferior del intervalo y tendremos el valor estimado de la media.

Si trabajamos con la frecuencia absoluta nos bastará con aplicar una fórmula que nos permite hacer de manera mecánica todo el proceso anterior:

$$Md = \left(\frac{\frac{N}{2} - N_{i-1}}{n_i} \right) a_i + l_i$$

Remitiéndonos a la nomenclatura ya introducida anteriormente nos bastará aquí señalar que por i entendemos el intervalo que corresponde al intervalo modal y por $i-1$ el intervalo inmediatamente anterior al intervalo modal.

De la misma manera podemos calcular la moda a partir de la distribución de las frecuencias relativas:

$$Md = \left(\frac{0,50 - F_{i-1}}{f_i} \right) a_i + l_i$$

Ejemplo de cálculo para frecuencias absolutas: Si tomamos el cuadro (XXI) con la variable continua «Salario».

$$\text{Encontramos que: } Md = \left(\frac{\frac{400}{2} - 133}{192} \right) 4000 + 12000 = 13396$$

El valor de la mediana para el cuadro que estamos analizando es entonces 13396. Para este cuadro el individuo que nos da el valor de la Md es el individuo $N/2 = 200$, siendo el valor de este individuo 13396 el valor de la Md .

El cálculo para frecuencias relativas se realiza de la siguiente forma:

$$Md = \left(\frac{0,50 - 0,33}{0,48} \right) 4000 + 12000 = 13416$$

El valor de la mediana entonces calculadas sobre las frecuencias relativas es de 13416, obsérvese que hay una pequeña diferencia de 20 puntos entre el cálculo de la Md en Frecuencias Absolutas y el cálculo de la Md en frecuencias relativas, esto se debe al ajuste de decimales, necesario al obtener las frecuencias relativas. La diferencia es muy pequeña si tenemos en cuenta que estamos analizando una variable que tiene un rango de 20000 puntos.

Podemos resumir lo anterior de la siguiente manera

	MEDIANA	
	N impar	N par
Datos sin agrupar	$Md = x_{\left(\frac{N+1}{2}\right)}$	$Md = \frac{x_{\left(\frac{N}{2}\right)} + x_{\left(\frac{N}{2}+1\right)}}{2}$
	Frecuencias Absolutas	Frecuencias Relativas
Datos agrupados Variables intervalales	$Md = \left(\frac{\frac{N}{2} - N_{i-1}}{n_i} \right) a_i + l_i$	$Md = \left(\frac{0,50 - F_{i-1}}{f_i} \right) a_i + l_i$

Cuartiles

Recordemos que el cálculo de los cuartiles toma la misma estrategia de la mediana, siendo la mediana igual al segundo cuartil. Por lo tanto es necesario especificar solamente los casos del primer y del tercer cuartil. El cuartil cuatro será siempre el valor que toma la variable en el extremo superior de su recorrido. (Véase que algo análogo ocurre con el resto de las medidas que presentaremos).

Para el caso de los datos sin agrupar podemos por lo tanto, hacer la distinción cuando se trata de un N par o de un N impar.

$$\text{Si } N \text{ es impar tendremos que: } Q_1 = x_{\left(\frac{N+1}{4}\right)} \text{ y } Q_3 = x_{\left(\frac{N+1}{4} \cdot 3\right)}$$

En el caso que N fuera par tendríamos:

$$Q_1 = \frac{x_{\left(\frac{N}{4}\right)} + x_{\left(\frac{N}{4}+1\right)}}{2} \text{ y } Q_3 = \frac{x_{\left(\frac{N}{4} \cdot 3\right)} + x_{\left(\frac{N}{4} \cdot 3\right)+1}}{2}$$

Vale aquí la advertencia ya realizada de no confundir el número de la posición de un individuo con el valor del cuartil, que es el valor que toma la variable para ese individuo.

Igual que en el caso de la mediana podemos usar las mismas fórmulas para los datos sin agrupar cuando queremos calcular los cuartiles de una variable presentada como discreta.

Ejemplo: Cálculo de cuartil para variables discretas:

Si tomamos nuevamente el cuadro (XX) con la variable discreta «Número de autos por familia», encontramos que:

$$Q_1 = \frac{x_{\left(\frac{520}{4}\right)} + x_{\left(\frac{520}{4}+1\right)}}{2} = 130,5$$

El valor de la Q_1 , será entonces el valor del individuo que ocupa la posición 131. Vamos entonces al cuadro y en la columna de frecuencias acumuladas, observamos que en la categoría «0» auto se encuentran los individuos que van desde el 0 al 154, por lo tanto el individuo 131 se encuentra en esta categoría y tiene un valor de 0, que es el valor del Q_1 para el citado cuadro.

En el caso de las variables tratadas como intervalos podemos usar fórmulas que siguen la estructura del cálculo de la mediana.

Así, para el primer cuartil tendremos:

$$Q_1 = \left(\frac{\frac{N}{4} - N_{i-1}}{n_i} \right) a_i + l_i \quad \text{y} \quad Q_1 = \left(\frac{0,25 - F_{i-1}}{f_i} \right) a_i + l_i$$

Para el tercer cuartil tendremos:

$$Q_3 = \left(\frac{\frac{N}{4} 3 - N_{i-1}}{n_i} \right) a_i + l_i \quad \text{y} \quad Q_3 = \left(\frac{0,75 - F_{i-1}}{f_i} \right) a_i + l_i$$

Ej. Cálculo de Cuartil₁ para variables continuas:

Volvemos al cuadro (XXI) con la variable continua «Salario».

Encontramos que:

$$Q_1 = \left(\frac{400 - 37}{96} \right) 4000 + 8000 = 10625$$

El valor del Q_I para el cuadro que estamos analizando es entonces 10625. Para este cuadro el individuo que nos da el valor de la Q_I es el individuo $N/4=100$.

Podríamos resumir lo anterior de la siguiente manera:

	CUARTILES	
	N impar	N par
Datos sin agrupar	$Q_1 = x_{\left(\frac{N+1}{4}\right)}$	$Q_1 = \frac{x_{\left(\frac{N}{4}\right)} + x_{\left(\frac{N}{4}+1\right)}}{2}$
	$Q_3 = x_{\left(\frac{N+1}{4} \cdot 3\right)}$	$Q_3 = \frac{x_{\left(\frac{N}{4} \cdot 3\right)} + x_{\left(\frac{N}{4} \cdot 3 + 1\right)}}{2}$
	Frecuencias Absolutas	Frecuencias Relativas
Datos agrupados Variables continuas	$Q_1 = \left(\frac{\frac{N}{4} - N_{i-1}}{n_i} \right) a_i + l_i$	$Q_1 = \left(\frac{0,25 - F_{i-1}}{f_i} \right) a_i + l_i$
	$Q_3 = \left(\frac{\frac{N}{4} 3 - N_{i-1}}{n_i} \right) a_i + l_i$	$Q_3 = \left(\frac{0,75 - F_{i-1}}{f_i} \right) a_i + l_i$

Percentiles

En el caso de los percentiles se trata de dividir el total del N en cien partes iguales. En el caso de los datos sin agrupar o de variables discretas se trata de un procedimiento sencillo, recordando que el valor del percentil buscado puede expresarse como

$$p_i = i \left(\frac{N}{100} \right)$$

Se trata de identificar el valor que toma la variable para ese individuo.

Ej.: Cálculo de Percentil90 para variables discretas:

Si tomamos nuevamente el cuadro (XX) con la variable discreta «número de autos por familia», encontramos que:

$$P_{90} = 90 \left(\frac{520}{100} \right) = 468$$

El valor de la P_{90} , será entonces el valor del individuo que ocupa la posición 468. Vamos entonces al cuadro y en la columna de frecuencias acumuladas, vemos que en la categoría «2» autos se encuentran los individuos que van desde el 427 al 504, por lo tanto el individuo 468 se encuentra en esta categoría y tiene un valor de 2, que es el valor del P_{90} para el citado cuadro.

Siguiendo el mismo tipo de razonamiento para las variables continuas tendríamos que:

$$P_i = \left(\frac{i \cdot \frac{N}{100} - N_{i-1}}{n_i} \right) a_i + l_i$$

Por ejemplo: cálculo de Percentil90 para variables continuas:

Volvemos al cuadro (XXI) con la variable continua «salario». Encontramos que:

El valor del P_{90} para el cuadro que estamos analizando es entonces 18500. Para este cuadro el individuo que nos da el valor del P_{90} es el individuo $90 \cdot N / 100 = 90 \cdot 400 / 100 = 360$.

Podríamos resumir lo anterior señalando que para el cálculo de los percentiles:

	Percentiles	
Datos sin agrupar	Los percentiles son valores que resultan de dividir la población (el N de las observaciones) en cien partes iguales (1% en cada una). Los percentiles serán los valores que toma la variable para los individuos en esa posición.	
	Frecuencias Absolutas	Frecuencias Relativas
Datos agrupados Variables continuas	$P_i = \left(\frac{i \cdot \frac{N}{100} - N_{i-1}}{n_i} \right) a_i + l_i$	$P_i = \left(\frac{0 \cdot i - F_{i-1}}{f_i} \right) a_i + l_i$

Bibliografía

- Alvarez Contreras, S. J., *Estadística aplicada: teoría y problemas*, Madrid, Clagsa, 2000.
- Campbell, Stephen K., *Equívocos y falacias en la interpretación de estadísticas*, México, Limusa, 1981.
- Esteban, Jesús y otros, *Estadística descriptiva y nociones de probabilidad*, Madrid, Ed Internacional Thomson, 2005.
- Galtung, John, *Teoría y métodos de la investigación social*, Buenos Aires, Eudeba, 1973.
- Glass, Gene V. y Stanley, Julian C., *Métodos estadísticas aplicados a las ciencias sociales*, España, Prentice-Hall, 1986.
- Pagano, Robert R., *Estadística para las ciencias del comportamiento*, México, Thomson Editores, 1999.
- Peña, Daniel y Romo, Juan, *Introducción a la estadística para las ciencias sociales*, Madrid, Mc. Graw Hill, 1997.
- Ríos Díaz, Francisca y otros, *Bioestadística: métodos y aplicaciones*, Universidad de Málaga, <<http://www.bioestadistica.uma.es/libro/>>.
- Spiegel, Murray R., *Estadística*, Madrid, Mc. Graw Hill, 1991.

Ejercicios

1. Tomar el cuadro 1 de ejercicios del capítulo 12 y calcular, moda, la media, mediana y tercer cuartil de ingresos de los obreros entrevistados.
2. Tomar Solución del ejercicio 1a) del capítulo 12 (cuadro de frecuencias)
 - a. Introducir en el cuadro la marca de clase.
 - b. Mencionar cual es el intervalo modal
 - c. Calcular media
 - d. Calcular mediana
 - e. Calcular primer cuartil para Frecuencias Relativas
3. Tomar solución del ejercicio 2a) del capítulo 12 (cuadro de frecuencias).
 - a. Mencionar cual es la categoría modal y calcular media, mediana y percentil 80
4.
 - a. Completar el cuadro propuesto
 - b. Sin realizar el cálculo de coeficientes, responder si los siguientes resultados son coherentes con el cuadro: Media 22,5; Mediana 178; 3er. Cuartil 40.

Intervalos	ni	Fi	Ni	Fi
0-10	28	0,08		
10-20				0,2
20-30			147	
30-40				0,7
40-50				

Medidas de dispersión

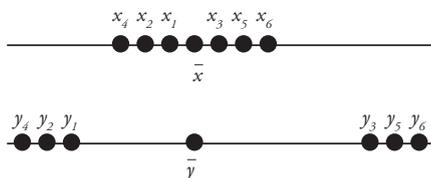
Para dar una adecuada descripción del comportamiento de una cierta población respecto de variables cuantitativas no sólo se requieren estadísticos descriptivos como los que vimos sino también estadísticos que den cuenta de la dispersión, es decir de cómo se distribuyen las puntuaciones obtenidas respecto de la media.

El desvío estándar (o desviación típica):

Es bastante probable que muchas veces nos enfrentemos a conjuntos de datos que a pesar de ser muy distintos, poseen la misma media. Es decir, es posible que conjuntos de datos que revelarían comportamientos muy diferentes en los valores absolutos de la variable, arrojen el mismo número al calcular la media de cada grupo.

Tomemos en cuenta dos casos sencillos: un grupo cuyos valores son 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103 y otro grupo cuyas puntuaciones serán 1, 2, 3, 100, 197, 198, 199. En ambos casos media y mediana tienen el mismo valor. Es claro que en el primer grupo las puntuaciones se encuentran más cercanas a la media que en el segundo grupo.

Grafiquemos esquemáticamente estos ejemplos:



La diferencia de esos conjuntos de datos no radica, pues, en rasgos como la simetría, pero sí en su concentración o dispersión alrededor de la media. Esto pone de manifiesto la conveniencia de complementar la media con un valor numérico que exprese la idea de variabilidad de los datos alrededor suyo. Tomar en cuenta solo la media sin expresar la desviación, nos podría hacer tener ideas equivocadas respecto de los puntajes en una población.

Una manera que aparece como muy natural para construir una medida de dispersión sería promediar las desviaciones de la media, pero como vimos

$$x_1 - x + x_2 - x + \dots + x_{n-1} - x + x_n - x = 0$$

Una manera —pero no la única— de evitar que los distintos signos se compensen es elevarlas al cuadrado, de manera que todas las desviaciones sean positivas. La raíz cuadrada del promedio de estas cantidades recibe el nombre de desviación estándar, o desviación típica y es representada por la siguiente fórmula:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

Matemáticamente es posible demostrar que la suma de los cuadrados de los desvíos de la totalidad de las observaciones, respecto de la media es menor que la suma de los cuadrados de los desvíos respecto de cualquier otro valor del recorrido de la variable.

Calculemos el desvío estándar para el siguiente conjunto de valores: {97, 98, 99, 100, 101, 102, 103}.

$$s = \sqrt{\frac{(-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + (0)^2 + (1)^2 + (2)^2 + (3)^2}{7}} = \sqrt{\frac{28}{7}} = \sqrt{4} = 2$$

Calculemos el desvío estándar para el siguiente conjunto de valores: {1, 2, 3, 100, 197, 198, 199}.

$$s = \sqrt{\frac{(-99)^2 + (-98)^2 + (-97)^2 + (0)^2 + (97)^2 + (98)^2 + (99)^2}{7}} = \sqrt{\frac{57628}{7}} = \sqrt{8232,57} = 90,73$$

Como era de esperar, el desvío estándar del primer grupo es menor que el desvío estándar del segundo grupo.

Sin embargo sería equivocado sacar la conclusión de que siempre que el desvío estándar es menor la distribución es más homogénea. Aquí ambos desvíos pueden ser comparados fácilmente porque las poblaciones tienen la misma media. Nos detendremos en esto un poco más adelante.

El desvío estándar puede ser expresado, para el uso de frecuencias absolutas, como

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N n_i (c_i - \bar{x})^2}{N}}$$

mientras que cuando usamos frecuencias relativas el cálculo puede expresarse como

$$s = \sqrt{\sum_{i=1}^N f_i (c_i - \bar{x})^2}$$

Si bien es posible emplear muchas fórmulas de cálculo diferente, fáciles de hallar en cualquier bibliografía, y si bien también pueden realizarse una serie de equivalencias que podrían ayudar más o menos al cálculo, decidimos en todos los coeficientes que usen la noción de distancia a la media, como forma de mantener unido todo el curso en torno a un conjunto de representaciones que nos parecen importantes para ayudar al alumno a conceptualizar mejor las relaciones implicadas en los estadísticos que presentaremos en esta parte del curso.

Veamos un ejemplo para casos agrupados.

Valores que toma la variable	Frecuencia absoluta
2	1
5	3
6	4
8	2
	10

cuya media es 5,7, el desvío estándar sería $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N n_i (c_i - \bar{x})^2}{N}}$

$$\begin{aligned} \text{es decir } s &= \sqrt{\frac{1(2-5,7)^2 + 3(5-5,7)^2 + 4(6-5,7)^2 + 2(8-5,7)^2}{10}} = \\ &= \sqrt{\frac{(13,69) + (1,47) + (0,36) + (10,58)}{10}} = \sqrt{\frac{26,1}{10}} = \sqrt{2,61} = 1,61 \end{aligned}$$

Ahora un caso para variables intervalales

Intervalos	Marcas de clase	Frecuencias absolutas
60 - 62	61	5
62 - 64	63	18
64 - 66	65	42
66 - 68	67	27
68 - 70	69	8
		100

La media es 65,3 y el cálculo de la desviación estándar sería

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{5(61-65,3)^2 + 18(63-65,3)^2 + 42(65-65,3)^2 + 27(67-65,3)^2 + 8(69-65,3)^2}{100}} = \\ &= \sqrt{\frac{379}{100}} = \sqrt{3,79} = 1,95 \end{aligned}$$

Veamos ahora los mismo casos pero usando la frecuencia relativa $s = \sqrt{\sum_{i=1}^N f_i (c_i - \bar{x})^2}$

Valores que toma la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
2	1	0,1
5	3	0,3
6	4	0,4
8	2	0,2
	10	1

$$\sqrt{0,1(2-5,7)^2 + 0,3(5-5,7)^2 + 0,4(6-5,7)^2 + 0,2(8-5,7)^2} =$$

$$= \sqrt{(1,369) + (0,147) + (0,036) + (1,058)} = \sqrt{2,61} = 1,61$$

Para el caso de la variable interval

Intervalos	Marcas de clase	Frecuencias absolutas	Frecuencias relativas
60 - 62	61	5	0,05
62 - 64	63	18	0,18
64 - 66	65	42	0,42
66 - 68	67	27	0,27
68 - 70	69	8	0,08
		100	

Resumiendo

Desvío estándar		
Datos sin agrupar	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}}$	
Datos agrupados	Frecuencias absolutas	Frecuencias relativas
	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k n_i (c_i - \bar{x})^2}{N}}$	$s = \sqrt{\sum_{i=1}^k f_i (c_i - \bar{x})^2}$

Muchas veces algunos cálculos requieren, en vez del desvío estándar, la noción de *varianza*. Sin embargo la varianza no es más que el desvío estándar elevado al cuadrado, con lo cual se mantiene el problema de la comparación entre distribuciones con medias diferentes o, aún más, para distribuciones con diferente unidad de medida.

