

Aprendizaje de Física en cursos universitarios con TIC

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA
COMISIÓN SECTORIAL DE ENSEÑANZA

José Luis Di Laccio



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY



comisión sectorial
de enseñanza



José Luis Di Laccio

Aprendizaje de Física en cursos universitarios con TIC



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY

Aprendizaje de Física en cursos universitarios con TIC / José Luis Di Laccio
– Montevideo: Universidad de la República. Comisión Sectorial de Enseñanza, 2024.

146 p.--(Manuales didácticos / Comisión Sectorial de Enseñanza)

ISBN: 978-9974-0-2154-9

1. FISICA
2. ENSEÑANZA SUPERIOR
3. UNIVERSIDADES
I. Di Laccio, José Luis

CDD: 530

La publicación de este libro fue realizada con el apoyo de la Comisión Sectorial de Enseñanza (CSE) de la Universidad de la República (Udelar).



Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 3.0, José Luis Di Laccio. <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/es/>

Comunicación y Publicaciones, cse, Udelar
Alberto Lasplaces 1620, 11600 Montevideo, Departamento de Montevideo
Tels.: (+598) 2400 8393

www.cse.udelar.edu.uy
comunicacion@cse.udelar.edu.uy

ISBN: 978-9974-0-2154-9

Coordinación editorial: Vanesa Sanguinetti
Corrección de estilo: Elizabeth García
Diseño de tapa: Gabriela Pérez Caviglia
Diagramación: Levy Apolinar

Tabla de contenido

Agradecimientos.....	11
Prefacio	13
Introducción	15
Referencias	19
CAPÍTULO I	21
Sistemas mecánicos y oscilaciones.....	21
Movimientos en línea recta.....	21
<i>Movimientos rectilíneos con aceleración constante.....</i>	<i>23</i>
<i>Caída de un cuerpo.....</i>	<i>24</i>
<i>Proyecto 1: Estudio de la caída libre usando una fotografía.....</i>	<i>25</i>
<i>Proyecto 2: Estudio de la caída libre usando el Smarthphone.....</i>	<i>28</i>
<i>Anexo 1.....</i>	<i>30</i>
<i>Anexo 2.....</i>	<i>31</i>
<i>Anexo 3.....</i>	<i>33</i>
<i>Referencias.....</i>	<i>34</i>
Movimientos en dos dimensiones.....	35
<i>Movimiento de un proyectil.....</i>	<i>35</i>
<i>Movimiento circular.....</i>	<i>36</i>
<i>Proyecto 1: Estudio de la trayectoria de una pelota.....</i>	<i>39</i>
<i>Proyecto 2: ¿Dónde está el sensor acelerómetro?.....</i>	<i>41</i>
<i>Proyecto 3: Girando, girando con movimiento circular.....</i>	<i>43</i>
<i>Referencias.....</i>	<i>44</i>
Fuerza de rozamiento seco.....	45
<i>Proyecto 1: Coeficientes de rozamiento estático y dinámico.....</i>	<i>48</i>
<i>Proyecto 2: Sistema vinculado y rozamiento dinámico.....</i>	<i>49</i>
<i>Proyecto 3: Ley de Newton.....</i>	<i>50</i>
<i>Anexo 4.....</i>	<i>52</i>
<i>Anexo 5.....</i>	<i>52</i>
<i>Referencias.....</i>	<i>52</i>
Sistema de masa y resorte.....	53
<i>Proyecto 1: Oscilaciones libres.....</i>	<i>59</i>
<i>Proyecto 2: Oscilaciones amortiguadas.....</i>	<i>61</i>
<i>Anexo 6: Sensor de distancia.....</i>	<i>62</i>
<i>Referencias.....</i>	<i>64</i>

Péndulo simple.....	65
<i>Proyecto 1: Poniendo a prueba las leyes del péndulo.....</i>	66
<i>Proyecto 2: Intercambios de energía en el péndulo.....</i>	67
<i>Referencias.....</i>	68
CAPÍTULO 2	69
Calor, fluidos y ondas	69
Termografía infrarroja.....	69
<i>Proyecto 1: Percepción subjetiva de la temperatura de un cuerpo.....</i>	71
<i>Proyecto 2: Madera y metal como conductores de térmicos.....</i>	72
<i>Proyecto 3: ¿De qué manera se enfría un plato de sopa?.....</i>	73
<i>Medición de temperatura.....</i>	75
<i>Proyecto 1: Midiendo temperatura con Arduino UNO.....</i>	75
<i>Proyecto 2: Enfriamiento de un cuerpo en el agua.....</i>	77
<i>Anexo 7.....</i>	79
<i>Referencias.....</i>	80
Fluidos conservativos en régimen permanente.....	81
<i>Proyecto 1: Trayectoria de un chorro de agua.....</i>	84
<i>Velocidad del sonido.....</i>	85
<i>Proyecto 1: Midiendo la velocidad del sonido.....</i>	87
<i>Efecto Doppler acústico.....</i>	88
<i>Frecuencia Doppler para el caso de un péndulo.....</i>	88
<i>Proyecto 1: Cambio de frecuencia Doppler en el péndulo I.....</i>	90
<i>Proyecto 2: Cambio de frecuencia Doppler en el péndulo II.....</i>	91
<i>Referencias.....</i>	93
CAPÍTULO 3	95
Electricidad, magnetismo y ondas electromagnéticas	95
Circuitos eléctricos.....	95
<i>Proyecto 1: Ley de Ohm.....</i>	96
<i>Proyecto 2: Circuitos en serie y en paralelo.....</i>	98
<i>Proyecto 3: Equivalente de Thévenin.....</i>	101
<i>Proyecto 4: Resistencia interna de una fuente.....</i>	101
<i>Proyecto 5: Resistor, Inductor y Capacitor en corriente alterna.....</i>	103
<i>Proyecto 6: Circuito L-R-C con corriente alterna.....</i>	106
Carga y descarga de un capacitor.....	110
<i>Carga del Capacitor.....</i>	110
<i>Descarga del capacitor.....</i>	111
<i>Proyecto 1: Estudio de la carga y descarga de un capacitor.....</i>	111

Campo magnético terrestre.....	114
<i>Proyecto 1: Campo Magnético Terrestre</i>	115
Bobinas de Helmholtz.....	116
<i>Proyecto 1: Campo magnético en la configuración de Helmholtz</i>	117
<i>Interferencia y difracción</i>	117
<i>Proyecto 1: Red de difracción</i>	118
<i>Proyecto 2: Separación de pistas de un CD</i>	119
<i>Proyecto 3: Midiendo el espesor de un cabello</i>	119
<i>Ley de la inversa del cuadrado</i>	119
<i>Proyecto 1: Ley de la inversa del cuadrado</i>	120
<i>Referencias</i>	121
Apéndice.....	123
<i>Gráficos y reportes para el aula Gráficos</i>	123
<i>Reportes para la discusión en el aula</i>	125
Votadores digitales.....	127
<i>Configuración del programa</i>	129
<i>Creación del grupo</i>	130
<i>Votadores en acción</i>	131
Cuestionarios en Entornos Virtuales de Aprendizaje.....	137
Sobre el autor.....	145

A Gisela, Antonella, Fernanda y a mis queridos padres, Elvides y Selva..

Agradecimientos

Quiero expresar mi profundo agradecimiento a mi familia y amigos, cuyo apoyo incondicional, comprensión y paciencia fueron fundamentales durante todo el proceso de creación de este manual. Sus palabras de aliento han sido una constante fuente de energía positiva, y la certeza de que están presentes de diversas maneras ha hecho que este camino sea mucho más llevadero.

La inspiración para desarrollar los proyectos propuestos y compartirlos con colegas y entusiastas de la enseñanza de la Física surgió hace varios años, cuando tuve la oportunidad de conocer y explorar los trabajos de Salvador Gil, a quien cariñosamente llamamos "Salva". Su enfoque experimental y la integración de las TIC dejaron una huella significativa en mi formación docente, activando mi motivación, creatividad y curiosidad en la búsqueda de enfoques alternativos para enseñar Física y lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes. Quiero expresar mi agradecimiento a Salvador Gil y a su equipo: Silvia Calderón, Pablo Núñez y Leila Mora Ianelli, con los cuales hemos compartido experiencias potencialmente significativas para nuestros estudiantes.

Mi reconocimiento se extiende a mis colegas del departamento de Física del CENUR Litoral Norte y del CERP del Litoral. Agradezco a Marcelo Zorrilla, Juan Rodríguez, Sofía Narbondo, Eduardo Álvarez, Andreína Tesis, Margarita Grandjean, Emilio Silva García, Ruben Rodríguez, Andrea Torales, Aurel Cardozo, Andrés Monetta, Paola Russo, Francisco Guimaraens y Francisco Beretta, con quienes he compartido y discutido algunos de los proyectos aquí presentados, y quienes han implementado algunas de estas propuestas en sus cursos. Una mención especial a Gonzalo Abal, Javier Carro, Gerardo Vitale, Rodrigo Alonso Suárez, y Cecilia Garbarino por su valiosa ayuda en la revisión del manuscrito.