Varianza s^2		
Datos sin agrupar	$s = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}$	
Datos agrupados	Frecuencias absolutas	Frecuencias relativas
	$s = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (c_i - \bar{x})^2}{N}$	$s = \sum_{i=1}^k f_i (c_i - \bar{x})^2$

El coeficiente de variación:

Para comparar la dispersión de variables que aparecen en unidades distintas o que tienen medias diferentes, es necesario disponer de una medida de variabilidad que no dependa de las unidades o de los valores absolutos del desvío estándar.

Las unidades de la media y de la desviación estándar coinciden con las de las observaciones. Una manera natural de construir una medida de variabilidad que cumpla los requisitos anteriores es el llamado **coeficiente de variación**

$$CV = \frac{S}{|\bar{x}|}$$

esto siempre que la media no sea cero (las barras del denominador representan el valor absoluto que, como ya dijimos, indican que debe prescindirse del signo de la media, es decir de la unidad de medida de la media, ya que ella siempre es positiva).

Si multiplicamos el resultado dado en la fórmula anterior por 100 tendremos el coeficiente de variación expresado como un tanto por ciento.

$$CV = \frac{S}{|\bar{x}|} \times 100$$

Mientras el valor del desvío estándar puede variar, en términos absolutos, si se mide —para la misma población— en centímetros o en pulgadas, el coeficiente de variación permitiría ver que la relación desvío estándar y media sería la misma.

Si observamos el cálculo del coeficiente de variación para el cuadro de datos agrupados de la variable discreta que hemos presentado más arriba

$$CV = \frac{S}{|\bar{x}|} = \frac{1,61}{5,7} = 0,28$$

y lo comparamos con el cálculo del coeficiente de variación para el cuadro de los datos agrupados de la variable interval que también hemos presentado más arriba

$$CV = \frac{S}{|\bar{x}|} = \frac{1,95}{65,3} = 0,03$$

veremos que es fácil sacar conclusiones equivocadas sobre homogeneidad de una distribución sólo comparando el desvío estándar de cada una.

Rango intercuartílico

Una medida elemental de dispersión basada en la ordenación de las observaciones es el **rango intercuartílico** RI y es, sencillamente, la diferencia entre el valor del tercer y el primer cuartil, es decir

$$CV = \frac{S}{|\bar{x}|} = \frac{1,95}{65,3} = 0,03$$

Nos dice en cuantas unidades del recorrido total de la variable se concentra el 50% de los valores centrales de una distribución.

Veamos un ejemplo para el caso del cuadro de datos agrupados de la variable interval que hemos visto más arriba

Usaremos el cálculo del primer cuartil según ya lo hemos visto en el capítulo anterior, usando las frecuencias absolutas.

$$Q_1 = \left(\frac{\frac{N}{4} - N_{i-1}}{n_i} \right) a_i + l_{i-1}$$

$$Q_1 = \left(\frac{\frac{100}{4} - 23}{42} \right) 2 + 64 = (0,05)2 + 64 = 64,1$$

Calcularemos ahora el tercer cuartil

$$Q_3 = \left(\frac{\frac{N}{4} \cdot 3 - N_{i-1}}{n_i} \right) a_i + l_{i-1}$$

$$Q_3 = \left(\frac{\frac{100}{4} \cdot 3 - 65}{27} \right) 2 + 66 = 66,74$$

Finalmente

$$RI = Q_3 - Q_1 = 66,74 - 64,10 = 2,64$$

Esto significa que un rango de 2,64 unidades, desde 64,10 a 66,74 se concentra el cincuenta por ciento central de los casos de la variable, en un total de 10 unidades de recorrido de la variable.

Bibliografía

- Alvarez Contreras, S. J., *Estadística aplicada: teoría y problemas*, Madrid, Clagsa, 2000.
- Campbell, Stephen K., *Equívocos y falacias en la interpretación de estadísticas*, México, Limusa, 1981.
- Esteban, Jesús y otros, *Estadística descriptiva y nociones de probabilidad*, Madrid, Ed Internacional Thomson, 2005.
- Galtung, John, *Teoría y métodos de la investigación social*, Buenos Aires, Eudeba, 1973.
- Glass, Gene V. y Stanley, Julian C., *Métodos estadísticas aplicados a las ciencias sociales*, España, Prentice-Hall, 1986.
- Pagano, Robert R., *Estadística para las ciencias del comportamiento*, México, Thomson Editores, 1999.
- Peña, Daniel y Romo, Juan, *Introducción a la estadística para las ciencias sociales*, Madrid, Mc. Graw Hill, 1997.
- Ríos Díaz, Francisca y otros, *Bioestadística: métodos y aplicaciones*, Universidad de Málaga, disponible en <<http://www.bioestadistica.uma.es/libro/>>.
- Spiegel, Murray R., *Estadística*, Madrid, Mc. Graw Hill, 1991.

Ejercicios

1. Tomar solución del ejercicio 2a) del capítulo 13 (cuadro de frecuencias) y calcular:

- Varianza,
- Desvío estándar
- Coefficiente de Variación y
- Rango Intercuartílico.
- Interpretar los resultados

2. Teniendo en cuenta los siguientes datos responda a la consigna:

Un gobierno implementó una política de impacto en política económica con el fin de distribuir mejor la riqueza. Paralelamente se dio un crecimiento del PBI que arrojó como saldo el aumento de la media de ingresos de la población.

El gobierno plantea que cumplió su objetivo de distribución, mientras la oposición responde que con esa política los más ricos se alejan cada vez más de los más pobres aumentando la brecha entre unos y otros.

Antes de comenzar la política se había hecho una encuesta de ingresos a una muestra representativa de la población. Cuatro años después se vuelve a hacer la misma encuesta al mismo grupo de personas dando una y otra muestra los siguientes datos de ingreso.

Analice los datos que se piden más abajo e interprete en qué se basa el gobierno y la oposición para sostener sus afirmaciones.

Primera encuesta

Ingresos en U\$S	FR	FRA
0-200	0,02	0,02
200-400	0,06	0,08
400-600	0,48	0,56
600-800	0,26	0,82
800-1000	0,14	0,96
1000-1200	0,04	1
1200-1400	0	0
	1	

Segunda encuesta

Ingresos en U\$\$	FR	FRA
0-200	0	0
200-400	0,03	0,03
400-600	0,03	0,06
600-800	0,36	0,42
800-1000	0,42	0,84
1000-1200	0,07	0,91
1200-1400	0,06	0,97
1400-1600	0,03	1
	1	

Calcular para cada grupo:

- Marcas de Clase
- Media de cada grupo.
- Desvío estándar.
- Coefficiente de Variación.
- Percentil 90 (10% de la población con mas ingreso)
- Percentil 10 (10% de la población con menos ingresos)
- Interpretar los resultados

3. Responda:

- ¿Por qué no podemos utilizar la sumatoria de distancias a la media para conocer la dispersión de una Variable?
- ¿Por qué para comparar variables es preferible apelar al Coeficiente de Variación en vez de contentarse con comparar los Desvíos Estándares?

Distribuciones bivariadas

Además de la posibilidad de estudiar cada variable por separado, también tenemos la posibilidad de investigar relaciones entre distintas variables. La mayoría de las veces nos interesa medir en los individuos un conjunto de variables.

Distribución conjunta de frecuencias: tabla de doble entrada

Supongamos que disponemos de N pares de observaciones correspondientes a dos. Como vimos, cada una de ellas determina de manera natural diferentes clases o categorías. Si la primera puede tomar valores correspondientes a k clases y la segunda a m clases entonces, al considerarlas conjuntamente, quedan definidas $k \times m$ categorías. El valor n_{ij} representa el número de datos que pertenecen a la clase i -ésima de la primera variable y a la categoría j -ésima de la segunda; recibe el nombre de frecuencia absoluta conjunta de la clase ij .

	X					
Y	C_1	C_2	...	C_{k-1}	C_k	
d_1	n_{11}	n_{12}	...	n_{1m-1}	n_{1m}	
d_2	n_{21}	n_{22}	...	n_{2m-1}	n_{2m}	
...	
d_{m-1}	n_{k-11}	n_{k-12}	...	n_{k-1m-1}	n_{k-1m}	
d_m	n_{k1}	n_{k2}	...	n_{km-1}	n_{km}	
						N

En la tabla puede verse la distribución conjunta de frecuencias absolutas: es una tabla de doble entrada construida de la manera siguiente. En la primera fila aparecen las clases de la primera variable representadas genéricamente como $c_1, c_2, \dots, c_{k-1}, c_k$. La primera columna contiene las clases de la segunda variable, que denotamos por $d_1, d_2, \dots, d_{k-1}, d_k$. Determinada la tabla por esta fila y esta columna, en cada casillero figura la correspondiente frecuencia conjunta n_{ij} donde el primer subíndice i está asociado a la categoría de la primera variable y el otro, j , a la de la segunda.

Salario	Nivel Educativo					
	Primaria	Secundaria	Terciaria sin terminar	Terciaria	Posgrado	
Hasta 9000	157	72	42	12	2	
9000 - 15000	72	132	21	7	2	
15000 - 21000	43	55	80	75	90	
21000 - 27000	35	37	86	110	126	
						1256

Es decir, se coloca en la primera hilera las categorías de una de las variables y en la primer columna las categorías de la segunda variable, ubicándose en el cuerpo de la tabla, en cada una de las celdas definidas por una columna y una hilera, las frecuencias correspondientes a cada juego de categorías de las variables de investigación.

La proporción $\frac{n_{ij}}{N}$ es la frecuencia relativa conjunta de la clase ij y se representa por f_{ij} . La tabla de la distribución conjunta de frecuencias relativas se obtiene dividiendo por N los valores de la distribución conjunta de frecuencias absolutas.

Y	X					
	C_1	C_2	...	C_{k-1}	C_k	
d_1	f_{11}	f_{12}	...	f_{1m-1}	f_{1m}	
d_2	f_{21}	f_{22}	...	f_{2m-1}	f_{2m}	
...	
d_{m-1}	f_{k-11}	f_{k-12}	...	f_{k-1m-1}	f_{k-1m}	
d_m	f_{k1}	f_{k2}	...	f_{km-1}	f_{km}	
						I

Igual que ocurría en la distribución de frecuencias para una sola variable: las frecuencias conjuntas son números no negativos; la suma de las frecuencias absolutas conjuntas es el número total N de observaciones; la suma de las frecuencias relativas conjuntas es igual a uno.

Véase la distribución de frecuencias relativas para el ejemplo anterior.

Salario	Nivel Educativo					Total
	Primaria	Secundaria	Terciaria sin terminar	Terciaria	Posgrado	
Hasta 9000	0.13	0.06	0.03	0.01	0	0.23
9000 - 15000	0.06	0.11	0.02	0.01	0	0.19
15000 - 21000	0.03	0.04	0.06	0.06	0.07	0.27
21000 - 27000	0.03	0.03	0.07	0.09	0.1	0.31
total	0.24	0.24	0.18	0.16	0.18	1

Alguna mínima discrepancia de las sumatorias en las filas o las columnas proviene del redondeo.

Distribuciones marginales

Además de la distribución conjunta, cada una de las dos variables cualitativas tiene su propia distribución. Estas dos distribuciones pueden calcularse de manera sencilla a partir de la tabla que contiene la distribución conjunta, sin más que sumar por filas y por columnas.

En la última hilera se indica el total de las frecuencias que corresponden a cada una de las categorías de la variable dispuestas en la primera hilera. En la última columna se coloca el total de las frecuencias que corresponden a cada una de las categorías de las variables, dispuestas en la primera columna. El cruce de la última columna con la última hilera indica el total general de observaciones.

Las distribuciones de cada una de las dos variables surgen en los márgenes de la tabla y, por eso, reciben el nombre de distribuciones marginales.

			X			
Y	c_1	c_2	...	c_{k-1}	c_k	$n_{.i}$
d_1	n_{11}	n_{12}	...	n_{1m-1}	n_{1m}	$n_{.1}$
d_2	n_{21}	n_{22}	...	n_{2m-1}	n_{2m}	$n_{.2}$
...
d_{m-1}	n_{k-11}	n_{k-12}	...	n_{k-1m-1}	n_{k-1m}	$n_{.m-1}$
d_m	n_{k1}	n_{k2}	...	n_{km-1}	n_{km}	$n_{.m}$
	$n_{.1}$	$n_{.2}$		$n_{.k-1}$	$n_{.k}$	N

En general, la distribución marginal de la primera variable suele representarse mediante $n_{.i}$, donde el punto indica que hemos sumado en todos los valores de la segunda variable manteniendo fijo el valor i de la primera. Mediante $n_{.j}$ se representa la marginal de la segunda variable y ahora el punto expresa que se ha sumado en los valores de la primera variable. Así las distribuciones marginales vienen dadas por

$$n_{.i} = \sum_{j=1}^m n_{ij}$$

y

$$n_{.j} = \sum_{i=1}^k n_{ij}$$

En el caso de las frecuencias absolutas, tendríamos el siguiente cuadro

Salario	Nivel Educativo					
	Primaria	Secundaria	Terciaria sin terminar	Terciaria	Posgrado	Total
Hasta 9000	157	72	42	12	2	285
9000 - 15000	72	132	21	7	2	234
15000 - 21000	43	55	80	75	90	343
21000 - 27000	35	37	86	110	126	394
total	307	296	229	204	220	1256

Como en cualquier otra distribución de frecuencias relativas, los valores son no negativos y suman uno.

	X					
Y	c_1	c_2	...	c_{k-1}	c_k	
d_1	f_{11}	f_{12}	...	f_{1m-1}	f_{1m}	$f_{1\cdot}$
d_2	f_{21}	f_{22}	...	f_{2m-1}	f_{2m}	$f_{2\cdot}$
...
d_{m-1}	f_{k-11}	f_{k-12}	...	f_{k-1m-1}	f_{k-1m}	$f_{k-1\cdot}$
d_m	f_{k1}	f_{k2}	...	f_{km-1}	f_{km}	$f_{k\cdot}$
	$f_{\cdot 1}$	$f_{\cdot 2}$		$f_{\cdot m-1}$	$f_{\cdot m}$	I

En general, la distribución marginal de la primera variable suele representarse mediante $f_{i\cdot}$, donde el punto indica que hemos sumado en todos los valores de la segunda variable manteniendo fijo el valor i de la primera. Mediante $f_{\cdot j}$ se representa la marginal de la segunda variable y ahora el punto expresa que se ha sumado en los valores de la primera variable. Así las distribuciones marginales vienen dadas, en este caso, por

$$f_{i\cdot} = \sum_{j=1}^m f_{ij}$$

y

$$f_{\cdot j} = \sum_{i=1}^k f_{ij}$$

Salario	Nivel Educativo					
	Primaria	Secundaria	Terciaria sin terminar	Terciaria	Posgrado	Total
Hasta 9000	0.13	0.06	0.03	0.01	0	0.23
9000 - 15000	0.06	0.11	0.02	0.01	0	0.19
15000 - 21000	0.03	0.04	0.06	0.06	0.07	0.27
21000 - 27000	0.03	0.03	0.07	0.09	0.1	0.31
total	0.24	0.24	0.18	0.16	0.18	1

La discrepancia en la sumatoria de las filas o las columnas se debe al efecto del redondeo.

Distribuciones condicionadas

Volvamos al cuadro anteriormente presentado

Salario	Nivel Educativo					
	Primaria	Secundaria	Terciaria sin terminar	Terciaria	Posgrado	Total
Hasta 9000	157	72	42	12	2	285
9000 - 15000	72	132	21	7	2	234
15000 - 21000	43	55	80	75	90	343
21000 - 27000	35	37	86	110	126	394
total	307	296	229	204	220	1256

Supongamos que estamos interesados en saber cómo es la distribución de salarios al interior de cada nivel educativo. En otras palabras, estamos interesados en conocer la distribución de la variable considerada dependiente a partir de fijarnos en un cierto valor de la variable independiente. El valor que mantenemos fijo (en este caso, el nivel educativo) opera como condición y lo que describiremos es la distribución de la otra variable en cuestión (en este caso, el salario).

Para hacer esto lo que debemos hacer es dividir la frecuencia conjunta de la distribución entre el total de la columna al que pertenece la celda de la frecuencia conjunta en cuestión.

Es decir

$$\text{frecuencia condicionada } (d_i|c_i) = \frac{\text{frecuencia conjunta } (n_{ij})}{\text{total del marginal columna } (n_i)}$$

Si se quiere calcular, en este caso, la frecuencia de la variable salario condicionada por el valor educativo «Primaria» deberemos dividir 157 entre 307 y escribir ese

resultado en la primer celda de la columna; luego dividir 32 entre 307 y escribir ese resultado en la segunda celda de esa columna y así sucesivamente.

Lo que hemos realizado no es más que lo mismo que realizamos en el cálculo de las frecuencias relativas, sólo que ahora no lo hacemos sobre el N del cuadro sino sobre la frecuencia total de la categoría que tomamos como condición. Por lo tanto la sumatoria de las frecuencias condicionadas en cada distribución condicionada debe dar 1.

Así nos quedaría que la distribución de la variable salario para los individuos que caen dentro de la categoría «Primaria» sería

Salario	Primaria
Hasta 9000	0.51
9000 - 15000	0.23
15000 - 21000	0.14
21000 - 27000	0.11
total	1

Las posibles discrepancias en las sumatorias se dan por efecto de redondeo.

Por supuesto podemos reiterar el proceso para el resto de las categorías de la variable «Nivel educativo». Y además, podemos expresar los valores numéricos de la distribución condicionada en porcentajes.

Así obtendríamos el siguiente conjunto de distribuciones condicionadas (expresadas en porcentajes)

Salario	Nivel Educativo					Total
	Primaria	Secundaria	Terciaria sin terminar	Terciaria	Posgrado	
Hasta 9000	51.14	18.34	15.04	0.91	0.91	24.02
9000 - 15000	23.45	44.59	9.17	3.1	0.91	18.31
15000 - 21000	14.01	18.58	34.93	33.19	40.91	26.84
21000 - 27000	11.4	12.5	37.55	46.37	57.27	30.83
total	100	100	100	100	100	100

Por un asunto de economía gráfica mantendremos la forma de cuadro, pero no debe perderse de vista que cada línea denota una distribución condicionada diferente (por lo cual no puede realizarse a partir de ello ninguna sumatoria como hacíamos en los cuadros de distribuciones conjuntas).

En este caso tenemos un conjunto de cinco distribuciones de salario condicionadas por los distintos valores de la variable nivel educativo. Podrían, por lo tanto, calcularse los distintos coeficientes que vimos para distribuciones de este tipo y compararse con los mismos coeficientes calculados para el marginal columna.

Dado que no hay nada nuevo respecto de los cálculos que hemos visto, no presentaremos aquí la comparación, pero el alumno puede fácilmente comparar la media de la variable dependiente con la media de las distintas distribuciones condicionadas que pueden extraerse del cuadro.

Obviamente estas frecuencias relativas condicionadas podrían calcularse partiendo del cuadro de las frecuencias relativas.

No se debe perder de vista que el procedimiento de cálculo de las frecuencias condicionadas puede hacerse para cualquier tipo de cuadro. Es decir, para todo tipo de variable involucrada. Por supuesto el análisis de la comparación entre las distribuciones condicionadas y el marginal columna dependerá del tipo de variable que estemos analizando.

Bibliografía

- Alvarez Contreras, S. J., *Estadística aplicada: teoría y problemas*, Madrid, Clagsa, 2000.
- Campbell, Stephen K., *Equívocos y falacias en la interpretación de estadísticas*, México, Limusa, 1981.
- Esteban, Jesús y otros, *Estadística descriptiva y nociones de probabilidad*, Madrid, Ed. Internacional Thomson, 2005.
- Galtung, John, *Teoría y métodos de la investigación social*, Buenos Aires, Eudeba, 1973.
- Glass, Gene V. y Stanley, Julian C., *Métodos estadísticas aplicados a las ciencias sociales*, España, Prentice-Hall, 1986.
- Pagano, Robert R., *Estadística para las ciencias del comportamiento*, México, Thomson Editores, 1999.
- Peña, Daniel y Romo, Juan, *Introducción a la estadística para las ciencias sociales*, Madrid, Mc. Graw Hill, 1997.
- Ríos Díaz, Francisca y otros, *Bioestadística: métodos y aplicaciones*, Universidad de Málaga, <<http://www.bioestadistica.uma.es/libro/>>.
- Spiegel, Murray R., *Estadística*, Madrid, Mc. Graw Hill, 1991.

Ejercicios

1. Dado el siguiente cuadro de distribuciones conjuntas, completar las Distribuciones Marginales y el número N.

Horas frente a la TV	Edad de niños				
	1	2	3	4	5
0-3	24	39	17	18	9
3-6	9	24	24	27	21
6-9	3	9	18	24	24

2. Completar el siguiente cuadro de distribuciones conjuntas,

Ingresos	Nivel Educativo				
	Primaria	Secundaria	Terciaria sin terminar	Terciaria	
5000-10000	A	15	20	5	65
10000-15000	25	C	F	30	J
15000-20000	10	D	G	H	150
20000-25000	B	20	20	I	70
	75	E	115	110	K

sabiendo que $N=410$ y que:

Ingresos	Nivel Educativo
	Terciaria s/terminar
10000-15000	0,073

3. Tomar el cuadro obtenido en el ejercicio 2 y calcular las Frecuencias Relativas Conjuntas.

Asociación en variables cualitativas

Cuando decimos que dos variables están estadísticamente asociadas, lo que estamos diciendo es que las dos variables presentan un movimiento «conjunto». Así, cuando en un individuo se presenta un cierto valor para una cierta variable existe una cierta probabilidad de encontrar la presencia de un cierto valor para la otra variable que nos ocupa.

Una forma de decir esto respecto de las variables ordinales es que cuando una variable se «mueve» en una cierta dirección la otra variable se mueve en la misma dirección (lo que se suele llamar asociación positiva) o bien en la dirección contraria (lo que suele llamarse asociación negativa). Esta manera de hablar no tiene sentido al referirnos a variables nominales.

Para medir el grado de asociación entre dos variables poseemos varios estadísticos. Antes de presentarlos quisiéramos realizar algunas observaciones que permitirán comprender mejor la noción de asociación y de entender el funcionamiento de los cuadros.

Viendo la asociación en los cuadros

Sólo por motivos didácticos presentaremos la noción de asociación con cuadros de 2×2 , es decir de cuadros donde cada variable tiene solo 2 categorías. Es decir, no debe olvidarse que los coeficientes y el tratamiento que presentaremos aquí se aplica también a cuadros con mayor número de categorías.

Cuando tenemos un cuadro de contingencia, simplemente mirándolo es posible darse cuenta si existe o no motivo suficiente para pensar que las variables están asociadas.

La manera de poder ver si existe asociación en un cuadro es comparar los datos obtenidos con la hipotética distribución de los casos si no existiera asociación para esas variables. Eso se hace construyendo un cuadro de datos esperados. Para ello se realiza el siguiente cálculo para cada celda del cuadro de la distribución conjunta:

$$\text{Frecuencia esperada} = \frac{\text{Total fila} \times \text{Total columna}}{N}$$

Supongamos que tenemos el siguiente cuadro de datos obtenidos al cruzar las variables voto (partidos A y B) y sexo:

	Hombre	Mujer	
A	65	85	150
B	35	15	50
	100	100	200

Si realizamos el cálculo presentado el cuadro de datos esperados sería el siguiente:

	Hombre	Mujer	
A	75	75	150
B	25	25	50
	100	100	200

Véase que los marginales no pueden variar porque se trata de pensar a la misma población bajo la hipótesis de no asociación.

Véase que si no tuvimos ningún error metodológico en la construcción de nuestro universo, en la selección de los casos y en la recolección de los datos, entonces los marginales nos expresan fielmente cómo se comporta esa población, es decir, la relación que existe de casos de cada categoría en el total de la población. Asumir que no existe asociación es lo mismo que asumir que los datos al interior de nuestro cuadro se van a comportar de idéntica manera que los marginales. Si nuestra población tiene la misma proporción de hombres que de mujeres, entonces es de esperar que si no existe ninguna asociación entre el sexo y el voto ocurra que al interior de cada uno de las categorías de la variable voto nos encontremos con la misma proporción de hombres que de mujeres que tenemos en la población. Si esto no ocurre es que existe algún valor diferente de cero para el coeficiente de asociación que corresponda.

No hay que perder de vista que mirando el cuadro no podemos saber la intensidad, la fuerza de la asociación, pero podemos ver si ella difiere de cero o no. Podemos también decidir si la diferencia es importante para que la aplicación del coeficiente de valores significativos. Para ello es necesario trabajar no con las frecuencias absolutas sino con los porcentajes y comparar el cuadro de porcentajes de los datos obtenidos con el cuadro de los porcentajes de los datos esperados.

De todas maneras es fácil observar que no hay por qué construir el cuadro de los datos esperados para hacer tal comparación. En el segundo cuadro cada una de las columnas del cuadro es idéntica a las proporciones que mantiene el marginal columna. Y ese marginal es el marginal del cuadro de los datos esperados. Así que bastaría con comparar los porcentajes columna del cuadro de los datos obtenidos con el porcentaje columna del marginal de ese cuadro para tener la misma información que obtenemos comparando el porcentaje del cuadro de datos obtenidos con el porcentaje del cuadro de los datos obtenidos.

Cuadro de porcentaje de los datos esperados:

	Hombre	Mujer	
A	75	75	75
B	25	25	25
	100	100	100

V de Cramer

Cuando al menos una de las variables involucradas es nominal, usamos el coeficiente V de Cramer.

$$V = \sqrt{\frac{\chi^2}{N + m}}$$

$$\text{Aquí } \chi^2 \text{ se calcula como } \chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(Obs_i - Esp_i)^2}{Esp_i}$$

es decir, la sumatoria de la diferencia, para cada celda, entre la frecuencia observada y la esperada, elevada esa diferencia al cuadrado y dividida por la frecuencia esperada.

Por su parte m no es otra cosa que el número de las categorías correspondientes a la variable que tiene menos categorías, habiendo, a esa cantidad, restado 1.

Este coeficiente varía entre 0 y 1. Siempre será positivo, porque en las variables nominales no tendría sentido hablar de una asociación negativa, ya que las categorías no tienen un orden preestablecido.

Gamma

Cuando en las variables a medir asociación, ninguna es nominal y al menos una es ordinal, usamos el coeficiente gamma

$$\gamma = \frac{n_s - n_d}{n_s + n_d}$$

n_s es la sumatoria de: la primera celda arriba a la izquierda multiplicada por la suma de todas las que están por debajo y a su derecha, luego la segunda por todas las que están por debajo y a su derecha y así sucesivamente.

n_d es la sumatoria de: la primera celda arriba a la derecha multiplicada por la suma de todas las que están por debajo y a su izquierda, luego la segunda por todas las que están por debajo y a su izquierda, y así sucesivamente

Si una celda no tiene celdas debajo y a su izquierda (o derecha, según el caso) no se contabiliza, es como si se multiplicara por 0.

El coeficiente Gamma da valores entre -1 y 1.

Coeficiente de contingencia

A veces también se utiliza el llamado **coeficiente de contingencia** que se calcula como

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + N}}$$

y es claro que siempre estará entre cero (si no hay asociación entre las variables) y algún que siempre será menor que 1. Para saber si un coeficiente de contingencia es fuerte o no, debemos tener información de cuál es el máximo que puede tomar el coeficiente de contingencia para el cuadro en cuestión.

El coeficiente de contingencia se aplica a todo tipo de variable. Si bien los coeficientes específicos para cada caso son los que hemos presentado, el coeficiente de contingencia puede resultar útil para comparar la fuerza de la asociación entre variables que tienen coeficientes específicos diferentes.

Nota final

Existe un conjunto amplio de coeficientes para utilizar, en virtud de consideraciones que aquí no presentaremos.

Se presentaron aquí los más usuales pues la intención era abordar de la noción de asociación para variables no cuantitativas y lograr ciertas representaciones al respecto que estén lo más cercanas a la intuición, dado que se trata de un curso introductorio.

Bibliografía

- Álvarez Contreras, S.J., *Estadística aplicada: teoría y problemas*, Madrid, Clagsa, 2000.
- Campbell, Stephen K., *Equívocos y falacias en la interpretación de estadísticas*, México, Limusa, 1981.
- Esteban, Jesús y otros, *Estadística descriptiva y nociones de probabilidad*, Madrid, Ed Internacional Thomson, 2005.
- Galtung, John, *Teoría y métodos de la investigación social*, Buenos Aires, Eudeba, 1973.
- Glass, Gene V. y Stanley, Julian C., *Métodos estadísticas aplicados a las ciencias sociales*, España, Prentice-Hall, 1986.
- Pagano, Robert R., *Estadística para las ciencias del comportamiento*, México, Thomson Editores, 1999.
- Peña, Daniel y Romo, Juan, *Introducción a la estadística para las ciencias sociales*, Madrid, Mc. Graw Hill, 1997.
- Ríos Díaz, Francisca y otros, *Bioestadística: métodos y aplicaciones*, Universidad de Málaga, disponible en <<http://www.bioestadistica.uma.es/libro/>>.
- Spiegel, Murray R., *Estadística*, Madrid, Mc. Graw Hill, 1991.

Ejercicios

1. Se quiere saber si hay asociación entre la aprobación de una materia universitaria y el sexo de los estudiantes. Los datos observados en la encuesta se presentan en la siguiente tabla.

	Mujeres	Hombres	
No aprobado	1224	270	1494
Aprobado	1319	252	1571
	2543	522	3065

Mediante el análisis de cuadro decir si hay asociación. En caso de encontrar asociación calcular el coeficiente apropiado.

2. Se realizó una encuesta entre alumnos de una materia universitaria, para saber si el venir a clase esta asociado con obtener notas suficientes.

	Vienen	No vienen	
Suficiente	93	21	114
Insuficiente	33	23	56
	126	44	170

Mediante el análisis de cuadro decir si hay asociación. En caso de encontrar asociación calcular el coeficiente apropiado.

3. En un curso Técnico, se evaluó la asociación entre los estudios formales previos a ingresar al curso y el nivel de aprobación de los estudiantes.

	Primaria	Secundaria	Terciaria	
No Aprobado	37	28	8	73
Aprobado	29	24	15	68
Notable	16	18	23	57
Sobresaliente	6	27	28	61
	88	97	74	259

Mediante el análisis de cuadro decir si hay asociación. En caso de encontrar asociación calcular el coeficiente apropiado.

4. ¿Qué características de las variables debo conocer, para saber cuál es el Coeficiente de Asociación que debo utilizar en un estudio de asociación de variables?

Correlación

Cuando tenemos dos variables y ambas son variables cuantitativas podemos medir la intensidad de la asociación entre las variables mediante el coeficiente de correlación.

Diagrama de dispersión

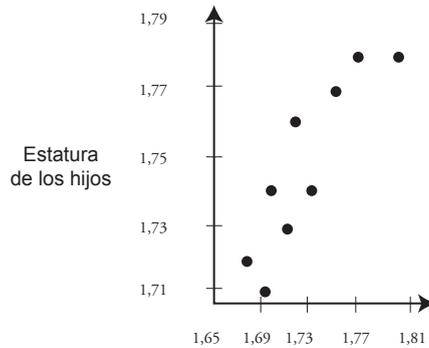
Antes de continuar es necesario una aclaración. Todo lo que presentaremos en torno a la correlación, lo haremos a partir del trabajo con un conjunto extremadamente reducido de casos. Si bien en el curso presentaremos el cálculo de la correlación para datos agrupados, aquí queremos insistir en un abordaje que permita al estudiante tener una eficiente representación de qué queremos decir cuando hablamos de correlación. Esto permitirá construir esa representación con elementos cercanos a la intuición del estudiante, claridad que sin duda se pierde en el cálculo de los datos agrupados.

Para comenzar debemos pensar en la posibilidad de representar a los individuos en un plano dividido en dos ejes. Los individuos quedan definido como un par ordenado, donde cada valor corresponde a la expresión de cada variable para ese individuo. Los ejes no hacen sino permitir precisamente esa ubicación. Uno de los planos corresponderá a los valores de la variable X y el otro a los valores de la variable Y . Así los cruces entre los ejes nos dan un conjunto de coordenadas en las cuales situaremos a los individuos según corresponda.

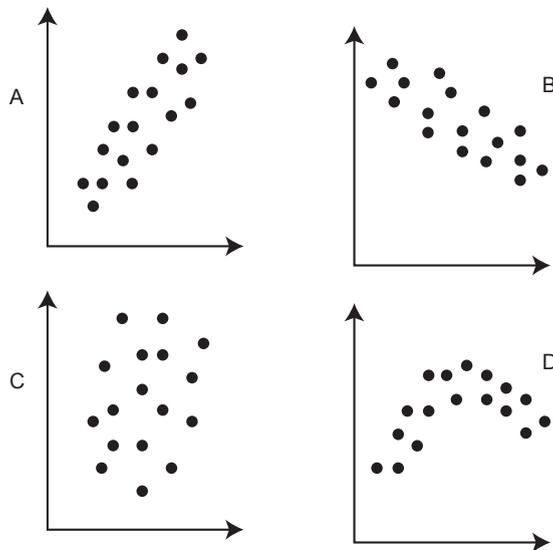
Tomemos las siguientes observaciones que corresponden a un conjunto de individuos de los que se toma su estatura y la estatura de sus padres.