Quiero expresar mi sincero agradecimiento a mis estudiantes, quienes han sido participantes activos en las primeras versiones de los proyectos, brindando sus valiosas evaluaciones que han contribuido significativamente a su mejora. A Camila Hernández, Bianca Silveira, Antonella Di Laccio y Fernanda Di Laccio, quienes han dedicado muchas horas de su tiempo colaborando en el montaje y la toma de datos de varios proyectos, les estoy inmensamente agradecido.

Un especial reconocimiento al Laboratorio de Investigación en Enseñanza de la Física (LIEF) del CENUR Litoral Norte de la Universidad de la República y al Laboratorio de Física del CERP del Litoral, por ceder amablemente su espacio y equipos para probar algunos de los proyectos.

Finalmente, quiero expresar mi agradecimiento a la Comisión Sectorial de Enseñanza por el subsidio otorgado para la realización de este manual. Este logro es el resultado de la aprobación del proyecto en el concurso del llamado a manuales didácticos.

Prefacio

Este material fue elaborado en el marco de un proyecto concursable para la Elaboración de Manuales Didácticos para la Enseñanza de Grado, financiado por la Comisión Sectorial de Enseñanza de la Universidad de la República. El Prof. José Luis Di Laccio cuenta con una larga experiencia en la enseñanza de la física a nivel universitario y en la formación de docentes para la enseñanza media. En el presente Manual se reúnen varias actividades experimentales en física introductoria a nivel universitario que pueden realizarse con dispositivos económicos, fáciles de conseguir o construir y al alcance de la mayoría de los estudiantes y docentes. Los ejemplos están agrupados por áreas temáticas en la forma usual (Mecánica, Calor, Electromagnetismo) y son precedidos de una muy breve discusión del contexto teórico relevante y referencias a los textos. El público objetivo son los estudiantes de los cursos introductorios de física a nivel universitario, pero está claro que puede ser igualmente aprovechado, con una guía docente adecuada, en los cursos de física de enseñanza media. Más allá de los ejemplos concretos presentados, el valor esencial del manual es también su objetivo central: conseguir motivar al estudiante para que asuma un rol activo en la verificación y observación de las leyes físicas que aprende en el aula. Los estudiantes que ingresan a los cursos del área científico-tecnológica llegan llenos de preguntas e inquietudes. Traen su curiosidad al aula y además traen una afinidad natural por la tecnología de uso cotidiano, en particular los teléfonos inteligentes. Muchas veces esta curiosidad inicial no sobrevive a las demandas del conocimiento organizado y formalizado, tal como se imparte en el aula o en los textos y el estudiante se ve progresivamente reducido a un rol pasivo, inerte, en el cual un aprendizaje genuino se hace cada vez más difícil.

Esta propuesta apunta a canalizar esta curiosidad y afinidad por la tecnología en la dirección de reforzar el proceso de aprendizaje, estimulando el interés del estudiante por la física básica. El mundo que nos rodea nos plantea día a día, múltiples problemas de física. En la cocina vemos varios mecanismos de transferencia de calor, al usar el celular con GPS vemos vectores desplazamiento, al tomar una foto de un objeto en movimiento vemos trayectorias y al doblar una curva en un vehículo sentimos las fuerzas no inerciales y podemos percibir la aceleración. La propuesta del Prof. Di Laccio transforma el mundo que nos rodea en un laboratorio y nos desafía a verificarlo y comprenderlo a través de leyes físicas simples. En ese sentido, es un enfoque refrescante y dependerá de la guía de los docentes que lo utilicen que tan lejos se puede llegar en el proceso de aprendizaje. Confío en que el presente Manual sea un punto de partida para que docentes y estudiantes se apropien de la física en

forma estimulante y desafiante para ambos, ya que, al final del día, todos elegimos el camino de comprender el mundo que nos rodea a través de las leyes físicas conocidas y por conocer.

*Dr. Gonzalo Abal Director,
Departamento de Física CENUR Litoral Norte, UDELAR*

Introducción

*Caminante, son tus huellas
el camino y nada más;
Caminante, no hay camino,
se hace camino al andar.
Al andar se hace el camino,
y al volver la vista atrás
se ve la senda que nunca
se ha de volver a pisar.
Caminante no hay camino
sino estelas en la mar.*

ANTONIO MACHADO

En el marco del Ciclo Inicial Optativo Científico-Tecnológico (CIO-CT) en el Centro Universitario Regional Litoral Norte de la Universidad de la República, se imparten cursos de física universitaria en niveles introductorios, específicamente Física 1, Física 2 y Física 3. Estos cursos abordan una variedad de temas, incluyendo la mecánica del punto y del rígido, ondas, fluidos, nociones de termodinámica y electromagnetismo.

La metodología predominante para la enseñanza de estos cursos ha seguido tradicionalmente un enfoque convencional en la Universidad. Este enfoque se estructura a través de clases teóricas, donde se realizan exposiciones, y clases prácticas, centradas en la resolución de ejercicios. Este método basado en la enseñanza, arraigado en la tradición académica, puede ser enriquecido con la introducción de enfoques innovadores para el aprendizaje de los estudiantes.

El Departamento de Física del Litoral está implementando variantes metodológicas de enseñanza para el aprendizaje, aprovechando los beneficios de las nuevas tecnologías en la enseñanza para el aprendizaje de la física. Este enfoque pedagógico se sustenta en las investigaciones de reconocidos expertos en Enseñanza de las Ciencias Básicas, entre los que se destacan nombres como Arons Aron, Lilliam McDermott, Eric Mazur, Salvador Gil, entre otros (Novak, Gowin, 1988; Mazur, 1997; Hake, 1998; Wieman, Perkins, 2005; Gil, 2014; Calderón, Núñez, Di Laccio, Mora Iannelli, Gil, 2015).

Esta línea de enseñanza busca integrar prácticas pedagógicas respaldadas por investigaciones sólidas, lo que representa un paso hacia la actualización y mejora continua de la calidad educativa. Al incorporar estas metodologías, el departamento aspira a proporcionar a los estudiantes una experiencia de aprendizaje más dinámica, participativa y alineada con las tendencias actuales en la enseñanza de las ciencias.

Las metodologías propuestas para el aprendizaje de la física se distinguen por:

a) Aprendizaje centrado en el estudiante: Se prioriza la participación activa del estudiante en su proceso de aprendizaje, situándolo en el centro de la experiencia educativa.

b) Experimentos demostrativos: Se llevan a cabo experimentos demostrativos que incorporan *smarthphones* como herramientas experimentales de bajo costo y acceso casi universal.

c) Diálogo socrático en el aula: Se fomenta un enfoque de diálogo socrático, donde se plantean preguntas para escuchar a los estudiantes, identificar aspectos a potenciar y promover un intercambio bidireccional más que una transmisión unidireccional de información.

d) Retroalimentación continua con sistemas de votación: Se integra la retroalimentación constante de los aprendizajes mediante la inclusión de sistemas de votación, permitiendo una evaluación dinámica y participativa.

e) Guías flexibles para el trabajo individual y grupal: Se desarrollan guías flexibles que estimulan tanto el trabajo individual como el grupal del estudiante, promoviendo la autonomía y la colaboración.

En este contexto, el docente desempeña un papel estratégico al planificar, diseñar actividades, guiar las tareas de los estudiantes y evaluar de manera continua para retroalimentar sus trabajos.

Este manual didáctico está alineado con las corrientes vinculadas al aprendizaje y la formación de competencias en los estudiantes, centrándose en los contenidos estructurantes de los cursos introductorios de Física ofrecidos durante el primer y segundo semestre del CIO-CT. Su objetivo fundamental es proporcionar una experiencia educativa innovadora que motive y prepare a los estudiantes para los desafíos inherentes a su campo de estudio.

En tal sentido, se busca aportar al logro de dos objetivos:

1. Proporcionar a los estudiantes de primer año universitario guías prácticas para experimentar no solo en el entorno académico, sino en cualquier lugar y momento. Se hace hincapié en el uso de herramientas tecnológicas para fomentar la creatividad y la curiosidad hacia la ciencia.

2. Ofrecer ideas y sugerencias a los docentes para la implementación de diversas actividades que involucren tecnologías de la información y comunicación en sus clases de Física básica. Se proporciona información sobre el uso de dispositivos específicos que pueden potenciar tanto la enseñanza como el aprendizaje de los estudiantes.

Este manual busca enriquecer la experiencia de aprendizaje de los estudiantes universitarios y también ser útil como recurso para los educadores al ofrecer ejemplos concretos para la implementación efectiva de las TIC en la enseñanza para el aprendizaje de la Física.

Los contenidos del manual se distribuyen en tres capítulos, cada uno centrado en una temática específica, tal como se indica a continuación.

Capítulo 1: Sistemas Mecánicos y Oscilaciones (Física 1).

Capítulo 2: Calor, Fluidos y Ondas (Física 2).

Capítulo 3: Electricidad, Magnetismo y Ondas Electromagnéticas (Física 3).

A lo largo de los capítulos, se incorporan diversas experiencias sencillas y disparadoras que hacen uso de teléfonos celulares inteligentes y elementos de bajo costo. Además, se presenta una guía para elaborar cuestionarios en Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA) de la Universidad que puede ser de utilidad para los docentes principiantes. Se busca fomentar la interactividad en el aula sugiriendo la inclusión genuina de votadores en las clases, entre otras herramientas innovadoras. Este enfoque busca enriquecer la comprensión de los conceptos

fundamentales de la física y aprovechar la tecnología disponible para crear una experiencia de aprendizaje dinámica y participativa.

Las principales herramientas TIC que se utilizan en las propuestas de este manual son:

Teléfonos celulares inteligentes. Estos dispositivos ofrecen diversas capacidades que amplían significativamente las posibilidades experimentales en el estudio de la física. Permiten, entre otras funciones, la medición de la aceleración, lo que posibilita inferir la velocidad y la distancia recorrida por un objeto en movimiento. Esta versatilidad facilita la realización de estudios cinemáticos en una variedad de escenarios, como caída libre, movimientos en planos inclinados, movimiento circular, péndulos, sistemas de masa y resorte y muchos interesantes fenómenos de la vida cotidiana. Además, la capacidad de emitir y grabar sonidos convierte al teléfono en una herramienta valiosa para experimentos relacionados con ondas sonoras, como la medición de la velocidad del sonido y la observación del efecto Doppler mediante su micrófono y parlante. La función de la cámara posibilita la captura de fotogramas y la grabación de videos, ampliando así las oportunidades para el análisis de fenómenos.

También se abre la posibilidad de mejorar las capacidades del teléfono mediante la incorporación de accesorios, como lentes, redes de difracción, cámaras infrarrojas, entre otros, ampliando así el espectro de opciones experimentales. En todas estas aplicaciones, el hilo conductor involucrar a los estudiantes en su proceso de aprendizaje, estimulándolos a experimentar, investigar y apropiarse del conocimiento.

Es importante destacar que, al manipular los teléfonos inteligentes, se debe tener precaución para evitar daños por caídas o golpes involuntarios, entre otros. En este sentido, el autor sugiere atender las recomendaciones de uso y las limitantes de cada modelo, no se asume responsabilidad por los posibles daños ocasionados a los teléfonos debido a un uso inadecuado.

Cuestionarios en la plataforma Moodle/EVA. El Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA) ofrece una variedad de recursos que, con el enfoque metodológico adecuado, pueden potenciar significativamente la enseñanza y el aprendizaje. Lamentablemente, en muchos casos, estos recursos no son aprovechados por los docentes debido a su desconocimiento, falta de ejemplos motivadores, escaso tiempo, entre otros motivos. En estas circunstancias, su utilización se limita a una plataforma para "colgar" archivos, cronogramas o materiales del curso y para publicar avisos generales en un foro.

Este manual busca cambiar esa perspectiva al proporcionar ejemplos concretos de cómo integrar algunas funciones del EVA para crear actividades interactivas en los cursos iniciales de física. Un ejemplo es el recurso de Cuestionario, que puede ser incorporado con diversos propósitos educativos como la autoevaluación de los estudiantes, la evaluación de procesos de aprendizaje por parte del docente y la evaluación sumativa o final (evaluación en etapas), entre otros.

En el contexto de los cursos iniciales de física, este recurso es especialmente útil, permitiendo la revisión de lecturas, conceptos y procedimientos antes o después de la clase. Asimismo, ofrece la ventaja de extender el tiempo pedagógico del estudiante y la posibilidad concreta de implementar clases invertidas. Este enfoque implica que los estudiantes estudien y adquieran conocimientos por sí mismos antes de la clase, en lugar de esperar a que se desarrolle el tema para luego comenzar a estudiar.

Cuando estas herramientas se utilizan de manera efectiva, el estudiante no solo llega a la clase con el tema de estudio ya iniciado, sino que también ha comprendido algunos conceptos previamente, lo que permite utilizar el tiempo de clase de manera más efectiva para discusiones, debates, experimentos demostrativos y para aclarar conceptos clave y más difíciles.

Votadores. Los votadores representan sistemas de respuesta personal (o grupal) a distancia, distribuidos entre los estudiantes en clase, con el propósito de obtener información en tiempo real para mejorar el aprendizaje. Facilitan diversas formas de interacción entre los estudiantes y el docente, desde responder preguntas en formato de opción múltiple, argumentar, solicitar participación, hasta registrar la asistencia, entre otras posibilidades. Se puede observar su aplicación en: <https://www.enjoyvote.com/en-us/news.php?read=129>

Una práctica común consiste en solicitar a los estudiantes que seleccionen la respuesta que consideran correcta entre un conjunto de opciones para una pregunta dada. A partir de estas opciones, se puede indicar a los estudiantes que fundamenten verbalmente sus elecciones para generar discusiones enriquecedoras, facilitar que el docente retroalimente los conceptos y adquiera un mayor conocimiento del grupo. Aunque el uso de votadores aún no está ampliamente extendido en nuestro país, constituyen una herramienta valiosa para el aprendizaje significativo.

La implementación de esta técnica requiere al menos las siguientes etapas: diseño del tipo de test a utilizar, preparación del grupo de clase, configuración del sistema (*software*), aplicación del test y retroalimentación de los aprendizajes. Este recurso proporciona resultados instantáneos que el docente puede utilizar para evaluar el grado de comprensión de los estudiantes y, si es necesario, realizar aclaraciones o volver a explicar los contenidos que no fueron comprendidos.

Tras la primera respuesta de los estudiantes, es posible proponer retomar las preguntas con discusiones en pares, lo cual modifica tanto la forma de pensar procedimental como conceptual. Este intercambio no solo fomenta un clima de discusión positivo entre los estudiantes, sino que también establece un ambiente propicio para el aprendizaje, algo que puede ser difícil de lograr en otras modalidades de enseñanza. Es importante destacar que estos sistemas permiten almacenar la información sobre el desempeño del estudiante de manera sencilla.

La propuesta presentada en este manual representa una contribución creativa y estimulante para la enseñanza y el aprendizaje, integrando algunas de las tecnologías disponibles. Se espera que, mediante la combinación de estas tecnologías u otras conceptualmente en línea y a través del trabajo individual y grupal de los estudiantes, se alcance un aprendizaje significativo y duradero, así como una nivelación en las capacidades básicas al inicio de sus estudios.

Este manual se concibe como un complemento valioso para los cursos introductorios de física de nivel terciario ya que ofrece una herramienta útil para que los estudiantes validen los conceptos y procedimientos propuestos en clase.

Referencias

- Calderón S., Núñez P., Di Laccio J.L., Mora Iannelli L., Gil S (2015). Aulas-laboratorios de bajo costo, usando TIC. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias* 12, N°1, pp. 212- 226.
- Gil, S. (2014). *Experimentos de Física usando TIC y elementos de bajo costo*. Buenos Aires: Alfaomega.
- Hake, R. (1998). Interactive-engagement versus traditional methods: A six-thousand-student survey of mechanics test data for introductory physics courses. *American Journal of Physics*. 66(64), pp. 64-74. DOI: 10.1119/1.18809
- Mazur, E. (1997). *Peer Instruction: A User's Manual*. Prentice Hall.
- Novak J. D., Gowin D. B. (1988). *Aprendiendo a aprender*. Barcelona: Ediciones Martínez Roca S.A. Wieman C., Perkins K. (2005). Transforming Physics Education. *Physics Today*, 58 (11), pp. 36-4.

Sistemas mecánicos y oscilaciones

Movimientos en línea recta

Cuando se le solicita a un estudiante que planifique el recorrido y determine el tiempo necesario para llegar a destinos como una plaza, un parque o un museo que no conoce, es común que utilice aplicaciones (*Apps*) incorporadas en los teléfonos inteligentes para facilitar este proceso.

Maps es una herramienta de Google ampliamente conocida y utilizada por muchas personas. Esta aplicación permite la visualización de mapas y fotografías de diversas regiones del mundo. En la Figura 1.1, se presenta una captura de pantalla de la aplicación en acción. Se destaca una zona, marcada con un círculo rojo, que corresponde a la ubicación de la sede Salto del CENUR Litoral Norte. Además, se muestra con puntos celestes una posible ruta o trayectoria desde esta sede hasta la plaza Artigas.

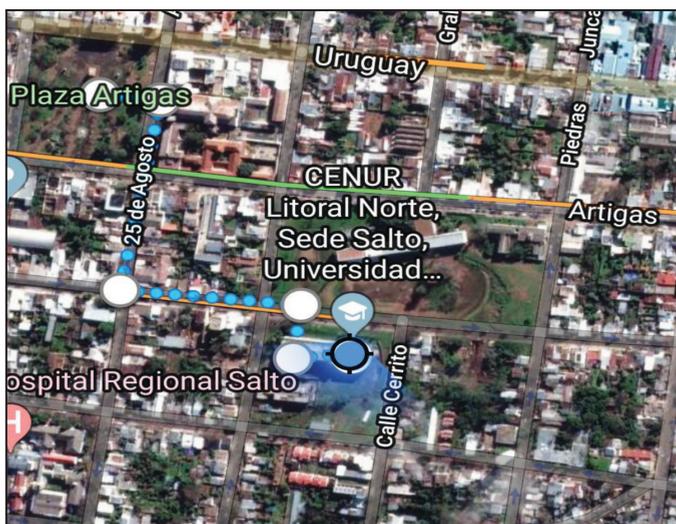


Figura 1.1 Vista obtenida de Google Maps en donde se ubica al CENUR Litoral Norte.