Padre	1,70	1,77	1,68	1,75	1,80	1,75	1,69	1,72	1,71	1,73
Hijo	1,74	1,78	1,72	1,77	1,78	1,77	1,71	1,76	1,73	1,74

De acuerdo con esa convención, el primer dato $(1,70; 1,74)$ se representa como un punto cuya coordenada sobre el eje horizontal, que llamaremos x , es igual a 1,70 y su coordenada sobre el eje vertical, que llamaremos y , es de 1,74. Así sucesivamente. Eso da lugar a un diagrama donde podemos representar el conjunto de los valores obtenidos según coordenadas sobre esos dos ejes.



Según la distribución de los puntos en el plano podemos encontrar cuatro tipologías posibles. Véase que al hablar de tipologías la relación concreta entre la ubicación de los puntos y los ejes poco importa. Por lo tanto los siguientes diagramas solo deben tomarse como ilustraciones genéricas de esas tipologías.



El caso (a) proporciona la relación tal que al aumentar los valores de la variable independiente (representada en eje de las x) aumenta en promedio el valor de la variable dependiente (representada en el eje de las y). Cuando esto ocurre decimos que existe una relación positiva entre ambas variables. (x: notas en el primer curso y y: notas en el segundo curso) Se dice que hay una relación lineal positiva.

El caso (b) representa otra relación de nuevo lineal, pero ahora negativa (x: mortalidad infantil y y: esperanza de vida).

El caso (c) representa una situación en la que no hay relación entre ambas variables. Decimos entonces que las variables son independientes y el conocimiento de una de ellas no proporciona información sobre el valor de la otra. (x: escolaridad, y: estatura).

El caso (d) muestra una clara relación entre ambas pero no lineal. La velocidad de crecimiento aumenta al principio rápidamente, pero a partir de cierto nivel, esa relación desciende (x: precio de las computadoras, y: velocidad de procesamiento).

La covarianza

La covarianza intenta medir la variación conjunta de las variables y permite recuperar y expresar las relaciones antes vistas, tomando en cuenta no solo la ubicación de los puntos sino también la distancia entre las puntuaciones y las medias correspondientes.

La covarianza se expresa como
$$\text{cov}(x,y) = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N}$$

El signo de la covarianza expresa la relación positiva o negativa entre los puntajes.

Cuando la covarianza es cero podría estar correspondiendo a una situación de independencia entre las variables o de asociación no lineal. Esto no puede afirmarse sin mirar el diagrama de dispersión. Si sólo tenemos el valor cero de la covarianza, únicamente podemos afirmar que la relación entre las variables no expresa relación lineal.

Veamos la covarianza del ejemplo anterior de las estaturas.

Padre	1,70	1,77	1,68	1,75	1,80	1,75	1,69	1,72	1,71	1,73
Hijo	1,74	1,78	1,72	1,77	1,78	1,77	1,71	1,76	1,73	1,74

Si calculamos tendremos que la estatura media de los padres es $\bar{x} = 1,73$ mientras que la estatura media de los hijos será $\bar{y} = 1,75$. Para calcular la covarianza debemos calcular la diferencia de cada dato con la media de su grupo.

Padre	-0,03	0,04	-0,05	0,02	0,07	0,02	-0,04	-0,01	-0,02	0,00
Hijo	-0,01	0,03	-0,03	0,02	0,03	0,02	-0,04	0,01	-0,02	0,01

La covarianza se obtendrá multiplicando ambas variables en desviaciones a la media y promediando

$$\text{cov}(x,y) = \frac{(-0,03)(-0,01) + \dots + (0,00)(-0,001)}{10} = 0,00078m^2$$

La covarianza tiene el inconveniente de que no nos permite expresar la intensidad de la relación entre las variables. La razón de ello es que depende de las unidades de medida.

La covarianza expresa:

1. la existencia o no existencia de una relación entre variables dadas;
2. la dirección de esta relación, si es que existe.

Coefficiente de correlación

El coeficiente de correlación (también llamado r de Pearson) permite, usando la covarianza pero eliminando las unidades de medida, expresar la intensidad de la relación entre las variables.

$$\text{Su expresión es } r = r(x,y) = \frac{\text{cov}(x,y)}{S_x S_y}$$

Como puede verse, el coeficiente de correlación tomará el signo de la covarianza y por lo tanto la lectura en ambos casos es la misma.

El coeficiente de correlación es siempre algún valor entre 1 y -1 es decir

$$-1 \leq r(x,y) \leq 1$$

Así que ahora el coeficiente de correlación nos aporta la misma información de la covarianza y algo que aquella no puede expresar:

1. la existencia o no existencia de una relación entre variables dadas;
2. la dirección de esta relación, si es que existe;
3. el grado de esta relación.

La relación posee la misma intensidad si tiene el mismo valor absoluto, aunque posea distinto signo. El signo solo expresa «el movimiento» de las variables entre sí, y no la intensidad.

El coeficiente de correlación no depende del orden de las variables. Por lo tanto:

$$r(x,y) = r(y,x)$$

Un coeficiente de correlación alto no justifica ninguna relación de causalidad entre las variables.

Bibliografía

- Alvarez Contreras, S. J., *Estadística aplicada: teoría y problemas*, Madrid, Clagsa, 2000.
- Campbell, Stephen K., *Equívocos y falacias en la interpretación de estadísticas*, México, Limusa, 1981.
- Esteban, Jesús y otros, *Estadística descriptiva y nociones de probabilidad*, Madrid, Ed Internacional Thomson, 2005.
- Galtung, John, *Teoría y métodos de la investigación social*, Buenos Aires, Eudeba, 1973.
- Glass, Gene V. y Stanley, Julian C., *Métodos estadísticas aplicados a las ciencias sociales*, España, Prentice-Hall, 1986.
- Pagano, Robert R., *Estadística para las ciencias del comportamiento*, México, Thomson Editores, 1999.
- Peña, Daniel y Romo, Juan, *Introducción a la estadística para las ciencias sociales*, Madrid, Mc. Graw Hill, 1997.
- Ríos Díaz, Francisca y otros, *Bioestadística: métodos y aplicaciones*, Universidad de Málaga, disponible en <<http://www.bioestadística.uma.es/libro/>>.
- Spiegel, Murray R., *Estadística*, Madrid, Mc. Graw Hill, 1991.

Ejercicios

1. Estudiamos a partir de una muestra de trabajadores de una empresa privada la asociación entre los años de trabajo y el sueldo nominal de los trabajadores

El cuadro de datos arrojó el siguiente resultado:

N° encuesta	1	2	3	4	5	5	7	8
Años de trabajo (X)	5	1	8	12	4	6	18	19
Salario (Y)	13000	8000	18000	20000	11000	15000	21000	21000

1. Realizar el Diagrama de Dispersión;
2. Calcular Covarianza;
3. Calcular Coeficiente de Correlación.

2. Estudiamos a partir de una muestra de hogares la asociación entre la temperatura promedio del mes y el gasto en energía.

El cuadro de datos arrojó el siguiente resultado:

Temperatura (X)	-4	2	8	16	20	24	28	29
Gasto en combustible (Y)	4000	3600	2200	1800	1700	1700	1500	1500

3. ¿Cuando la Covarianza nos da 0, como será la asociación?

Recta de regresión

Habíamos dicho que r captura la relación lineal entre las variables, y lo hace estandarizando la relación entre ambas. Por lo tanto, el coeficiente de correlación, indica que ambas crecen en proporciones estables, esto es, a cada unidad de la variable dependiente le corresponde un cierto crecimiento (o decrecimiento) de la variable dependiente.

La recta de regresión es la ecuación que permite expresar esa relación y que nos permite trazar sobre el plano una graficación de esa relación entre ambas variables. Así, lo que trazamos sobre el diagrama de dispersión, a partir del cálculo de la recta de regresión es, en sentido estricto, un segmento de recta.

La recta de regresión como una recta de medias:

La medida descriptiva principal y más simple de una variable es la media. Para expresar la relación entre dos variables podemos calcular cómo varía la media de la distribución de la variable dependiente condicionada a los valores de la variable independiente. Llamaremos recta de regresión a la recta que describe cómo varía la media de la variable dependiente en función de la independiente.

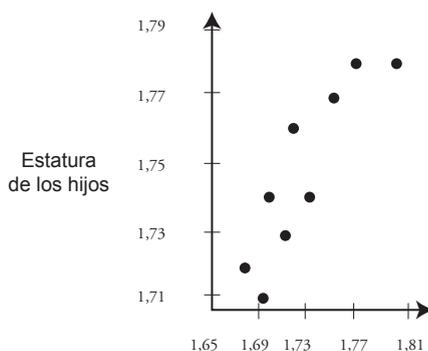
Cuando decimos que existe una relación entre la renta y el gasto en alimentación porque a mayor ingreso de las familias menor es la proporción de dinero que gastan en alimentación, no queremos decir que absolutamente todas las familias de mayor renta gastan relativamente menos que las de renta más baja. Lo que queremos decir es en **promedio** las familias de renta más alta dedican una proporción menor de su renta a los gastos en alimentación.

Nuevamente advertimos que el cálculo de la recta de regresión no tiene utilidad sino para un conjunto relativamente grande de casos. Aquí, nuevamente por motivos didácticos nos vamos a remitir aun conjunto pequeño de casos para que la idea quede claramente ilustrada. La manera en que jugará en ese ejemplo la distancia a la media es la misma noción que utilizaríamos si tuviéramos un cuadro de datos.

Volvamos al caso de las estaturas de padres y de hijos.

Padre	1,70	1,77	1,68	1,75	1,80	1,75	1,69	1,72	1,71	1,73
Hijo	1,74	1,78	1,72	1,77	1,78	1,77	1,71	1,76	1,73	1,74

Y al diagrama de dispersión correspondiente



La recta de regresión va a expresar, en su dirección el carácter positivo, negativo o nulo de la relación lineal entre las variables. Su ángulo expresará la intensidad de la relación. Pero además de recuperar las bondades descriptivas de la covarianza y del coeficiente de correlación realizará un aporte más: hará posible una predicción dada la linealización de la relación entre las variables.

Si se desea prever el valor de una variable asociada linealmente y se conoce el valor que otra variable, relacionada con la primera, toma en dicho elemento, se elegirá como predictor la media de la distribución de la primera variable condicionada al valor observado de la segunda. La ecuación de regresión nos proporciona automáticamente la mejor predicción de la variable dependiente cuando conocemos los valores de la variable independiente.

Cálculo de la recta de regresión

Como antes, llamaremos y a la variable dependiente y x a la variable independiente. La recta de regresión indica el valor medio de y para cada valor observado de x . En su cálculo supondremos que, aunque las medias de las distribuciones condicionadas no estén exactamente en una recta, lo estarían si tomásemos una población de datos más amplia. La recta de regresión va a darnos unos valores **estimados** o aproximados de estas medias condicionadas a partir de los datos. Llamaremos $\hat{y}(x)$ a las estimaciones de las medias condicionadas que vamos a obtener con la recta, para indicar que dependen del valor particular de x .

El procedimiento del cálculo de la recta de regresión a partir de un conjunto de datos es el siguiente. Representaremos la ecuación de la recta por $\hat{y} = a + bx$

Esta ecuación depende de dos constantes o parámetros, a y b , que deben calcularse a partir de los datos observados. El parámetro b se suele denominar pendiente de la recta (aunque estrictamente hablando no es un ángulo) y nos dice cuánto aumenta la variable considerada dependiente por cada unidad de aumento de la variable considerada independiente.

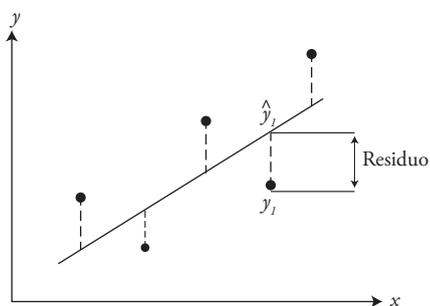
El parámetro a se denomina ordenada en el origen y representa el valor de la media de la variable dependiente cuando la independiente toma el valor cero.

En muchos casos podemos tener un valor estimado para y pero tal dato carece de interpretación estadística. No tiene sentido una pregunta como ¿cuál es el valor de la estatura del hijo cuando el padre mide cero centímetros? Carece de interpretación estadística porque no hay objeto que satisfaga esa propiedad, aunque tenga interpretación matemática.

Para hallar a y b a partir de los datos se define el error de predicción o residuo de la recta, que es el error al predecir cada uno de los valores observados de la variable dependiente. El residuo viene dado por:

Residuo = error de predicción = valor observado – valor de la recta

La recta se calcula imponiendo la condición de que el error promedio, definido como la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los errores al prever cada punto de la recta, sea mínimo. Observemos que el error que minimizamos es el de prever la variable dependiente, por eso minimizamos las distancias verticales a la recta. Este criterio se denomina de **mínimos cuadrados**. Por ello la recta de regresión es también conocida como recta de los mínimos cuadrados. Puede demostrarse que de esta manera estimamos las medias condicionadas de y para cada valor de x con la restricción de que todas estas medias estén situadas en una recta.



El ajuste de la recta de regresión.

Como resultado de aplicar este criterio se obtiene que b viene dada por la ecuación

$$b = \frac{\text{cov}(x, y)}{s_x^2}$$

es decir, resulta de estandarizar la covarianza de manera que tenga las unidades apropiadas de aumento en y por unidad de aumento en x .

El segundo parámetro, a , ordenada en el origen de la recta, se calcula mediante $a = \bar{y} - b \bar{x}$.

Datos no agrupados

Siguiendo con el ejemplo de datos no agrupados, teníamos que para el ejemplo planteado la covarianza era de 0,00078 y la desviación estándar de la estatura de los padres era de 0,0358

Por lo tanto

$$b = \frac{0,00078}{(0,0358)^2} = 0,609$$

y se calculará teniendo en cuenta las medias obtenidas para la tabla de datos no agrupados y que eran $\bar{x} = 1,73$ $\bar{y} = 1,75$

$$a = 1,75 - (0,609) 1,73 = 0,696$$

La recta será $\hat{y} = 0,696 + 0,609x$

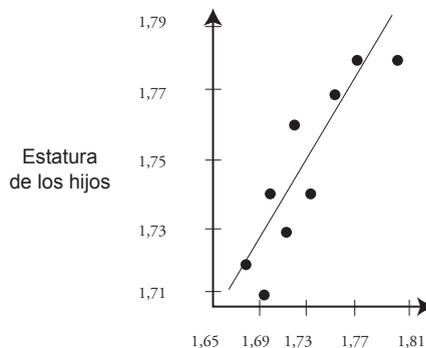
La predicción obtenida con estos datos de la estatura de un descendiente de un varón de 1,75 m de altura es

$$\hat{y} = 0,696 + 0,609(1,75) = 1,76$$

mientras que para un padre de 1,72 m, esta altura es

$$\hat{y} = 0,696 + 0,609(1,72) = 1,74$$

Ahora que tenemos la ubicación de dos puntos podemos trazar la representación de la recta de regresión.



Por supuesto, puede trazarse estimando un valor de la variable dependiente a partir de la independiente y utilizando el valor del parámetro a (el valor de y cuando x es cero). El problema que se presenta es que en la mayoría de los casos posiblemente el par (a,0) resulta muy alejado de los datos que tenemos y por lo tanto resulta de poco valor para un trazado.

La desviación estándar residual

Estrictamente hablando, la recta de regresión es una recta de medias. Conviene complementarla con una medida de variabilidad de los puntos con relación a ella. La desviación entre cada observación de la variable dependiente y la recta es lo que hemos llamado el error de predicción al prever ese punto con la recta, o residuo.

La desviación estándar residual se expresa como

$$s_r = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N}}$$

La desviación estándar residual tiene una interpretación similar a la desviación estándar: representa la variabilidad promedio de los datos observados con relación a la recta de regresión.

Datos sin agrupar

Los residuos o errores de predicción de la recta calculada para el ejemplo de datos sin agrupar son los siguientes, expresados en centímetros para evitar los dos ceros previos.

Padre	1,70	1,77	1,68	1,75	1,80	1,75	1,69	1,72	1,71	1,73
Hijo	1,74	1,78	1,72	1,77	1,78	1,77	1,71	1,76	1,73	1,74
esperado	1,73	1,77	1,72	1,76	1,79	1,76	1,73	1,74	1,74	1,75
residuo	1	1	0	1	-1	1	-2	2	-1	-1

$$s_r = \sqrt{\frac{(1)^2 + (1)^2 + \dots + (-1)^2 + (-1)^2}{N}} = \sqrt{\frac{11}{10}} = 1,05$$

Así el error promedio al estimar con la recta de regresión es de, aproximadamente 1 centímetro.

Regresión y correlación

Una diferencia importante entre regresión y correlación es que en el cálculo de la correlación ambas variables se tratan simétricamente, mientras que en la regresión no. En regresión se trata de prever la variable dependiente en función de los valores de la independiente. En consecuencia, si cambiamos el papel de las variables cambiará también los valores de la ecuación de regresión, porque la recta se adapta a las unidades de la variable que se desea predecir.