Esta aplicación, diseñada para explorar y manipular de manera básica, permite descubrir tanto nuestros alrededores como cada rincón del mundo. Su interfaz es altamente intuitiva, simplemente activando la función de ubicación en el teléfono inteligente y señalando el destino deseado mediante un marcador de posición nos indica algunas formas de llegar al lugar. Una vez establecido el punto de referencia, la aplicación ofrece diversas funcionalidades, como proporcionar indicaciones precisas, ampliar la visualización del destino, medir la distancia a recorrer y más. El usuario tiene la capacidad de planificar su ruta, al obtener

información sobre la distancia total y el tiempo estimado de viaje, adaptándose a diferentes modos de transporte, ya sea a pie, en automóvil o utilizando el transporte público. Una característica distintiva es la representación gráfica de la trayectoria del móvil, indicada por puntos celestes que modela el movimiento como el de un punto en movimiento, una representación práctica cuando se busca describir el movimiento de manera simplificada, sin entrar en detalles superfluos.

Los movimientos más sencillos de estudiar son aquellos cuyas trayectorias son líneas rectas, es decir, movimientos rectilíneos. Describirlos significa, al menos, obtener la posición, velocidad y aceleración como funciones del tiempo. Para movimientos en la horizontal se usa el eje de las “ x ” en su forma habitual como sistema de referencia, tomando su origen como cero y definiendo el sentido creciente hacia la derecha. Así luego, podemos conocer las diferentes posiciones, desplazamiento y distancias recorridas por el móvil. El desplazamiento es la diferencia entre las posiciones final e inicial, y representa el efecto neto del movimiento: $\Delta x = x_f - x_i$. Si el desplazamiento es un valor positivo significa un desplazamiento a la derecha y si es negativo a la izquierda. La velocidad media a lo largo del eje “ x ” es el cociente entre el desplazamiento y el intervalo de tiempo en que este fue realizado:

$v_{m_x} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. Esta brinda información de forma general sobre el movimiento.

Si se quiere conocer de forma más precisa la velocidad en todo momento se debe determinar la velocidad media en intervalos de tiempo que tiendan a cero. La velocidad instantánea es la velocidad media calculada cuando el intervalo de tiempo tiende a cero, es decir:

$$v_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Esta expresión es la definición de la derivada de la función $x(t)$ respecto del tiempo:

$$v_x = \frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t)$$

En física es habitual usar para una derivada temporal la notación $x(t)$.

Comúnmente, la rapidez se confunde con la velocidad pero son conceptos diferentes. La rapidez es una magnitud escalar y se asocia a la distancia recorrida y el intervalo de tiempo empleado en recorrer dicha distancia y la velocidad es una magnitud vectorial.

El cambio de la velocidad en un intervalo de tiempo nos brinda información de la aceleración del móvil. La aceleración media es el cociente entre el cambio de velocidad y el intervalo de tiempo en que este se produce:

$a_{m_x} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$ y la aceleración instantánea se obtiene al determinar la aceleración media en un intervalo de tiempo que tiende a cero: $a_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$.

Usando notación de derivadas se escribe: $a_x = \frac{dv_x(t)}{dt} = \dot{v}(t)$ o bien como la derivada

segunda de la posición respecto del tiempo: $a_x = \ddot{x}(t)$. vector aceleración coincide en dirección y sentido con el vector cambio de velocidad. La representación gráfica de la posición en función del tiempo, $x(t)$, de un movimiento rectilíneo permite su descripción ya que a partir de esta se puede obtener la velocidad y posteriormente la aceleración para cada instante de tiempo.

En la Figura 1.2 se presenta la posición en función del tiempo para un móvil que viaja en línea recta.

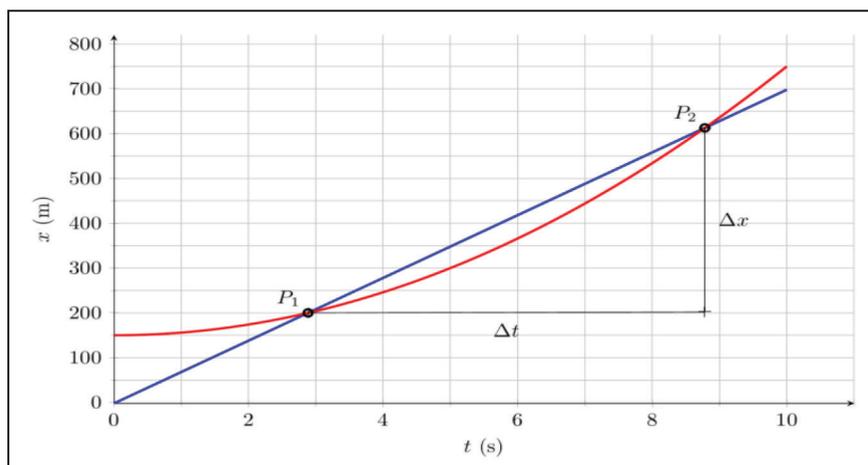


Figura 1.2 En trazo continuo rojo, la posición en función del tiempo para un móvil que viaja en línea recta. Con trazo azul la pendiente entre los puntos P1 y P2 que permiten obtener la velocidad media.

El gráfico permite extraer mucha información acerca del movimiento. Se pueden recopilar datos para calcular velocidades medias en diversos desplazamientos, ya que la pendiente del segmento de recta que conecta los puntos P1 y P2 permite este cálculo. Para determinar velocidades instantáneas, es suficiente calcular la pendiente de la recta tangente trazada en el punto de interés. De esta manera, se pueden obtener las velocidades en cada instante de tiempo. Utilizando los datos de velocidades y tiempos en que estas ocurren, se puede construir un gráfico $v_x(t)$. Siguiendo un procedimiento similar al anterior, se pueden obtener tanto la aceleración media como la instantánea.

Movimientos rectilíneos con aceleración constante

En los movimientos rectilíneos con aceleración constante la velocidad varía a la misma tasa todo el tiempo. Por ejemplo, si la aceleración es de 2.0 m/s^2 esto indica que la velocidad varía aumentando su módulo 2.0 m/s en cada segundo. Es claro que en estos casos la aceleración media e instantánea no se diferencia entre sí. Para un cuerpo con aceleración constante a , la velocidad y la posición en función del tiempo pueden obtenerse por (Young y Freedman, 2009; Resnick, Halliday, Krane, 2011):

$$v(t) = v_i + a \cdot t \quad (1.1)$$

$$x(t) = x_i + v_i \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad (1.2)$$

En las ecuaciones anteriores, x_i es la posición inicial, v_i la velocidad inicial, a la aceleración y t el tiempo. Las funciones $v(t)$ de este tipo de movimiento son lineales y su representación gráfica son rectas. Por su parte $x(t)$ es un polinomio de segundo grado cuya representación gráfica es una parábola.

Caída de un cuerpo

Si se dejan caer de forma simultánea y desde la misma altura una pluma y una piedra observaremos que no llegan al suelo al mismo tiempo, la piedra llega primero. Los efectos de roce con el aire son diferentes en cada caso. Este hecho, entre otros, llevó a que Aristóteles, en el siglo IV a.C., pensara que los objetos pesados caían con mayor rapidez que los ligeros.

Si los efectos del aire son insignificantes o son eliminados (haciendo vacío), la pluma y la piedra llegarán al piso al mismo tiempo sin importar su tamaño o peso.

Es así que, Galileo propone un nuevo paradigma para estudiar el movimiento de caída de los cuerpos. En primer lugar observa que los cuerpos en caída recorren distancias crecientes en proporción al tiempo que tarda el movimiento. Introduce el concepto de aceleración y propone que todos los cuerpos caen, en ausencia de roce, con la misma aceleración.

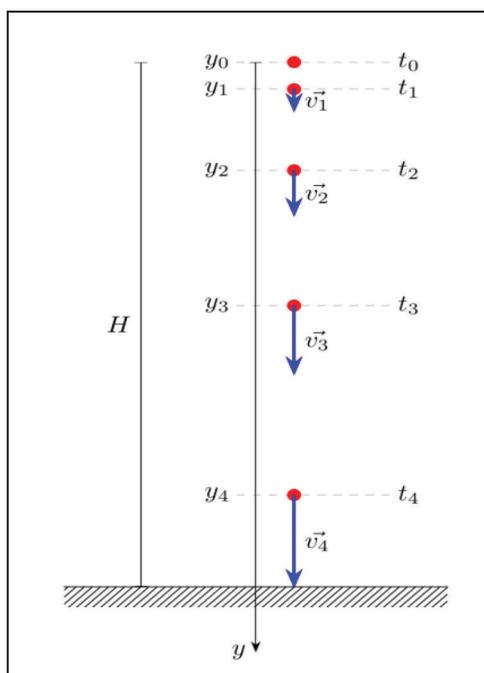


Figura 1.3. Cuerpo en caída, el origen del sistema de referencia es el lugar desde donde se libera el objeto con velocidad nula.

Observe la Figura 1.3, donde se presenta de forma esquemática un cuerpo en caída libre. Se utiliza el eje "y" en la dirección y sentido del movimiento, con origen en el lugar de donde el cuerpo es liberado. El sentido la caída se toma es como creciente para "y". La aceleración constante, representada por $a_y(t)=g$, siendo "g" la aceleración debida al campo gravitatorio terrestre. Las condiciones iniciales de velocidad y posición son: $v_y(0)=0$ e $y(0)=0$.

La velocidad y la posición en función del tiempo son

$$v_y(t) = gt, (1.3)$$

$$y(t) = \frac{gt^2}{2}. (1.4)$$

Proyecto 1: Estudio de la caída libre usando una fotografía

Existen diferentes métodos para estudiar la caída libre. Puede usarse la cámara digital (mediante fotografías o videos) para extraer las coordenadas (x,y) , la tarjeta de sonido de una computadora personal (PC), teléfonos inteligentes (*smarthphones*) para medir aceleración, fotointerruptores y reglas tipo cebra, sensores de distancia, entre otros (Terzella, Sundermier, Sinacore, Owen & Takai, 2008; Vogt, Kuhn, 2012; Kuhn, Vogt, 2013; Gil, 2014; Forinash, Wisman, 2015; Gil y Di Laccio, 2017).

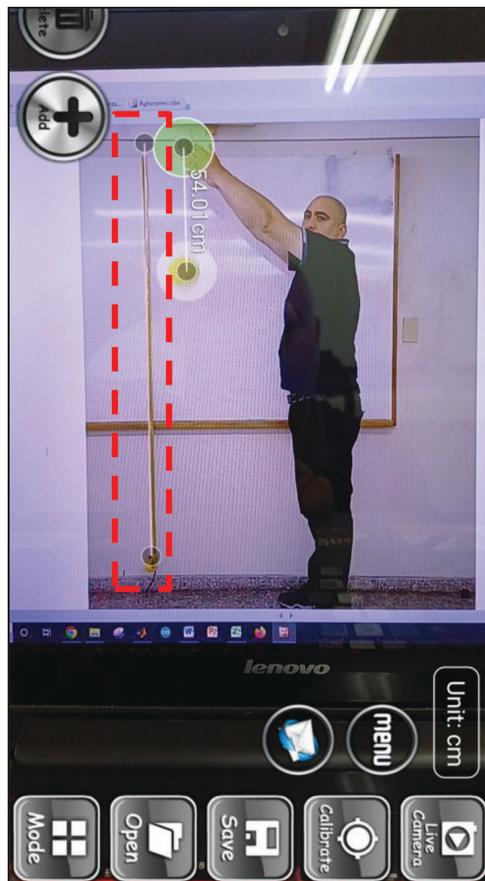


Figura 1.4 Pantalla obtenida de la App On 2D Measure, observe el recuadro rojo punteado que indica la vara referencia.

En este proyecto se propone analizar la caída libre usando fotografías, lo que hace que sea de muy bajo costo y replicable tanto dentro como fuera del aula. Las fotografías presentadas en la Figura 1.5 se realizan a partir de un breve video y son preparadas por el docente. También pueden ser objeto de generación en el laboratorio por parte del estudiante. El procedimiento para obtener la ley horaria de posición se basa en la extracción de las posiciones sucesivas Esque se deja caer, siendo su frecuencia entre cada fotografía de 15 Hz. La frecuencia se utiliza para saber el tiempo correspondiente a cada lugar del destello. Para obtener las posiciones de la pelota (centro) en dimensiones reales la imagen cuenta con una vara de referencia que relaciona las dimensiones de la imagen (en pixeles) con las dimensiones reales, en el Anexo I se muestra como las imágenes son en el fondo un arreglo de pixeles. La propuesta permite describir el movimiento de la caída libre mediante la construcción de sus gráficos: $y(t)$, $v(t)$ y $a(t)$ y su comparación con las ecuaciones 1.3 y 1.4 por ende evidenciar el ajuste o no con el modelo de caída libre sin roce. Por otra parte, contar con las leyes horarias, facilita determinar la aceleración gravitatoria con su incertidumbre y así compararla con otras fuentes de información.

Equipo

Fotografías (pelota en caída libre), un teléfono inteligente o en su defecto una PC. Las PC, por lo general, tienen disponibles herramientas para visualización de imágenes (Paint@Microsoft, Draw, Corel Draw@Corel, XYExtract, entre otros) y de procesamiento de datos (hojas de cálculo). En caso de utilizar un *smarthphone* puede descargar desde Play Store para sistemas Android alguna aplicación de visualización de imágenes y análisis en pantalla, por ejemplo: On 2D Measure (<https://play.google.com/store/apps/details?id=com.potatotree.on2dcamerameasure&hl=en&gl=US>) u otras de similares características.

Existen muchas maneras para obtener las posiciones del objeto a partir de la referencia en la fotografía. La más rudimentaria y no tan precisa podría ser la utilización de una regla. Para este proyecto, recomendamos la utilización de la aplicación On 2D Measure, Figura 1.4, ya que permite fácilmente calibrar la situación a escala real (rectángulo rojo punteado).

Sugerencias de trabajo

- Guarde la imagen de la Figura 1.5 en su *smartphone* o PC y ábrala mediante una herramienta de visualización de imágenes. Establezca un origen en su sistema de referencia que tenga sentido para usted en la imagen y, utilizando la escala proporcionada, determine las posiciones del objeto en los distintos instantes.
- Elabore el gráfico que representa la posición del objeto en relación con el tiempo. ¿Este gráfico se ajusta al modelo teórico propuesto por la ecuación 1.4? ¿Cómo lo sabes?
- Construya el gráfico de velocidad en función del tiempo a partir de los datos obtenidos de las diferentes posiciones¹. ¿Qué tipo de relación funcional existe entre la velocidad y el tiempo? Obtenga el valor de la aceleración de caída (g) y estime su incertidumbre.
- Compare el valor de la aceleración obtenida en la caída del objeto con valores de g obtenidos por otros métodos o fuentes de información disponibles en Internet. ¿Qué puede concluir de su comparación?
- Resuma sus aprendizajes y conclusiones de la actividad. ¿Cómo ha influido esta experiencia en su comprensión de la caída libre?

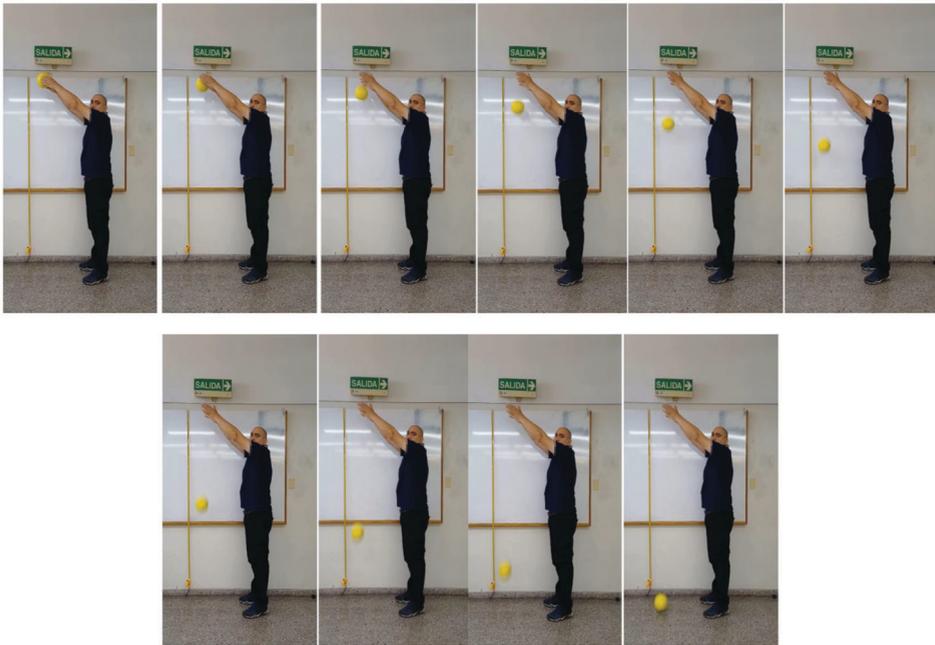


Figura 1.5 Caída libre de una pelota, frecuencia entre cada fotografía es (15 ± 1) Hz y la longitud de la vara de referencia es de 1.8m.

¹ Con los datos de posiciones y tiempos (t , z) se construye la gráfica de velocidad en función del tiempo. Para construir la gráfica de la velocidad en función del tiempo se parte de la velocidad inicial (nula en este caso) y la velocidad instantánea para el tiempo t , se aproxima con
$$v(t) \approx \frac{z(t_{i+1}) - z(t_i)}{t_{i+1} - t_i}$$

Proyecto 2: Estudio de la caída libre usando el *Smarthphone*

En esta actividad, emplearemos el *smarthphone* como objeto en caída libre y, simultáneamente, como una herramienta para medir su aceleración a lo largo del tiempo durante la caída. Utilizaremos el acelerómetro del dispositivo y la aplicación Androsensor, disponible de manera gratuita en Play Store para sistemas Android.