Ahora bien, que cambien los valores que definen la recta no significa que cambien las relaciones a las que responde la recta. Toda recta de regresión es solidaria con el coeficiente r de Pearson. De hecho podemos considerar a la recta de regresión como una forma de representarnos esa relación. Por lo tanto si el cálculo de r tomando a una variable como independiente a la otra como independiente, arroja un cierto valor absoluto, con un cierto signo (positivo o negativo), cuando volvamos a calcular r invirtiendo el supuesto inicial de cuál es la variable independiente y cuál la dependiente obtendremos un r idéntico al anterior: con el mismo valor absoluto y con el mismo signo. Por lo tanto la recta de regresión será coherente con ese coeficiente. Es decir expresará una relación de igual signo (positiva o negativa) y la recta tendrá la misma pendiente o inclinación, sólo que se habrá desplazado a otra parte del plano que genera el cruce del eje de las x con el eje de las y .

Por ello es que no debe olvidarse que la relación de causalidad no puede ser dirigida mediante la aplicación del cálculo estadístico. No hay ningún coeficiente que nos permita determinar causalidad y diferenciar cuál es la variable independiente y cuál la

dependiente. Este resulta ser un asunto teórico. Un coeficiente de correlación extremadamente fuerte (1 o -1) no aporta mucho en ese sentido. Podemos tener coeficientes muy altos entre variables que no tienen ninguna relación teórica y pudiera también ocurrir que un alto coeficiente esconda una relación espúrea entre las variables.

La recta de regresión debe construirse después de comprobar en el diagrama de dispersión que la relación es lineal y que no existen en los datos observaciones atípicas ni problemas de heterogeneidad.

Muchas veces podemos encontrarnos con relaciones de asociación -que al ser medidas por el coeficiente de correlación y representadas mediante la recta de regresión- indican una relación lineal pobre o nula. Sólo mirando el diagrama de dispersión podremos estar seguros de que no se trata de una relación no lineal o bien de que nos enfrentamos a un caso de heterogeneidad. Por ejemplo, podríamos estar frente a dos distribuciones (y no sólo una distribución -bivariada, obviamente-) que debieran ser necesario diferenciar para entender mejor su comportamiento.

Bibliografía

- Alvarez Contreras, S. J., *Estadística aplicada: teoría y problemas*, Madrid, Clagsa, 2000.
- Campbell, Stephen K., *Equívocos y falacias en la interpretación de estadísticas*, México, Limusa, 1981.
- Esteban, Jesús (y otros), *Estadística descriptiva y nociones de probabilidad*, Madrid, Ed Internacional Thomson, 2005.
- Galtung, John, *Teoría y métodos de la investigación social*, Buenos Aires, Eudeba, 1973.
- Glass, Gene V. y Stanley, Julian C., *Métodos estadísticas aplicados a las ciencias sociales*, España, Prentice-Hall, 1986.
- Pagano, Robert R., *Estadística para las ciencias del comportamiento*, México, Thomson Editores, 1999.
- Peña, Daniel y Romo, Juan, *Introducción a la estadística para las ciencias sociales*, Madrid, Mc. Graw Hill, 1997.
- Ríus Díaz, Francisca y otros, *Bioestadística: métodos y aplicaciones*, Universidad de Málaga, disponible en <<http://www.bioestadistica.uma.es/libro/>>.
- Spiegel, Murray R., *Estadística*, Madrid, Mc. Graw Hill, 1991.

Ejercicios

1. Tomar el ejercicio 1 del capítulo 17 y predecir cuanto van a ganar los individuos para cuando cumplan 30 años de trabajo.
2. Tomar el ejercicio 2 del capítulo 17 y trazar la recta de regresión
3.
 - a. Los coeficientes de asociación ¿nos aseguran una relación de dependencia entre las variables?
 - b. Cuando la covarianza me da 0, ¿cuál será el valor del parámetro b de la recta?

Soluciones a ejercicios
de Lógica y
Teoría de la argumentación

Capítulo 1

Nota: respecto a las formas y funciones del lenguaje solo se presentan algunas de las alternativas.

1. Identifique en el siguiente texto diferentes formas del lenguaje:

Forma declarativa:

- a. Los ojos castaños del fauno se habían llenado de lágrimas que, al poco tiempo, empezaron a resbalar por sus mejillas.
- b. no tardaron en rodar también por la punta de su nariz.

Forma interrogativa:

- a. ¿No te encuentras bien?
- b. ¿Por qué diablos lloras?

Forma exclamativa:

- a. ¡Señor Tumnus!
- b. ¡Cálmate de una vez!

Forma imperativa:

- a. Deja de llorar.

2. Identifique en el siguiente texto diferentes funciones del lenguaje:

Función informativa:

- a. Nuestro señor el conde de Gómara parte mañana de su castillo para reunir su hueste a las del rey Don Fernando, que va a sacar a Sevilla del poder de los infieles, y yo debo partir con el conde.
- b. El escudero del conde no es más que un galán de justes, un lidiador de cortesía.

Función directiva:

- a. ¿Dónde está el escudero favorito del conde de Gómara?
- b. No llores, por Dios, Margarita; no llores, porque tus lágrimas me hacen daño.

Función emotiva:

- a. Huérfano oscuro, sin nombre y sin familia, a él le debo cuanto soy.
- b. Ve a mantener tu honra pero vuelve..., vuelve a traerme la mía.

Función performativa:

- a. Volveré, te lo juro; volveré a cumplir la palabra solemnemente empeñada el día en que puse en tus manos ese anillo, símbolo de una promesa.

Función ceremonial: No encontramos en este texto.

3. Identifique en los siguientes textos qué se está definiendo y qué tipo de definición es, justifique su respuesta:

- a. En el primer texto encontramos que se está definiendo la belleza. La misma se define como consistente en un orden y disposición de las partes de tal manera que provoca o causa placer o satisfacción en el alma humana. Podemos decir que se trata de una definición estipulativa ya que se está definiendo la belleza desde una perspectiva filosófica, en este caso Hume pretende acordar con los lectores cómo es entendido tal término.
- b. En el segundo texto Amartya Sen nos está definiendo el término democracia. En este caso se trata de una definición persuasiva ya que la misma cuenta con elementos informativos (nos menciona la importancia intrínseca de la participación y de la libertad política en la existencia humana; así como de la importancia instrumental de la participación política para exigir y garantizar la responsabilidad de los gobiernos) pero también cuenta con elementos estipulativos (dado que se trata de una definición establecida por el economista Amartya Sen desarrollada en su reflexión respecto a la democracia y a las capacidades humanas). La definición brindada por el autor pretende mostrarse como la definición de democracia: «la verdadera democracia es un valor universal que conlleva una pluralidad de virtudes.»
- c. En el tercer texto también se está definiendo democracia, pero en este caso encontramos en la primera parte una definición informativa, se nos dice «La democracia es una forma de organización de grupos de personas..., democracia es una forma de gobierno, de organización del Estado, en la cual las decisiones colectivas son adoptadas por el pueblo...» La definición que precede es la que podemos encontrar en un diccionario, cuyo significado es compartido por un conjunto de hablantes. En la segunda parte del texto observamos definiciones estipulativas de democracia, brindadas por Bolívar en un caso y por Mandela en el otro. Decimos que son estipulativas porque proponen una manera alternativa de definir la democracia que no encontramos en el diccionario, y tales definiciones se realizan desde la óptica política.

Capítulo 2

1. Señale cuáles de los siguientes fragmentos contienen argumentos y cuáles no. En caso afirmativo señale cuáles serían las posibles premisas y cuál la posible conclusión.

- a. Este ejemplo no es un argumento, sino que se trata de una caracterización de la célula.
- b. Es un argumento. En este caso podemos señalar como premisas las siguientes afirmaciones: p_1) que cosas que carecen de conocimiento, como los cuerpos naturales, obran por un fin, como se comprueba observando que siempre, o casi siempre, obran de la misma manera para conseguir lo que más les conviene; por donde se comprende que no van a su fin obrando al acaso, sino

- intencionadamente, p_2) lo que carece de conocimiento no tiende a un fin si no lo dirige alguien que entienda y conozca, a la manera como el arquero dirige la flecha, y como conclusión la siguiente afirmación: **c)** existe un ser inteligente que dirige todas las cosas materiales a su fin, y a éste llamamos Dios.
- c. No se trata de un argumento sino que de una definición de canon en este caso.
 - d. Es un argumento, consideramos como premisas a las siguientes afirmaciones: p_1) En Norteamérica, los ingleses asesinaron a la mayoría de los nativos. p_2) Asimismo los españoles en Centroamérica sometieron a trabajos forzados a las comunidades del lugar. p_3) Además, en aquella época de conquista, por órdenes de la Corona Española se obligó a todo indígena a renunciar a sus costumbres religiosas y culturales. La conclusión en este caso es la primera afirmación, **c)** Después de la llegada de los conquistadores a América, todos los derechos de los indígenas fueron violados.
 - e. No es un argumento, aunque aparente serlo. En este caso es una opinión, que alcanzaría el status de argumento sin se dieran las razones de porqué se considera inhumano no legalizar el aborto terapéutico.
 - f. También se trata de un argumento, en este caso podemos considerar como premisas a las siguientes afirmaciones, p_1) el conocimiento de que la muerte no es nada para nosotros permite gozar de esta vida mortal evitándonos añadirle la idea de una duración eterna y quitándonos el deseo de la inmortalidad. p_2) en la vida nada hay temible para el que ha comprendido que no hay nada temible en el hecho de no vivir. p_3) Es necio quien dice que teme la muerte, no porque es temible una vez llegada, sino porque es temible el esperarla. p_4) Porque si una cosa no nos causa ningún daño en su presencia, es necio entristecerse por esperarla. p_5) mientras vivimos, no existe la muerte, y p_6) cuando la muerte existe, nosotros ya no somos. La conclusión sería **c)** Así pues, el más espantoso de todos los males, la muerte, no es nada para nosotros.
 - g. No se trata de un argumento sino que de una explicación de cómo se configura la identidad en relación con el escenario de lo virtual, y en el contexto de las tecnologías de la información y del conocimiento.
 - h. Es un argumento, donde las premisas son las siguientes afirmaciones. p_1) La industria y el conjunto de la sociedad están involucrados en objetivos comunes; la industria debe adaptarse a las necesidades de la sociedad. p_2) Las reservas de petróleo son limitadas y serán utilizadas por algunas generaciones más. p_3) Las fuentes alternativas de energía no son todavía disponibles. La conclusión es **c)** la industria puede continuar empleando las reservas de petróleo sólo si se acepta que comparte la responsabilidad en el desarrollo de fuentes alternativas de energía.
 - i. No es un argumento se trata de una explicación histórica.
 - j. Se trata de un argumento, la premisa es p_1) La mecánica cuántica tiene un formalismo perfectamente definido con un asombroso éxito predictivo. **c)** Es

evidente que si la teoría cuántica es tan exacta en sus pronósticos debe tener un fuerte asidero en ciertas características esenciales de la naturaleza.

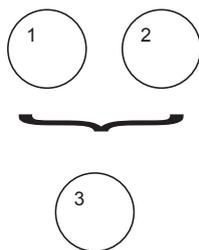
- k. También es un argumento, pero en este caso la conclusión está implícita y se dan dos clases de razones. La primera clase refiere a cierta analogía de la Amazonia con las reservas petroleras. La segunda clase de razones también supone ciertas analogías entre la Amazonia y los capitales financieros, más precisamente refiere a cómo pueden ser ejecutados los capitales financieros lo cual supone que los dueños pueden manejarlo a su antojo. La conclusión es c) La Amazonia no debe ser internacionalizada. En este caso el primer subgrupo de premisas sería: p_1) internacionalicemos también las reservas de petróleo del mundo entero. p_2) El petróleo es tan importante para el bienestar de la humanidad como la Amazonia para nuestro futuro. p_3) A pesar de eso, los dueños de las reservas se sienten en el derecho de aumentar o disminuir la extracción de petróleo y subir o no su precio. El segundo grupo de premisas sería: p_1) De la misma forma, el capital financiero de los países ricos debería ser internacionalizado. p_2) Si la Amazonia es una reserva para todos los seres humanos, ella no puede ser quemada por la voluntad de un dueño, o de un país. p_3) Quemar la Amazonia es tan grave como el desempleo provocado por las decisiones arbitrarias de los especuladores globales.

2. Represente gráficamente los argumentos del ejercicio anterior.

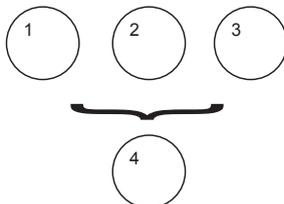
Es importante recordar que para representar gráficamente a los argumentos seguimos a Copi. Según este modelo en primer lugar numeramos los enunciados en el orden en que aparecen en el argumento (independientemente de que sean premisas o conclusión). Luego identificamos cuál es la conclusión, y cuál o cuáles son las premisas. Todos los enunciados son representados por un círculo, se utiliza círculo punteado si el enunciado en cuestión se encuentra implícito. Luego se relaciona las premisas con la conclusión, si esa relación entre premisas es independiente (es decir si cada premisa por sí misma sostiene la conclusión) utilizamos flechas, por el contrario si la relación supone dependencia entre las premisas para apoyar la conclusión, utilizamos llave.

Soluciones

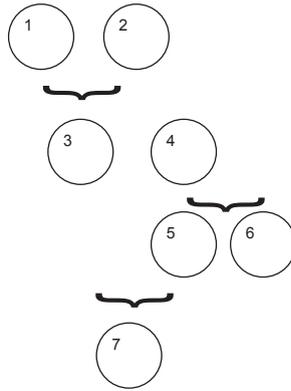
- b. p_1) Vemos, en efecto, que cosas que carecen de conocimiento, como los cuerpos naturales, obran por un fin, como se comprueba observando que siempre, o casi siempre, obran de la misma manera para conseguir lo que más les conviene; por donde se comprende que no van a su fin obrando al acaso, sino intencionadamente. p_2) Ahora bien, lo que carece de conocimiento no tiende a un fin si no lo dirige alguien que entienda y conozca, a la manera como el arquero dirige la flecha. c_3) Luego existe un ser inteligente que dirige todas las cosas materiales a su fin, y a éste llamamos Dios.



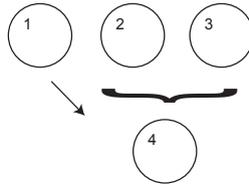
- d. Es un argumento, consideramos como premisas a las siguientes afirmaciones: p_1) En Norteamérica, los ingleses asesinaron a la mayoría de los nativos. p_2) Asimismo los españoles en Centroamérica sometieron a trabajos forzados a las comunidades del lugar. p_3) Además, en aquella época de conquista, por órdenes de la Corona Española se obligó a todo indígena a renunciar a sus costumbres religiosas y culturales. La conclusión en este caso es la primera afirmación, c) Después de la llegada de los conquistadores a América, todos los derechos de los indígenas fueron violados.



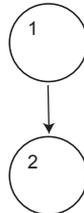
- f. p_1) El conocimiento de que la muerte no es nada para nosotros permite gozar de esta vida mortal evitándonos añadirle la idea de una duración eterna y quitándonos el deseo de la inmortalidad. p_2) en la vida nada hay temible para el que ha comprendido que no hay nada temible en el hecho de no vivir. p_3) Es necio quien dice que teme la muerte, no porque es temible una vez llegada, sino porque es temible el esperarla. p_4) Porque si una cosa no nos causa ningún daño en su presencia, es necio entristecerse por esperarla. p_5) mientras vivimos, no existe la muerte, y p_6) cuando la muerte existe, nosotros ya no somos. c_7) Así pues, el más espantoso de todos los males, la muerte, no es nada para nosotros.



- h. p_1) La industria y el conjunto de la sociedad están involucrados en objetivos comunes; la industria debe adaptarse a las necesidades de la sociedad. p_2) Las reservas de petróleo son limitadas y serán utilizadas por algunas generaciones más. P_3) Las fuentes alternativas de energía no son todavía disponibles. c_4) De modo que la industria puede continuar empleando las reservas de petróleo sólo si se acepta que comparte la responsabilidad en el desarrollo de fuentes alternativas de energía.

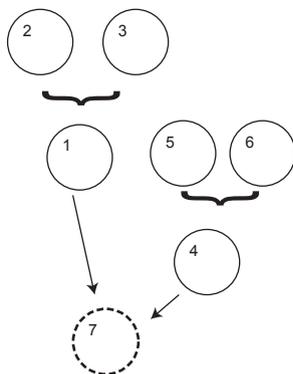


- j. p_1) La mecánica cuántica tiene un formalismo perfectamente definido con un asombroso éxito predictivo. c_2) Es evidente que si la teoría cuántica es tan exacta en sus pronósticos debe tener un fuerte asidero en ciertas características esenciales de la naturaleza.