Los objetivos de esta actividad son los siguientes: en primer lugar, determinar la altura desde la cual se deja caer el teléfono, utilizando la ecuación 1.4, haciendo uso de la aceleración medida y el intervalo de tiempo registrado durante la caída. Posteriormente, llevaremos a cabo una recreación de la confrontación de ideas entre Aristóteles y Galileo (Lombardi, 1997), modificando la masa del *smarthphone* para determinar nuevamente su aceleración y analizar posibles variaciones.

Equipo

Un *smarthphone* equipado con una aplicación capaz de medir las componentes de la aceleración, junto con un objeto diseñado para amortiguar la caída del *smarthphone*. El procesamiento de datos puede realizarse directamente desde el *smarthphone* o, alternativamente, mediante una computadora personal (PC) con acceso a hojas de cálculo.

Sugerencias de trabajo

- Descargue e instale en su teléfono inteligente la aplicación Androsensor² desde Play Store para sistemas Android (Asim, 2015). Personalice la configuración de la aplicación para activar solo el sensor de aceleración o aceleración lineal. Elija un intervalo de grabación de datos que le permita obtener varias muestras ($N \approx 50$) durante la caída del teléfono. El archivo resultante se almacenará en la memoria de su teléfono y se utilizará para un análisis detallado.
- Coloque el teléfono a una altura aproximada de dos metros sobre el suelo.
- Instale un amortiguador al final del camino de caída para asegurarse de que el teléfono no sufra daños (ver Figura 1.6).
- Mida la altura desde el teléfono hasta la sábana (lugar de detención) utilizando una cinta métrica o capturando una fotografía con una vara de referencia de longitudes en el fondo.
- Inicie la aplicación Androsensor, comience la recolección de datos de aceleración y libere el teléfono sin impartirle velocidad inicial alguna. Puede ser necesario repetir esto algunas veces para evitar la rotación del equipo al caer o trabajar con las tres componentes de la aceleración para obtener la aceleración resultante de la caída. Si no logra asegurar la velocidad inicial nula, puede adherir a su *smarthphone* un hilo, dejarlo colgado en reposo y luego cortarlo.
- Una vez obtenido el archivo de datos (t, a), grafique la aceleración correspondiente en función del tiempo. ¿Qué aceleración esperaba obtener? ¿Qué aceleración obtuvo? ¿Cuánto tiempo duró la caída? ¿Cómo lo sabe?

² En el anexo 2 se cuenta con información complementaria sobre la medición de la aceleración, los ejes cartesianos solidarios al teléfono así como para la configuración para la adquisición de datos.

- Repita el experimento, pero ahora varíe la masa del teléfono inteligente, por ejemplo, fijando monedas a este. ¿La afirmación de que los cuerpos caen con la misma aceleración constante e independiente de su peso es correcta?
- Calcule la altura desde donde se dejó caer el *smartphone* usando $\Delta y = \frac{g\Delta t^2}{2}$ y compare este resultado con la medida directa de la altura.
Reflexione sobre las diferencias y similitudes entre ambos resultados.
- ¿Qué factores podrían haber contribuido a las discrepancias? Discuta posibles fuentes de incertidumbre en la medición de la altura.

Actividades opcionales

- Con los datos (t , a), proceda a realizar el tratamiento adecuado de los datos para derivar la velocidad del teléfono en función del tiempo. Se recomienda consultar el Anexo 3. ¿Los resultados obtenidos se ajustan al modelo teórico proporcionado por la ecuación 1.3?
- ¿Puede corroborar, mediante la ley horaria "y (t)", la altura desde la cual cayó el teléfono? ¿De qué manera? Proporcione una explicación detallada.

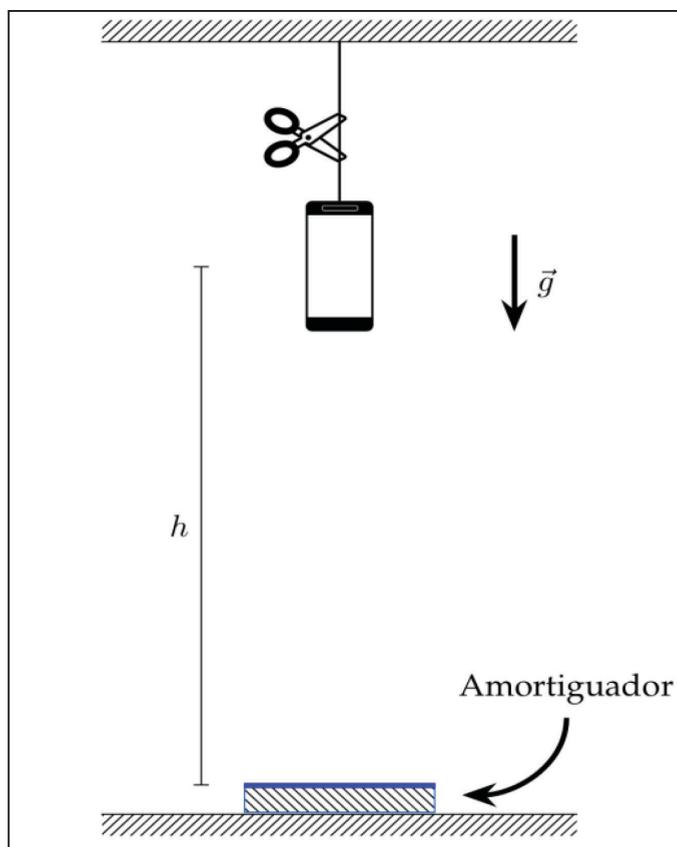


Figura 1.6 Teléfono inteligente en reposo que al cortar el hilo es liberado. En el piso se coloca un amortiguador para que el teléfono no sufra daños.

Anexo 1

Una imagen en formato de mapa de bits, como se muestra en la Figura 1.9, se compone de una matriz de "puntos" o celdas elementales. Estas celdas, conocidas como píxeles (derivado de las palabras picture y element), representan la unidad más pequeña de una imagen. Cada píxel (px) almacena un número que representa su color. Por ejemplo, una imagen de 360×640 píxeles, delimitada por un rectángulo anaranjado punteado, contiene un total de 230,400 píxeles (aproximadamente 230 kpx). La resolución de una imagen digital de 2048×1536 píxeles es equivalente a 3.1 Mpx, y esta notación es común en las especificaciones de las cámaras digitales.

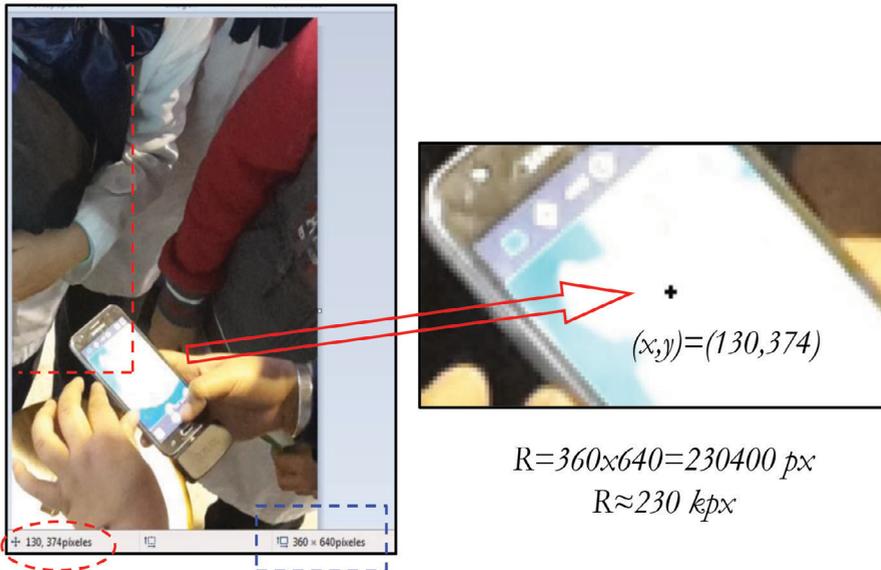


Figura 1.9 A la izquierda la imagen se visualiza en un programa de edición de imágenes, con un óvalo rojo las coordenadas en píxeles de la ubicación del puntero del mouse. Con un rectángulo azul punteado se indican la cantidad de píxeles horizontales y verticales respectivamente. A la derecha se realiza zoom sobre el puntero del mouse, la imagen presenta 230400 px de resolución.

Para visualizar los píxeles en una imagen digital, simplemente se debe ampliar la imagen usando la opción de zoom, como se ilustra en la Figura 1.9 a la derecha. Los píxeles se presentan como pequeños cuadrados de color, en blanco y negro o en diversos tonos. Las imágenes se configuran como una matriz rectangular de píxeles, con el origen de las coordenadas de los píxeles ubicado en el vértice superior izquierdo de la foto. Se puede fácilmente leer las coordenadas en píxeles de un fotograma utilizando prácticamente cualquier programa de visualización de imágenes. Para obtener las coordenadas en píxeles, simplemente se coloca el puntero del mouse en el lugar deseado. Además, si se introduce un objeto de dimensión conocida en la imagen (por ejemplo una regla o cuadrícula de lado conocido), puedes transformar las coordenadas en píxeles a coordenadas convencionales "(x, y)" (Calderón, Núñez, Di Laccio, Mora Iannelli y Gil, 2015).