- k. p_1) Internacionalicemos también las reservas de petróleo del mundo entero. p_2) El petróleo es tan importante para el bienestar de la humanidad como la Amazonia para nuestro futuro. p_3) A pesar de eso, los dueños de las reservas se sienten en el derecho de aumentar o disminuir la extracción de petróleo y subir o no su precio. p_4) De la misma forma, el capital financiero de los países ricos debería ser internacionalizado. p_5) Si la Amazonia es una reserva para

todos los seres humanos, ella no puede ser quemada por la voluntad de un dueño, o de un país. p₆) Quemar la Amazonia es tan grave como el desempleo provocado por las decisiones arbitrarias de los especuladores globales. c₇) La Amazonia no debe ser internacionalizada.



Capítulo 3.

1. Identifique en las siguientes falacias el problema que las produce y de ser posible indique el nombre de la misma.

- Esta falacia es de atinencia. En este caso podemos decir que se trata de una falacia de apelación al pueblo o a la mayoría. La falacia se comete porque no se puede concluir que el lenguaje ha evolucionado adaptándose a las necesidades humanas, simplemente porque hay una gran cantidad de hombres o pueblos de diferentes características que han afirmado tal cosa. Que un gran número de personas defienda una idea, no significa que tal idea sea verdadera.
- Es una falacia de atinencia. Se trata de una falacia de petición de principio, ya que la argumentación es circular. En este caso Kuhn comete la falacia porque define al concepto de paradigma en función del concepto de comunidad científica y al concepto de comunidad científica en relación con el concepto de paradigma.
- Es una falacia de atinencia. Más precisamente es una falacia que presenta cierta estructura formal de carácter causal. Aquí se plantea que la causa del aumento de SIDA es la campaña que se lleva a cabo. Esta campaña promueve el uso del preservativo, pero esto a su vez trae como consecuencia el aumento de la promiscuidad. En definitiva la causa del aumento del SIDA es la campaña que promueve los aspectos antes mencionados.
- Es otra falacia de atinencia. Es un ataque al hombre en su versión espantapájaros. En este caso se cree que se ha desmantelado el argumento del oponente simplemente porque se muestra que no puede demostrar en todo los puntos que Dios no existe. Que no pueda examinar todos los rincones del universo para constatar que no hay Dios, no prueba que Dios exista.

- e. También es una falacia de atinencia. Nuevamente se trata de una petición de principio. La conclusión que pretende defender es que los homosexuales no deben ejercer cargos públicos, pero para ello parte (como premisa) que los homosexuales no deben ejercer cargos públicos y las consecuencias que tendría revelar o declarar la homosexualidad. Pero en ningún momento se justifica cuáles son las razones por las que un homosexual no puede acceder o ejercer tales puestos.
- f. Es una falacia de ambigüedad, más específicamente de composición. En este caso se atribuye las características de las partes al todo. Es decir, que cada uno de los hombres considere a la felicidad un bien para sí mismo, no supone que la felicidad del grupo sea un bien para el grupo.
- g. Es una falacia de atinencia. Se trata de apelación a la piedad. La conclusión que se intenta defender es que no debería tener dos materias con calificación insuficiente, para ello apela a provocar lástima o piedad en el otro, en el entendido que se encuentra en una situación complicada ya que trabaja ocho horas diarias. También podemos decir que es una apelación al pueblo, ya que la razón que se maneja es que es de público conocimiento que trabaja mucho por lo que no puede rendir más.
- h. Es una falacia de ambigüedad. Más precisamente de anfibología. Podemos desprender dos conclusiones. La primera entendida en un sentido literal sería que tendremos una persona detrás de nuestra cama cada vez que vayamos a acostarnos. La segunda conclusión sería que cada cama en tanto producto esta respaldada y garantizada por la marca.
- i. Es una falacia de atinencia. En este caso se apela a la fuerza (o al posible uso de la misma). La conclusión que se pretende defender es que Dios existe, por lo que todo aquel que dude, que rechace o cuestione tal idea, será castigado con el infierno. A través de la imagen del castigo en el infierno se insta al individuo a aceptar tal conclusión.
- j. Es una falacia de atinencia. Es una causa falsa, ya que se relacionan dos hechos o eventos, donde se considera a una causa del otro simplemente porque ocurren juntos en el tiempo. En este caso se constata como primer hecho el aumento de las ventas de helado durante el mes de julio, y a su vez se constata como segundo hecho el aumento de los accidentes de tráfico en el mismo mes. Ante esto, se relaciona causalmente el primer hecho con el segundo.
- k. Es una falacia de atinencia. Podemos considerarla una falacia de ataque al hombre de tipo circunstancial o incluso Tu Quoque. Es un ataque al hombre porque no se argumenta a favor de la esclavitud sino, que se considera que la misma es lícita a partir de la situación concreta en la que se encuentra Jefferson (circunstancial). También se podría considerar tu quoque ya que se desvaloriza la opinión de Jefferson respecto a la esclavitud, simplemente basándose en la idea de «tu también tienes esclavos, por lo que no puede ser verdad que la esclavitud sea mala».

- l. Es una falacia de ambigüedad. Más específicamente de tipo equívoco. Aquí el error consiste en tomar como sinónimos los términos antiguo y viejo. El término viejo suele estar asociado principalmente a la edad de las personas, mientras que el término antiguo da cuenta de algo que existió o existe desde hace mucho tiempo. Una mujer vieja (tal vez 70) no puede ser comparada con una pieza arqueológica, que sí es antigua.
- m. Es una falacia de ambigüedad. Se trata de una falacia de anfibología. Hay un error gramatical que conduce a que se concluyan dos ideas diferentes a partir de afirmar «Bajó el consumo de menores». Lo primero que podemos concluir teniendo en cuenta que es una nota sobre el tabaquismo, es que bajó el consumo de tabaco en los menores. Pero tal como se presenta el título, también podemos concluir que hemos dejado de consumir las cantidades de menores que consumíamos anteriormente. Esto último implicaría asumir conductas antropófagas.
- n. Es una falacia de atinencia. En este caso Maradona comete una falacia de ataque al hombre circunstancial, y también ofensiva. La conclusión que pretende defender es que Batista no puede ser técnico de la selección. En lugar de esgrimir razones, ataca una característica circunstancial (Batista sólo hizo 3 goles), que no está relacionado con el ser buen técnico o no. En segundo lugar lo ofende llamándole carnicero, que en la jerga futbolística significa ser un jugador que realiza un juego sucio (comete muchas faltas). De su actividad como jugador no se desprende que Batista no esté capacitado para ser técnico.

Capítulo 4.

1. Determine para cada expresión la formalización que determine correcta. Si en algún caso hay más de una correcta, señale todas las opciones.

1. b) $(p \wedge q)$
2. b) $((p \wedge q) \wedge r) \rightarrow s$
3. c) $\neg (p \rightarrow q)$
4. c) $((p \vee q) \wedge r) \rightarrow s$
5. a) $((p \wedge q) \wedge r) \rightarrow s$

2. Determine el valor de verdad de las siguientes formulas sabiendo que: a) «A» es tautología, y «B» es contradicción, b) no se sabe el valor del resto de las letras enunciativas, c) en las fórmulas la «V» debe tomarse como verdadero y «F» debe tomarse como falso.

Para realizar este ejercicio utilizaremos el color gris oscuro para representar tautología (que es el valor de A) y el color gris claro para representar contradicción (que es el valor de B). El resultado final en negrita.

1.
$$\begin{aligned} & ((A \rightarrow B) \wedge \neg ((C \wedge A) \rightarrow (C \wedge B))) \\ & ((V \rightarrow F) \wedge \neg ((C \wedge V) \rightarrow (C \wedge F))) \\ & (F \wedge \neg (C \rightarrow F)) \\ & (F \wedge \neg (\neg C)) \\ & \mathbf{F} \end{aligned}$$
2.
$$\begin{aligned} & (((\neg A \vee C) \rightarrow (\neg B \vee D)) \wedge (A \rightarrow (Z \wedge B))) \vee ((\neg A \rightarrow C) \rightarrow \neg A)) \\ & (((F \vee C) \rightarrow (V \vee D)) \wedge (V \rightarrow (Z \wedge F))) \vee ((F \rightarrow C) \rightarrow F)) \\ & (((C \rightarrow V) \wedge (V \rightarrow F)) \vee (V \rightarrow F)) \\ & ((V \wedge F) \vee F) \\ & (F \vee F) \\ & \mathbf{F} \end{aligned}$$
3.
$$\begin{aligned} & (((\neg F \wedge (\neg C \rightarrow V)) \rightarrow A) \\ & (((\neg F \wedge (\neg C \rightarrow V)) \rightarrow V) \\ & ((V \wedge V) \rightarrow V) \\ & (V \rightarrow V) \\ & \mathbf{V} \end{aligned}$$
4.
$$\begin{aligned} & (((A \wedge B) \rightarrow (B \wedge A)) \wedge ((B \wedge A) \rightarrow (A \wedge B))) \\ & (((V \wedge F) \rightarrow (F \wedge V)) \wedge ((F \wedge V) \rightarrow (V \wedge F))) \\ & ((F \rightarrow F) \wedge (F \rightarrow F)) \\ & (V \rightarrow V) \\ & \mathbf{V} \end{aligned}$$
5.
$$\begin{aligned} & (((A \vee E) \wedge (B \rightarrow \neg A)) \rightarrow ((B \wedge C) \vee (\neg A \wedge E))) \\ & (((V \vee E) \wedge (F \rightarrow F)) \rightarrow ((F \wedge C) \vee (F \wedge E))) \\ & ((V \wedge V) \rightarrow (F \vee F)) \\ & (V \rightarrow F) \\ & \mathbf{F} \end{aligned}$$

3) Determinar si las siguientes estructuras argumentales son o no leyes lógicas. Justifique.

1.
$$(((\neg A \vee \neg B) \wedge (C \wedge D)) \wedge (D \wedge D)) \rightarrow (\neg C \vee \neg D)$$

El presente ejercicio se lo intentará resolver por reducción al absurdo. Es decir dado que hay una relación de implicación entre premisas y conclusión, se supondrá que las premisas son verdaderas y que la conclusión es falsa (lo cual supondría una contradicción, es necesario recordar que en un argumento deductivo la verdad de las premisas garantizan la verdad de la conclusión). Consecuente con esto, vemos la atribución de valores que le correspondería a las letras mayúsculas (que representan fórmulas de cualquier tipo) y si en algún caso se requiere que al menos una de esas letras tome a la vez el valor verdadero y falso, entonces debemos rechazar el supuesto del que partimos. Por el contrario, si hay una asignación de valores coherente tal que permita hacer verdadero el antecedente y falso el consecuente, no se trata de una tautología.

$$(((\neg A \vee \neg B) \wedge (C \wedge D)) \wedge (D \wedge D)) \rightarrow (\neg C \vee \neg D)$$

Supongamos que $(\neg C \vee \neg D)$ es Falso. Para que sea falso $\neg C = F$ y $\neg D = F$.

Por lo que $C = V$ y $D = V$.

Supongamos que $((\neg A \vee \neg B) \wedge (C \wedge D)) \wedge (D \wedge D)$ es verdadero, entonces cada uno de los conjuntos debe ser verdadero.

Para que $(C \wedge D)$ sea verdadero entonces $C = V$ y $D = V$, para que $(D \wedge D)$ ambos tienen que ser verdaderos.

Nos queda determinar el valor de $(\neg A \vee \neg B)$. Tenemos que suponer que es verdadero, como es una disyunción alcanza con que solo uno de ellos sea verdad para que toda la disyunción lo sea. Si $\neg A$ es V , entonces $(\neg A \vee \neg B)$ es V ; y si $\neg B$ es V , entonces

$(\neg A \vee \neg B)$ también.

Por lo tanto

Opción 1. $((\neg A \vee \neg B) \wedge (C \wedge D)) \wedge (D \wedge D) \rightarrow (\neg C \vee \neg D)$

$((V \vee V) \wedge (V \wedge V)) \wedge (V \wedge V) \rightarrow (F \vee F)$

$(V \wedge (V \wedge V)) \rightarrow F$

$(V \wedge V) \rightarrow F$

$V \rightarrow F$

F

Opción 2. $((\neg A \vee \neg B) \wedge (C \wedge D)) \wedge (D \wedge D) \rightarrow (\neg C \vee \neg D)$

$((\neg A \vee V) \wedge (V \wedge V)) \wedge (V \wedge V) \rightarrow (F \vee F)$

$(V \wedge (V \wedge V)) \rightarrow F$

$(V \wedge V) \rightarrow F$

$V \rightarrow F$

F

Basta cualquiera de las dos opciones para determinar que no se trata de una tautología

2. $((A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)) \wedge (A \vee B) \rightarrow C$

En este ejercicio también se puede sacar por absurdo. Supongamos que el antecedente $((A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)) \wedge (A \vee B)$ es verdadero y que el consecuente C es falso.

Si el antecedente es falso, entonces el valor de C es falso. La idea ahora es sustituir en el antecedente el valor de C , sabiendo a su vez que cada uno de los conjuntos debe ser verdadero para que todo el antecedente lo sea.

$((A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)) \wedge (A \vee B) \rightarrow C$

$((A \rightarrow F) \wedge (B \rightarrow F)) \wedge (A \vee B) \rightarrow F$

Para que $(A \rightarrow F)$ sea V , entonces $A = F$

Para que $(B \rightarrow F)$ sea V , entonces $B = F$

En este caso $(A \vee B) = (F \vee F)$, lo cual es incompatible con el supuesto de que la conjunción que conforma el antecedente es verdadero. Luego, tenemos aquí un caso de una atribución de valores de verdad que resulta inconsistente: 1) bajo el supuesto de $C = F$, tanto A como B en la disyunción debieran ser F , pero entonces

la disyunción no es verdadera, 2) si en la disyunción A y B fueran verdaderas, entonces no se haría verdaderos los condicionales. Por lo tanto debe rechazarse el supuesto de que se partió: que existía alguna atribución de valores tal que la fórmula resulta falsa. Entonces no hay posibilidad de concebir aquella línea de la tabla de la verdad en la que la resolución de esa fórmula diera F, luego todas las líneas son V y por consiguiente la fórmula que estamos analizando es una tautología.

3. $(\neg (A \vee B) \rightarrow (A \wedge B))$

Veamos de aplicar el absurdo. Si la fórmula fuera falsa el antecedente debiera ser verdadero y el consecuente falso. Para que $(A \wedge B)$ sea falsa basta con que una de los dos términos sea falso. Supongamos que sólo $A = F$.

$$(\neg (A \vee B) \rightarrow (A \wedge B))$$

$$(\neg (F \vee B) \rightarrow (F \wedge B))$$

$$(\neg (B) \rightarrow (F))$$

B

Y ocurre que B puede tanto ser verdadera como falsa. Por lo tanto hay una asignación de valores en que la fórmula da F, por lo tanto no puede ser una tautología.

Por otra parte no resulta extraño el resultado si atendemos lo que «dice» la fórmula. Lo que la fórmula expresa es que si es falsa la disyunción de dos términos entonces es verdadera su conjunción. Pero si una disyunción es falsa es porque los dos términos son falsos y si ambos términos son falsos no hay manera de que la conjunción sea verdadera. Por lo tanto esa fórmula no puede ser una tautología.

4. $((A \rightarrow \neg B) \rightarrow ((\neg A \vee B) \vee (D \vee \neg D)))$

En este caso también podemos realizarlo a través del método del absurdo.

En este ejemplo al antecedente $(A \rightarrow \neg B)$ lo suponemos V, y al consecuente $((\neg A \vee B) \vee (D \vee \neg D))$ lo suponemos F.

Si $((\neg A \vee B) \vee (D \vee \neg D))$ es F, entonces cada uno de sus disyuntores debe serlo.

Por lo que si $(\neg A \vee B) = F$, entonces $\neg A = F$, y $B = F$ y $A = V$. Sin embargo cuando intentamos pensar a $(D \vee \neg D) = F$, vemos que es imposible porque expresa el principio de tercero excluido, por lo que independientemente de los valores que le asignemos a D, siempre será verdadero.

De esta manera nunca podremos obtener un consecuente falso ya que $(D \vee \neg D)$, siempre es verdadero. Por lo tanto la fórmula sólo puede ser una tautología.

5. $((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow ((\neg A \vee H) \vee C)$

También intentaremos resolverlo por absurdo. Supongamos que $((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C))$ el antecedente es verdadero, y que $((\neg A \vee H) \vee C)$ el consecuente es falso.

Así, si $((\neg A \vee H) \vee C)$ es F, entonces $(\neg A \vee H)$ debe ser F, y C debe ser F. Si $(\neg A \vee H)$ es F, entonces $\neg A = F$, y $H = F$.

Con estos valores tratemos de sustituir en el antecedente, sabiendo a su vez que cada conjuntor debe ser verdadero, para que efectivamente se dé el absurdo.

$$(((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow ((\neg A \vee H) \vee C))$$

$$(((V \rightarrow V) \wedge (V \rightarrow F) \rightarrow ((F \vee F) \vee F))$$

Como vemos, el segundo término del antecedente es falso lo cual hace falso todo el antecedente. Por lo tanto, para que el antecedente fuera verdadero necesitaríamos que $C=V$, pero habíamos partido del supuesto de que $C = F$. Por lo tanto ahí se produce una contradicción que muestra que en una misma línea de asignaciones de valores de verdad ocurre que una misma letra debe tener valor V y F a la vez, lo cual es imposible por el principio de no contradicción. Así que debiéramos rechazar el supuesto de que la fórmula puede ser falsa. Entonces, se trata de una tautología.

Capítulo 7.

Señale desde la perspectiva de Perelman qué estrategias argumentativas se usaron en cada uno de los siguientes argumentos. Justifique su respuesta.

1. Es claro que está enlazando nociones: las de hombre y las de héroe. Para esto va a usar la estrategia de la definición (la pretensión de identidad) entre héroe y acciones heroicas. Asimismo, va a utilizar una relación de inclusión que va a consistir en segmentar el todo de los seres humanos y mostrar cómo pueden pertenecer al conjunto de los héroes.
2. Es un argumento basado en la estructura de lo real, más precisamente podemos decir que es un enlace de sucesión, aquí la cuestión consiste en explicar cómo se concibió la experimentación en enemigos. Esta explicación establece un nexo causal entre el avance de la medicina y la experimentación primero en animales, también en condenados a muerte, luego entre prisioneros y por último en enemigos. Es claro que el avance de la medicina (fin al que se dirige) ha sido posible a partir del sacrificio de seres humanos (se distingue ciertas etapas conducentes a un objetivo) mostrando la dificultad de detenerse una vez que se emprende el camino hacia dicho fin.
3. Se trata de un argumento cuasilógico en tanto brinda una definición de maltrato infantil, establece a qué tipo de situaciones nos referimos cuando hablamos de maltrato infantil. También uno podría creer que se está utilizando la estrategia de la disociación de nociones (maltrato/golpear), puesto que se presenta un tratamiento del maltrato infantil como concepto y como realidad que obliga a generar nuevas categorías conceptuales, a saber: maltrato físico, maltrato psicológico, maltrato por negligencia.
4. Argumento que funda la estructura de la realidad, más específicamente se trata de una analogía ya que establece un paralelismo entre la inteligencia del alma y la evidencia, así como entre los ojos de los murciélagos y la luz del día. Lo que Aristóteles pretende fundamentar es que la reacción de nuestra alma frente al conocimiento evidente se asemeja a la reacción de los ojos de los murciélagos frente a la luz. La analogía funciona en tanto se comparten ciertas características en común.

5. Es un argumento cuasilógico por división, se argumenta excluyendo ciertas partes. En el ejemplo podríamos concluir si fuera el caso, que excluyendo ciertas posibilidades como ser que el esclavo era un enemigo, o que había nacido en la ca, etcétera, entonces el esclavo era un extranjero.
6. En este caso también se trata de un argumento cuasilógico, se está definiendo a Pepita a partir de establecer cuáles son sus características. Pero también podemos establecer que se hace el uso de analogías para describir a Pepita, por medio de ciertas características en común entre la nariz de Pepita y el relieve de los Andes.
7. Se trata de un argumento que funda la estructura de lo real de tipo analogía. El argumento tiene como objetivo criticar la función de la presidenta Michelle Bachelet desde el cual se considera al país como una 'familia' y al presidente como 'padre' o 'madre' en tanto se tienen en cuenta sus propiedades fuentes. En definitiva lo que pretende mostrar el argumento es que la presidenta no es una buena jefa de familia, ya que el país está caótico al igual que una familia mal dirigida: hay desorden, no hay presupuesto, no realiza una buena gestión, no se impone como autoridad, etcétera.
8. Se trata de un argumento que funda la estructura de lo real de tipo analogía, ya que establece ciertas características entre España y una bujía, pero también podríamos decir que se trata de una definición de España (de tipo compleja) que busca persuadirnos acerca de la lamentable situación en la que se encuentra. También parece realizar un enlace de coexistencia entre las características culturales y políticas de un país y un tipo psicológico y moral de comportamiento.
9. Se trata de un argumento que funda la estructura de lo real de tipo ilustración, el argumento está dirigido a mostrar que todas las mujeres quieren lo mismo, es decir todos los hombres en uno solo. Para defender esta tesis que funciona en este contexto como una regla (todas queremos lo mismo), enumera un conjunto de ejemplos que la permiten inferir (soñamos con el príncipe azul, queremos hombres protectores, etcétera). También es claro que se apela a la definición. Lo que quieren las mujeres no está deducido, sino presentado como definido. A su vez de esa definición, se pretende generar un enlace de coexistencia: se explica la acción de los hombres de evitar a las mujeres a partir de ciertas representaciones incompatibles entre lo que las mujeres se representan de los hombres y lo que los hombres se representan de sí mismos (está implícito para dar a entender este comportamiento). Si bien entre ambas representaciones aparecen como incompatibles, la estrategia que Perelman señala como de incompatibilidad no es aquí el centro del argumento.
10. Es un argumento que funda la estructura de lo real de tipo modelo. Aquí no se discute la regla sino que lo que se pretende es que la conducta en este caso de Mia Farrow sea imitada, 'que uno haga como ella'. Que Mia Farrow se convierta en modelo a imitar es posible por el valor que se le asigna a lo que representa:

éxito, prestigio, experiencia, notoriedad, etcétera. De esta manera su vida alejada del ruido y del éxito que supone Hollywood, así como su capacidad de dar amor a niños que han sido abandonados es algo a imitar. (También podría pensarse que hay un enlace de coexistencia entre un conjunto de valores y la acción de adoptar niños huérfanos. Sin embargo el hecho de no dar cuenta de esos valores sino sólo de calificarlos con adjetivaciones positivas muestra que la estrategia de enlace de coexistencia no juega un papel un papel relevante en la estrategia de construcción del argumento)

11. Es un argumento cuasilógico de incompatibilidad. En este argumento la incompatibilidad está presente por el conflicto que se plantea entre asumir que desde el Estado (en este caso colombiano) la Constitución garantiza la libertad de conciencia y de cultos, y que también el Estado plantea la imposibilidad de legalizar el aborto. Supone conflicto porque estaría desconociendo la libertad que tiene el sujeto de elegir lo que desea para sí mismo. Por otro lado asumir por parte del Estado la ilegalidad del aborto es comportarse dogmáticamente tal como lo realizan las religiones (lo que en su seno tiene sentido por las propias características de las religiones que sancionan ciertas conductas). Este comportamiento dogmático entra en conflicto con la libertad.

Capítulo 8.

Analice los siguientes argumentos identificando los diversos componentes según el modelo de Toulmin.

a)

Datos: 1) En su casa había un piano que había sido de su abuelo (muerto antes que él naciera y 2) De pequeño mostraba inclinaciones musicales pero sus padres se negaron a enviarlo a clases de música.

Conclusión: Por ello debió desarrollar una formación autodidacta.

Garantía: Una fuerte vocación puede llevar a sobrellevar las dificultades para lograr lo que se quiere.

Modalizador: Debió

Restricción: A menos que recibiera lecciones en secreto, lo cual es poco probable.

b)

Datos: 1) El día D, inspectores de edificios de la ciudad X indicaron que el hotel reunía condiciones de inseguridad e hicieron referencia a la caída del yeso. 2) Sin contar que dos días antes de la fecha indicada se llamó a un contratista de yeso para reparar los techos, se le emplazó para dos días después del día del accidente. 3) No hay noticias de otros daños causados por el terremoto.

Conclusión: la caída del yeso fue causada por negligencia no por el terremoto.

Garantía: El edificio del hotel fue afectado por el terremoto en la misma medida que las otras construcciones, pero solo se había informado de que existieran condiciones de inseguridad en relación con el hotel.

c)

Datos: 1) Cuando la mente de un hombre está obsesionada por la avidez o el odio, le resulta totalmente imposible ver las cosas claramente. 2) Pero la eliminación de este impedimento no implica la lucha con los pensamientos funestos que se han adueñado de la mente.

Conclusión: Intentemos ahora comprender la importancia de suprimir los malos pensamientos y el método para conseguirlos, que es la práctica constante de la observación, la buena voluntad y la compasión.

Garantía: Es preciso aprender a mirar cara a cara tales pensamientos: cómo aparecen, reaparecen y dominan la mente; hay que estudiar su naturaleza.

Soporte: si un hombre siente que tiene continuamente pensamientos codiciosos y de odio sin intentar controlarlos, estos pensamientos se fortalecen y llenan la mente.

d)

Datos: Los reportes geológicos y paleontológicos de Java, China y África muestran una concentración de restos fósiles de antropoides

Conclusión: presumiblemente, los primeros simios antropoides conocidos vivieron en el valle del Ritz africano.

Garantía: La presencia de restos fósiles de antropoides en antiguas formaciones rocosas en un lugar y no en otros indica la antigua existencia de antropoides vivientes en ese lugar y no en los otros.

Modalizador: Presumiblemente.

e)

Datos: Los partidos políticos tradicionales han hecho trampa en todas las elecciones.

Conclusión: En las próximas elecciones es posible que los resultados de la misma no sean confiables.

Garantía: El pueblo se maneja con la idea que si han hecho trampa en otras ocasiones es posible que vuelvan a cometer trampa.

Soporte: El politólogo X entiende que los países acostumbrados al fraude electoral tratan siempre de perpetuar sus prácticas.

Restricción: Salvo que todos y cada uno de los partidos políticos tengan una representación en los escrutinios, y además una comisión de ética controle que los grupos minoritarios no vendan sus votos.

Modalizador: posiblemente.

f)

Datos: 1) El docente al comenzar la clase no toma en cuenta el conocimiento del alumno sobre el tema. 2) Además el alumno no busca información sobre el tema, y al ser evaluados memorizan el conocimiento sin establecer relaciones con la realidad.

Conclusión: Los conocimientos previos del estudiante deben ser integrados al proceso de enseñanza- aprendizaje.

Garantía: El pedagogo Busto entiende que todo conocimiento consiste en asimilar estructuras mentales y redes conceptuales disponibles con anterioridad.

Modalizador: Deben.

g)

Datos: 1) Sentados en pupitres los alumnos son obligados a trabajar aislados del grupo, esto se debe a que el pupitre frena el trabajo cooperativo. 2) Además el pupitre ayuda a marcar una diferencia entre el espacio del docente y el de los estudiantes.

Conclusión: en el salón de clase se debería sustituir los pupitres de los estudiantes y el escritorio por mesas redondas de trabajo grupal.

Garantía: El rendimiento del trabajo grupal siempre es superior al trabajo individual.

Soporte: Jonhson y Jonhson exponen que el enfoque cooperativo como estrategia metodológica permite la realización de tareas académicas, con mayor facilidad.

Restricción: Esto no debería llevarse a cabo, si lo que se pretende evaluar es un trabajo o actividad necesariamente individual.

Modalizador: Debería.

h)

Datos: Todas las instituciones que presentan servicios de urgencia solicitan y exigen a su personal médico el titulado de la licenciatura X.

Conclusión: Si deseas trabajar en Urgencias debes realizar estudios en la Licenciatura X.

Garantía: Los estudios de la Licenciatura X son un requisito del Ministerio de Salud Pública.

Restricción: Salvo que pretendas irte del país a trabajar en la Cruz Roja.

Modalizador: Debes.

Soluciones a ejercicios de Estadística

Capítulo 10.

Ejercicio 1.

a) Individuos: Señales de TV

Clase de Individuos: Señales de TV que se ven en Uruguay

Atributo en que varían: País de origen (Uruguay, Argentina, Brasil, EEUU, España, etcétera).

b) Individuos: Señales de TV

Clase de Individuos: Señales de TV que se ven en Uruguay

Atributo en que varían: Géneros que emiten (Genéricos, Deportes, Noticias, Novelas, Películas, etcétera).

c) Individuos: Personas mayores de 4 años con por lo menos un TV en el hogar.

Clase de Individuos: Habitantes de Montevideo mayores de 4 años con por lo menos un TV en el hogar.

Atributo en que varían: Señales de TV que miran en horario central.

Ejercicio 2.

a. Compleja; Cuantitativa Continua; Razón

b. Simple; Cualitativa; Ordinal

c. Simple; Cualitativa; Nominal

d. Compleja; Cualitativa; Ordinal

e. Simple; Cuantitativa continua; interval

f. Simple; Cuantitativa Continua; Razón

g. Simple; Cuantitativa Discreta; Razón

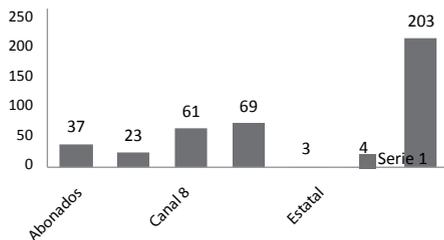
Capítulo 11.

Ejercicio 1.

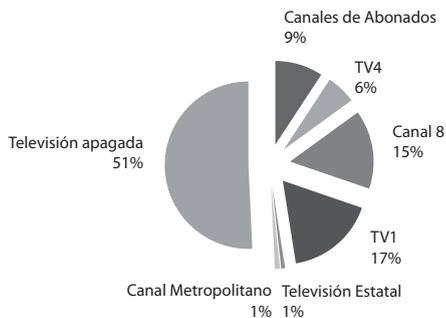
a)

Categorías	ni	fi	%
Canales de Abonados	37	0,09	9,25
TV ₄	23	0,06	5,75
Canal 8	61	0,15	15,25
TV ₁	69	0,17	17,25
Televisión Estatal	3	0,01	0,75
Canal Metropolitano	4	0,01	1
Televisión apagada	203	0,51	50,75
	400	1,00	100

b)



c)

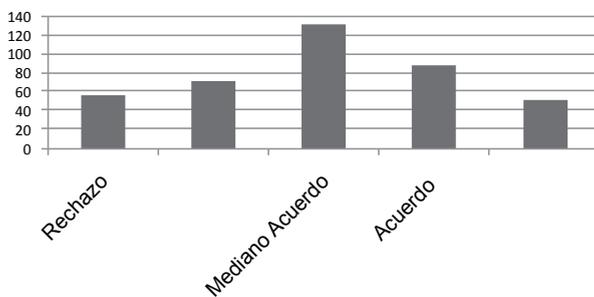


Ejercicio 2.

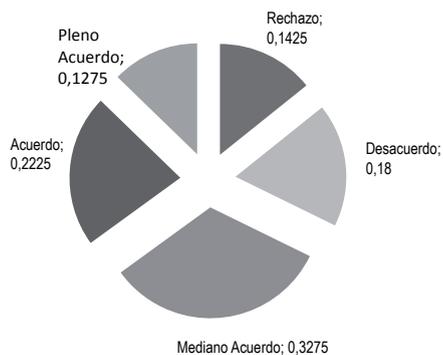
a)

Categorías	ni	fi	Ni	Fi
Rechazo	57	0,14	57	0,14
Desacuerdo	72	0,18	129	0,32
Mediano Acuerdo	131	0,33	260	0,65
Acuerdo	89	0,22	349	0,87
Pleno Acuerdo	51	0,13	400	1
	400	1		

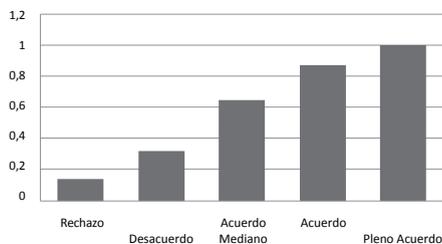
b)



c)



d)



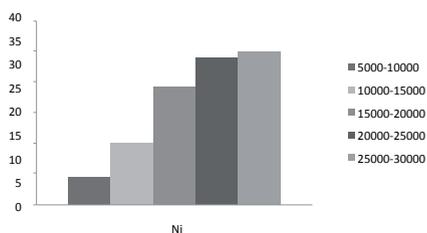
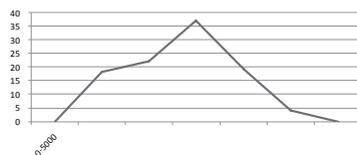
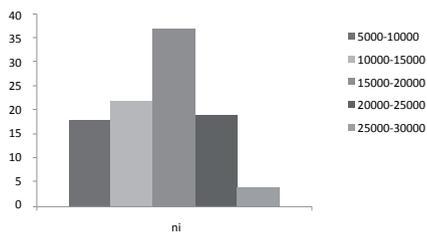
Capítulo 12

Ejercicio 1

a)

Categorías	ni	Ni	fi	Fi
5000-10000	18	0,18	18	0,18
10000-15000	22	0,22	40	0,4
15000-20000	37	0,37	77	0,77
20000-25000	19	0,19	96	0,96
25000-30000	4	0,04	100	1
	100	1		

b)

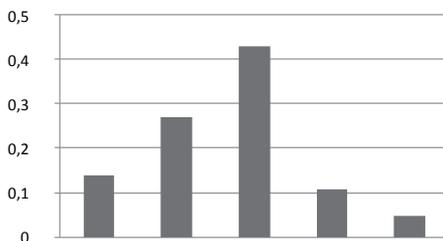


Ejercicio 2.

a)

Categorías	ni	Ni	fi	Fi
0	32	32	0,14	0,14
1	61	93	0,27	0,40
2	99	192	0,43	0,83
3	26	218	0,11	0,95
4	12	230	0,05	1
	230		1	

b)



Capítulo 13

Ejercicio 1

Debemos primero ordenar el cuadro de menor a mayor

5220	7938	11244	12508	15454	16890	17400	18948	20850	23855
5440	7938	11244	12555	15454	16890	17400	19000	21300	23855
5440	8459	11244	13449	15454	16890	17400	19000	21434	23855
5990	8459	11244	13449	15454	17204	17400	19000	21434	23855
6590	8459	11244	13449	15454	17204	18800	19320	22300	24578
6847	9550	11244	13515	15454	17204	18948	19320	22300	25000
6847	9550	12334	14566	15454	17204	18948	19320	22444	27200
6847	9550	12334	14566	16000	17204	18948	19320	22444	27200
7938	10345	12334	14566	16000	17204	18948	20010	22444	28500
7938	10837	12334	14566	16890	17400	18948	20850	22444	28500

a)

Luego calculamos:

Moda: Observamos en el cuadro cuál es el valor que más se repite: 15454 se repite 7 veces.