Anexo 2

Androsensor se destaca como una herramienta altamente funcional para la medición de magnitudes físicas utilizando *smarthphones*. La aplicación, detallada por Asim (2015), permite la recopilación simultánea de diversas magnitudes de interés, cada una con sus respectivos tiempos asociados.

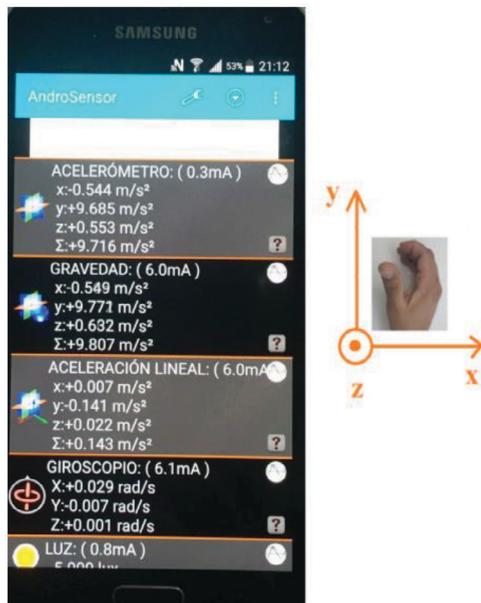


Figura 1.10 Vista de la aplicación y de los ejes solidarios a la carcasa.

En la Figura 1.10, se presenta una visión de la aplicación en acción mientras el teléfono descansa sobre una mesa horizontal y es observado desde arriba. Se destacan algunas de las magnitudes que Androsensor tiene la capacidad de medir, incluyendo la aceleración (a través del acelerómetro y la aceleración lineal) y la velocidad angular (gracias al giroscopio).

Este enfoque integral de medición convierte a Androsensor en una herramienta invaluable para aquellos que buscan capturar y analizar datos físicos de manera eficiente y precisa a través de sus dispositivos móviles.

Su configuración y uso resultan sencillos. Solo se requiere seleccionar los sensores deseados y definir el período de muestreo. Posteriormente, basta con iniciar la recolección de datos. Al completar la toma de datos, estos se almacenan en una carpeta específica del teléfono, guardados en un archivo con extensión .csv. Las mediciones realizadas con el *smarthphone* permiten un análisis predominantemente cualitativo del fenómeno a través de sus gráficas simultáneas en pantalla. Para un análisis más detallado y cuantitativo, se puede explorar el archivo de datos. El formato .csv facilita la exportación de los datos a hojas de cálculo y a la mayoría de los programas de análisis de datos utilizados en los cursos iniciales.

Como se muestra en la Figura 1.10, la carcasa de los *smarthphones* tiene asociados ejes cartesianos con las direcciones y sentidos presentados. Éstos ejes cumplen con la regla del tornillo de rosca derecha o regla del tirabuzón (Countryman, 2014) y las mediciones de magnitudes vectoriales hacen referencias a los mismos. El sensor acelerómetro está indicando

de forma aproximada $a_x \approx -0.54 \text{ m/s}^2$, $a_y \approx 9.68 \text{ m/s}^2$, $a_z \approx 0.55 \text{ m/s}^2$ y $\Sigma 9.72 \text{ m/s}^2$, mediciones que refieren a cada componente y el módulo de la suma vectorial de estas.

El *smarthphone*, teóricamente en reposo en el sistema de laboratorio, debería indicar una aceleración nula; sin embargo, registra una aceleración diferente de cero. Se observa una ligera inclinación en las componentes x y z del teléfono, mientras que la mayor contribución a la aceleración gravitatoria se encuentra en el eje y . El acelerómetro, no es capaz de distinguir entre un sistema acelerado y un campo gravitatorio, mide una aceleración aparente. Para obtener resultados precisos en este caso, más allá del ruido inherente a cualquier medición eléctrica, es crucial nivelar adecuadamente el teléfono y restar el promedio de las mediciones en la componente y . Otra opción viable es emplear el sensor de aceleración lineal que, excluye automáticamente la influencia del campo gravitatorio pero no la falta de nivelación.

La elección entre el uso del acelerómetro y la aceleración lineal se simplifica en situaciones donde la aceleración gravitatoria actúa perpendicular o en la misma dirección que el movimiento. En el caso de la perpendicularidad, la medición de la aceleración no se ve afectada ya que es en una componente cartesiana independiente. Cuando la aceleración gravitatoria se alinea con la dirección de la aceleración medida, simplemente se debe restar o sumar su valor, dependiendo de la orientación de los ejes solidarios. Por ejemplo, durante la caída libre, el acelerómetro debería registrar valores cercanos a cero; siendo el valor correcto próximo de g local. No obstante, al realizar mediciones de aceleraciones en planos inclinados, la atención debe ser meticulosa. Es esencial operar considerando las componentes de la aceleración gravitatoria en las direcciones de los ejes de la carcasa. Este enfoque se aborda de manera más detallada en la sección sobre la fuerza de rozamiento seco, que se presenta más adelante.

Androsensor

La Figura 1.11 permite identificar los diferentes lugares de la ventana de la *app*. Ajustes, estabilizar las medidas e iniciar/parar la recolección. A continuación se presentan en cuatro pasos los aspectos esenciales de su manejo:

1. Abrir la aplicación y entrar en Ajustes, visitar y configurar:
 - a. Sensores activos: aceleración lineal o acelerómetro.
 - b. Formato de archivo .csv: separado por punto y coma (;)
 - c. Intervalo de grabación: 0.01 s (esto es ajustable de acuerdo con el experimento)
2. Iniciar/parar la medición utilizando el botón rojo que se muestra en la parte derecha de la Figura 1.11.
3. Ubicación de los archivos generados: los archivos se guardan en el teléfono: *Mis archivos-Almacenamiento de dispositivo* dentro de una carpeta que se genera en la instalación y se llama *Androsensor*, ver Figura 1.12 en su centro.
4. Los archivos del experimento (.csv) pueden ser analizados desde el propio *Smarthphone* con alguna aplicación que permita el uso de hojas de cálculo. También se pueden compartir para su posterior estudio a través de diversas plataformas, como Dropbox, correo electrónico, Drive, Skype, entre otras.

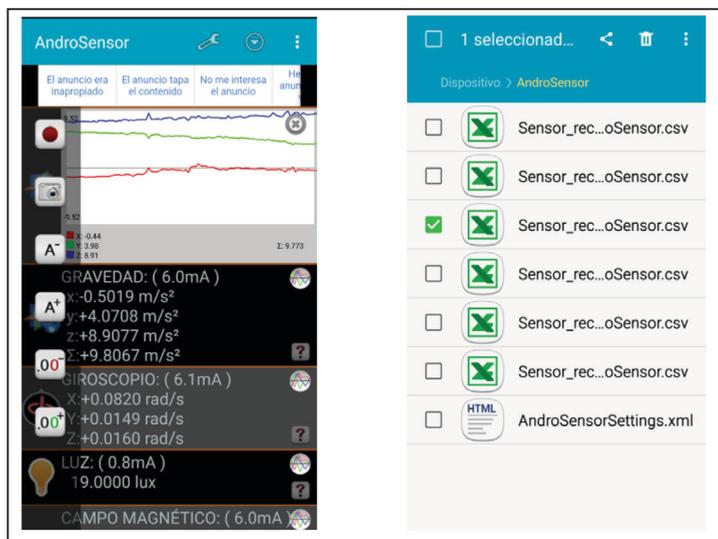


Figura 1.11 App Androsensor y lugares más usados para la configuración (recuadros punteados en amarillo)

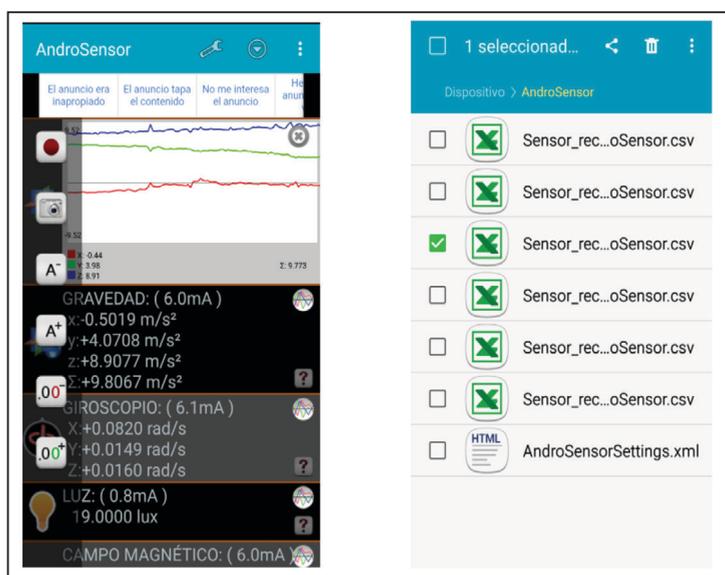


Figura 1.12 Diferentes vistas, a la izquierda Androsensor activo y a la derecha el almacenamiento de archivos en donde se recuadra la opción compartir archivo/.