Media:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

Sumamos todos los datos y nos da: 15911593; $N = 100$; entonces

$$\bar{x} = 15911593 / 100 = 159115,93$$

Mediana:

Tomamos fórmula para distribuciones pares:

$$Md = \frac{x_{\left(\frac{N}{2}\right)} + x_{\left(\frac{N}{2}+1\right)}}{2}$$

Entonces:

$$med_x = \frac{x_{\left(\frac{100}{2}\right)} + x_{\left(\frac{100}{2}+1\right)}}{2}$$

$$\text{Por lo tanto: } med_x = \frac{16890 + 16890}{2} = 16890$$

Tercer cuartil:

Tomamos formula para distribuciones pares: $Q_3 = \frac{\left(\frac{N}{4}\right) + \left(\frac{N}{4}\right)}{2} + 1$

Por lo tanto: $Q_3 = \frac{19320 + 19320}{2} = 19320$

Ejercicio 2

a)

Categorías	c	ni	fi	Ni	Fi
5000-10000	7500	18	0,18	18	0,18
10000-15000	12500	22	0,22	40	0,4
15000-20000	17500	37	0,37	77	0,77
20000-25000	22500	19	0,19	96	0,96
25000-30000	27500	4	0,04	100	1
		100	1		

b) Intervalo Modal: 15000-20000

c) Media: Usamos formula de media para datos agrupados: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N c_i n_i}{N}$

$$(7500 * 18) + (12500 * 22) + (17500 * 37) + (22500 * 19) + (27500 * 4) / 100$$

$$\bar{x} = \frac{1595000}{100} = 15950$$

d) Mediana: Usamos fórmula de mediana para datos agrupados:

$$Med = \frac{N}{2} \frac{N}{n} a_i$$

$$med_x = \left(\frac{\frac{100}{2} - 40}{37} \right) (5000) + (15000) = 16351$$

e) Primer Cuartil: Usamos fórmula de Cuartiles, para datos agrupados y frecuencias relativas



$$Q_1 = \left(\frac{0,25 - 0,18}{0,22} \right) (5000) + (10000) = 11591$$

Ejercicio 3

Categorías	ni	Ni	fi	Fi
0	32	32	0,14	0,14
1	61	93	0,27	0,40
2	99	192	0,43	0,83
3	26	218	0,11	0,95
4	12	230	0,05	1
	230		1	

Categoría Modal: 2

Media: 1,67

$$(32*0)+(61*1)+(99*2)+(26*3)+(12*4)/230 = 1,67$$

Mediana: 2

Percentil 80: 2

Capítulo 14

Ejercicio 1.

Categorías	c	ni	fi	Ni	Fi
5000-10000	7500	18	0,18	18	0,18
10000-15000	12500	22	0,22	40	0,4
15000-20000	17500	37	0,37	77	0,77
20000-25000	22500	19	0,19	96	0,96
25000-30000	27500	4	0,04	100	1
		100	1		

Tomamos fórmula de S, para datos acumulados $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N n_i (c_i - \bar{x})^2}{N}}$

$$s = 15950$$

Categorías	c	ni	(Ci-)	Igual	(Ci -) ²	Σ	Σ/N	√Σ/N
5000-10000	7500	18	7500-15950	-8450	71402500			
10000-15000	12500	22	12500-15950	-3450	11902500			
15000-20000	17500	37	17500-15950	1550	2402500			
20000-25000	22500	19	22500-15950	6550	42902500			
25000-30000	27500	4	27500-15950	11550	133402500			
						262012500	2620125	1619

a) Varianza = 2620125

b) S= 1619

c) CV= S / = 0,10

d) RI = Q₃-Q₁= 19729-11591= 8138

$$Q_3 = \left(\frac{0,75 - F_{i-1}}{f_i} \right) a_i + l_{i-1}$$

Q₃ = (0,75-0,4)/0,37*5000+15000=19729

Q₁= 11591

e) La variable tiene una media de 15950 y un Desvío Estándar de \$ 1619 que da cuenta de los desvíos promedio que tienen los individuos a la media en valores absolutos. El desvío relativo a la media por su parte, del cual da cuenta el CV, nos dice que es una población bastante homogénea, con solo un 10% de dispersión relativa a la media.

Si bien el rango de la distribución es de \$ 25000, el 50% de los individuos centrales de la distribución se encuentran en un rango de \$ 8138.

Ejercicio 2.

de la a) a la f)

Primera Encuesta									
Ingresos	FR	FRA	MC	Media	(mc-X)	(mc-X) ²	f(mc-X) ² = V	√f(mc-X) ² =S	CV
0-200	0,02	0,02	100	2	-512	262144	5242,88		
200-400	0,06	0,08	300	18	-312	97344	5840,64		
400-600	0,48	0,56	500	240	-112	12544	6021,12		
600-800	0,26	0,82	700	182	88	7744	2013,44		
800-1000	0,14	0,96	900	126	288	82944	11612,16		
1000-1200	0,04	1	1100	44	488	238144	9525,76		
1200-1400	0	0	1300	0	688	473344	0		
	1			612			40256	200,6	0,33

Segunda encuesta									
Ingresos	FR	FRA	MC	Media	(mc-X)	(mc-X) ²	f(mc-X) ² = V	√f(mc-X) ² =S	CV
0-200	0	0	100	0	-7,54	568,516	0		
200-400	0,03	0,03	300	9	-5,54	306916	9207,48		
400-600	0,03	0,06	500	15	-3,54	125316	3759,48		
600-800	0,36	0,42	700	252	-1,54	23716	8537,76		
800-1000	0,42	0,84	900	378	46	2116	888,72		
1000-1200	0,07	0,91	1100	77	246	60516	4236,12		
1200-1400	0,06	0,97	1300	78	446	198916	11934,96		
1400-1600	0,03	1	1500	45	646	417316	12519,48		
	1			854			51084	226	0,26

Formula de Percentiles para frecuencias relativas $P_i = \left(\frac{0, i - F_{i-1}}{f_i} \right) a_i + l_i$

1ra. Encuesta- $P_{10} = (0,10 - 0,08) / 0,48 * 200 + 400 = 408$

1ra. Encuesta- $P_{90} = (0,90 - 0,82) / 0,14 * 200 + 800 = 914$

Distancia entre $P_{90} - P_{10} = 914 - 408 = 506$

2da. Encuesta- $P_{10} = (0,10 - 0,06) / 0,36 * 200 + 600 = 622$

2da. Encuesta- $P_{90} = (0,90 - 0,84) / 0,07 * 200 + 1000 = 1171$

Distancia entre $P_{90} - P_{10} = 1171 - 622 = 549$

	1ra. Encuesta	2da. Encuesta
Media	612	854
S	201	226
CV	0,33	0,26
$P_{90} - P_{10}$	506	549

g) En la medida que aumentó el PBI, aumento la media de ingresos de la población. En cuanto a la distribución de la riqueza en valores absolutos aumento la distancia a media de 201 a 226, sin embargo el Coeficiente de Variación da cuenta de que la población ahora es más homogénea porque mientras antes se desviaba un 33% de la media, ahora se desvía un 26%. Habiendo una mejor distribución del ingreso.

Sin embargo ni el aumento del PBI, ni la mejor distribución del ingreso, pudo mejorar la brecha entre el 10% más pobre y el 10% mas rico. Brecha que aumento de 506 a 549 en valores absolutos.

Capítulo 15

Ejercicio 1

Horas Frente a la TV	Edad de niños					
	1	2	3	4	5	
0-3	24	39	17	18	9	107
3-6	9	24	24	27	21	105
6-9	3	9	18	24	24	78
	36	72	59	69	54	290

Ejercicio 2

$$K = N = 410$$

$$FR = FA/N$$

$$FA = N * FR$$

$$FA = 410 * 0,073 = 30$$

Entonces:

Ingresos	Nivel Educativo				
	Primaria	Sedundaria	Terciaria sin terminar	Terciaria	
5000-10000	A	15	20	5	65
10000-15000	25	C	30	30	J
15000-20000	10	D	G	H	150
20000-25000	B	20	20	I	70
	75	E	115	110	410

Luego calculo los siguientes cuadros:

Ingresos	Nivel Educativo				
	Primaria	Sedundaria	Terciaria sin terminar	Terciaria	
5000-10000	25	15	20	5	65
10000-15000	25	40	30	30	125
15000-20000	10	35	45	60	150
20000-25000	15	20	20	15	70
	75	110	115	110	410

Capítulo 16.

Ejercicio 1

Calculo el porcentaje columna:

	Mujeres	Hombres	Marginal Columna
No aprobado	48,1	51,7	48,7
Aprobado	51,9	48,3	51,3
	100	100	100

Analizando los datos por fila, veo que los datos del marginal columna (datos esperados bajo la hipótesis de no asociación) son muy similares a los valores que observados. Como la distancia entre los datos observados y los datos esperados bajo la hipótesis de no asociación es muy pequeña, entonces acepto la hipótesis y digo que no hay asociación.

Ejercicio 2

Calculo el porcentaje columna:

	Vienen	No vienen	Marginal columna
Suficiente	73,8	47,7	67,1
Insuficiente	26,2	52,3	32,9
	100	100	100

Analizando los datos por fila, veo que los datos del marginal columna (datos esperados bajo la hipótesis de no asociación) difieren de los valores que observados. Como la distancia entre los datos observados y los datos esperados bajo la hipótesis de no asociación es significativa, rechazo la hipótesis y digo que las variables están asociadas.

Como son Variables nominales calculo V de Cramer:

$$V = \sqrt{\frac{\chi^2}{N + \text{mínimo de } (I-1) \text{ ó } (J-1)}}$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(Obs_i - Esp_i)^2}{Esp_i}$$

Construyo cuadro de datos esperados:

	Vienen	No vienen	
Suficiente	84,5	29,5	114,0
Insuficiente	41,5	14,5	56,0
	126,0	44,0	170,0

Calculo $\chi^2 = 10,4$

$$(93-84,5)^2/84,5+(21-29,5)^2/29,5+(33-41,5)^2/41,5+(23-14,5)^2/14,5= 10,4$$

$$V = \sqrt{\frac{\chi^2}{N + \text{mínimo de } (I-1)\delta(J-1)}}$$

Calculo V de Cramer

$$V = \sqrt{\frac{10,04}{170 + 1}} = 0,24$$

Ejercicio 3

Calculo porcentaje columna

	Primaria	Secundaria	Terciaria	Marginal Columna
No aprobado	42	29	11	28
Aprobado	33	25	20	26
Notable	18	19	31	22
Sobresaliente	7	28	38	24
	100	100	100	100

Analizando los datos por fila, veo que los datos del marginal columna (datos esperados bajo la hipótesis de no asociación) difieren de los valores observados. Como la distancia entre los datos observados y los datos esperados bajo la hipótesis de no asociación es significativa, rechazo la hipótesis y digo que las variables están asociadas.

Como son variables ordinales calculo Gamma: $\gamma = \frac{N_s - N_d}{N_s + N_d}$

Ns-37

Nd-8

Tal que:

Ns	Σ	Nd	Σ
28*(18+24+28+37+29+16)	4256	37*(24+15+18+23+27+28)	4995
23*(24+29+37+28)	2714	29*(18+23+27+28)	2784
15*(37+28)	975	16*(27+28)	880
27*(16+29+37)	2214	28*(15+23+28)	1848
18*(29+37)	1188	24*(23+28)	1224
24*(37)	888	18*(28)	504
	12235		12235

Entonces:

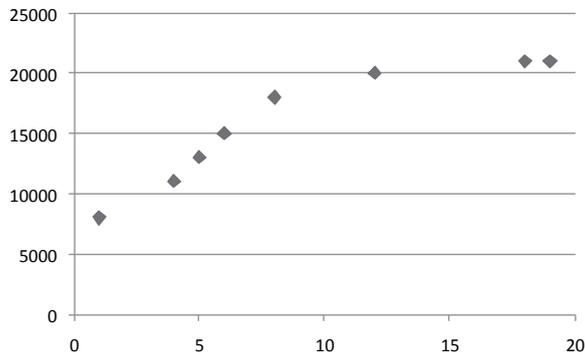
$$(12055-4788)/(4788+12055)=0,43$$

$$\text{Gamma} = 0,43$$

Capítulo 17.

Ejercicio 1.

a)



$$\text{b) } \text{cov}(x,y) = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N}$$

(X) Años de Trabajo – Media=9,13

(Y) Salario - Media=15875

Restamos a cada valor la media									
(X)	-4,125	-8,125	-1,125	2,875	-5,125	-3,125	8,875	9,875	
(Y)	-2875	-7875	2125	4125	-4875	-875	5125	5125	

Σ(Xi- \bar{x})(Yi- \bar{y})	11859	63984	-2391	11859	24984	2734	45484	50609	209125
-----------------------------------	-------	-------	-------	-------	-------	------	-------	-------	--------

$$\text{cov } x, y \ll \frac{209125}{8} \ll 26140$$

$$S_x = 6,2$$

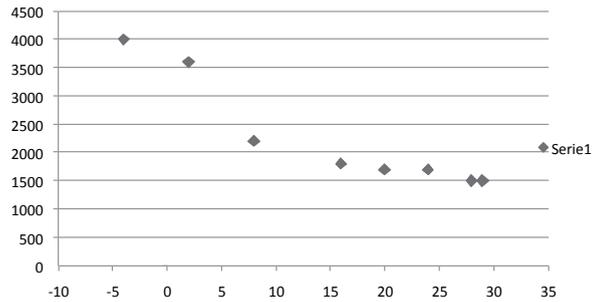
$$S_y = 4717$$

$$c) \quad r \ll r_{x,y} \ll \frac{26140}{6,2 * 4717} \ll 0,89$$

Encontramos una asociación: lineal ($\text{cov} \neq 0$); positiva (signo positivo); fuerte (cerca a 1)

Ejercicio 2

a)



b)

(X) Temperatura- Media = 8

(Y) Gasto en Combustible = 2250

Restamos a cada valor la media									
(X)	-19,375	-13,375	-7,375	0,625	4,625	8,625	12,625	13,625	
(Y)	1750	1350	-50	-450	-550	-550	-750	-750	
									Σ
$\Sigma(X_i - \bar{x})(Y_i - \bar{y})$	-33906	-18056	369	-281	-2544	-4744	-9469	-10219	-78850

$$\text{cov } x, y \ll \frac{78850}{8} \ll 9856$$

$$S_x = 11,4$$

$$S_y = 923$$

$$c) \quad r \ll r_{x,y} \ll \frac{9856}{11,4 * 923} \ll 0,93$$

Encontramos una asociación: lineal ($\text{cov} \neq 0$); negativa (signo negativo); fuerte (cercana a 1).

Capítulo 18.

Ejercicio 1.

(X) Años de Trabajo – Media=9,13

(Y) Salario - Media=15875

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\text{cov}(x, y)}{s_x^2} \rightarrow b = \frac{26140}{6,2^2} = 680$$

$$a = \bar{y} - b \bar{x} \rightarrow a = 15875 - 680 * 9,13 = 9666,6$$

$$\hat{y} = 9666,6 + 680 * 30 =$$

Ejercicio 2

(X) Temperatura- Media = 15,38

(Y) Gasto en Combustible = 2250

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{-9856}{11,4^2} = -75,84$$

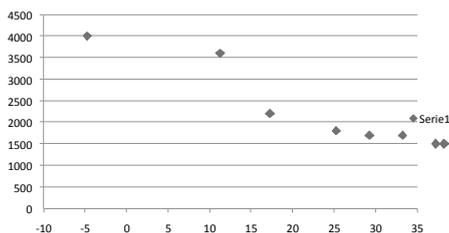
$$a = 2250 - (-75,84)15,38 = 3416$$

$$\hat{y} = 3416 + (-75,84)(-4) = 3112$$

$$\hat{y} = 3416 + (-75,84)(29) = 1241$$

X=-4, y=3112

X=29, y=1241



Esta publicación cuenta con el apoyo de la Comisión Sectorial de Enseñanza (CSE) de la Universidad de la República (Udelar). Forma parte de la serie «Manuales de aprendizaje» de la CSE, que tiene como objetivo mejorar las condiciones de aprendizaje de los estudiantes y, al mismo tiempo, propiciar la autoformación docente mediante la reflexión sobre sus prácticas y sobre el estado del arte en su disciplina. Secundariamente, esta publicación pretende colaborar en la constitución de tradiciones disciplinares y culturas educativas nacionales.

ISBN: 978-9974-0-0771-0



9 789974 007710