Anexo 3

Quando tenemos la aceleración medida en tiempos relativamente cortos, estos permiten obtener la función velocidad por integración numérica. Antes de proceder a esta etapa siempre es una buena práctica realizar una exhaustiva inspección visual de los datos obtenidos con la finalidad de poder descartar datos que con certeza son atípicos (*outliers* en inglés). Para el caso de medidas de aceleración en un movimiento unidimensional, por ejemplo en la coordenada y , la velocidad en función del tiempo se puede construir con la

condición inicial de velocidad $v_y(t_0)$ y el período de muestreo (T_{muestreo}). Para obtener la velocidad al transcurrir un período de tiempo usamos: $v_y(t_1) = v_y(t_0) + a_y(t_0)T_{\text{muestreo}}$. Para el próximo período de tiempo usamos como velocidad inicial la del período anterior y le sumamos el nuevo cambio de velocidad: $v_y(t_2) = v_y(t_1) + a_y(t_1)T_{\text{muestreo}}$ y así lo hacemos sucesivamente. De forma general la velocidad puede generarse:

$$v_y(t_{i+1}) = v_y(t_i) + a_y(t_i)T_{\text{muestreo}} \quad (1.5)$$

La obtención de la posición en función del tiempo requiere de un procedimiento similar al anterior, en este caso se parte de la posición inicial $y(0)$ y de los datos generados de la velocidad con la ecuación 1.5. La forma general para obtener a partir de las velocidades las posiciones es:

$$y(t_{i+1}) = y(t_i) + v_y(t_i)T_{\text{muestreo}} \quad (1.6)$$

En las ecuaciones 1.5 y 1.6 $i=0, 1, 2, \dots, N$, siendo N el enésimo dato. Los procedimientos anteriores se pueden implementar fácilmente en una hoja de cálculo (Buzzo Garrao, 2007, p. 19-23).

Nota: cuando el tiempo de muestreo es del orden de los milisegundos la señal por lo general es “ruidosa”, procure coleccionar un número suficiente de datos para su trabajo midiendo el mayor tiempo de muestreo posible para reducir este efecto.

Referencias

- Asim, F. (2015). Androsensor. Recuperado de: <http://www.fivasim.com/androsensor.html>
- Buzzo Garrao, R. (2007). Estrategia EE (Excel-Euler) en la enseñanza de la Física. *American Journal Physics Education*, 1 (1), pp. 19-23.
- Calderón, S., Núñez, P., Di Laccio, J.L., Mora Iannelli, L. y Gil, S. (2015). Aulas-laboratorios de bajo costo, usando TIC. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*. 12 (1), pp. 212-226.
- Forinash, K., Wisman, R. (2015). Photogate Timing with a *Smartphone*. *The Physics Teacher* 53, 234. DOI: [10.1119/1.4914566](https://doi.org/10.1119/1.4914566)
- Gil S. (2014) *Experimentos de Física usando TIC y elementos de bajo costo*. Buenos Aires: Alfaomega.
- Gil, S., Di Laccio J. L. (2017). *Smartphone* una herramienta de laboratorio y aprendizaje: laboratorios de bajo costo para el aprendizaje de las ciencias. *American Journal of Physics Education*, 1305, pp. 1-9. Recuperado de: <http://www.lajpe.org/mar17/1305> Salvador 2017.pdf
- Kuhn, J., Vogt, P. (2013). Applications and Examples of Experiments with Mobile Phones and *Smartphones* in Physics Lessons. *Frontiers in Sensors*, pp. 67-73.
- Lombardi, O. (1997). Comparación entre la Física Aristotélica y la Mecánica Clásica: Algunos problemas de interpretación. *Educación en Ciencias*, 1997: 62-70. Recuperado de: https://cdn.educar.com/repositorio/Download/file?file_id=cf452877-7a08-11e1-8115-ed15e3c494af
- Pereira da Silva W, Pereira da Silva C. (2011). Recuperado de: http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/index_xyExtract.htm
- Resnick, R., Halliday, D., Krane, K. (2011). *Física, Volumen 1*. México: Grupo Editorial Patria.
- Terzella, T., Sundermier, J. Sinacore, Owen, C., Takai, H. (2008). Measurement of g Using a Flashing LED, *The Physics Teacher* 46(8), p.395. DOI: 10.1119/1.2981283.
- Vogt, P., Kuhn, J. (2012). Analyzing free fall with a *smartphone* acceleration sensor. *The Physics Teacher*, 50, pp. 182-183. DOI:10.1119/1.3685123.
- Young, H., Freedman, R. (2009). *Física Universitaria Volumen 1*. Decimosegunda edición. México: Pearson Educación.

Movimientos en dos dimensiones

Movimiento de un proyectil

Sebastián Abreu, cariñosamente apodado "El Loco", ha alcanzado renombre mundial gracias a su destacado desempeño en el fútbol a nivel profesional. Uno de sus momentos más notables, calificado como una de sus "locuras" por algunos comentaristas deportivos, ocurrió durante los cuartos de final de la Copa Mundial de Fútbol 2010 contra Ghana. En esta instancia, Abreu definió de una manera única en la serie de penales, dando origen a lo que hoy se conoce como la "picada del loco Abreu". Este episodio muestra en la trayectoria de la pelota un movimiento casi parabólico que puede ser fermental para ilustrar los proyectiles en el fútbol.

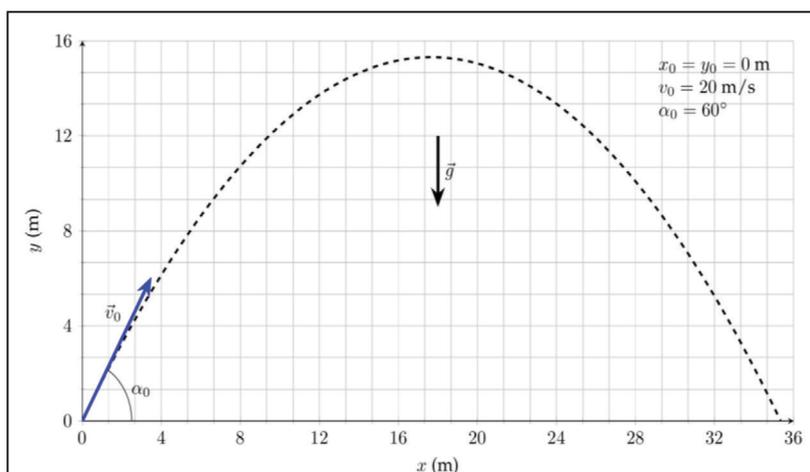


Figura 1.13 Trayectoria de un proyectil. Las condiciones iniciales se muestran en el recuadro a la derecha.

Un proyectil es cualquier cuerpo que recibe una velocidad inicial y luego sigue una trayectoria determinada por los efectos de la aceleración gravitacional y la resistencia del aire. En cursos básicos de física se estudian los movimientos de los proyectiles de forma simplificada, incluyendo un conjunto de hipótesis que idealizan la situación. En principio, se modela como una partícula, se desatienden los efectos de la resistencia del aire, así como la curvatura y rotación terrestre.

En el modelo simplificado, para analizar su movimiento basta con dos coordenadas: x e y , ver Figura 1.13. La derivación de las ecuaciones de un proyectil se encuentran disponibles en diferentes textos y a continuación se presentan (Young y Freedman, 2009; Resnick, Halliday y Krane, 2011):

Posición:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot \cos \alpha_0 \cdot t, (1.7)$$

$$y(t) = y_0 + v_0 \cdot \sin \alpha_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}. (1.8)$$

Velocidad:

$$v_x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha_0, (1.9)$$

$$v_y(t) = v_0 \cdot \sin \alpha_0 - g \cdot t. (1.10)$$

Aceleración:

$$a_x(t) = 0, (1.11),$$

$$a_y(t) = -g (1.12).$$

En donde x_0 e y_0 son la posición inicial en x e y respectivamente, $v_0 \cdot \cos \alpha_0$ y $v_0 \cdot \sin \alpha_0$ son las componentes en x e y de la velocidad inicial, α_0 es el ángulo inicial y g la aceleración gravitatoria. Las componentes de la velocidad del proyectil en un tiempo genérico diferente del inicial se representan con v_x y v_y . Para obtener el módulo de la velocidad en cualquier momento y su dirección se usa:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}, \tan \alpha = \frac{v_y}{v_x}, (1.13)$$

en este caso α representa el ángulo que en ese momento tiene la velocidad con respecto a la horizontal.

Si se toman las ecuaciones 1.7 y 1.8 puede obtenerse la ecuación de la trayectoria del proyectil, basta con despejar el tiempo de la primera y sustituir en la segunda y simplificar:

$$y(x) = y_0 + \tan \alpha_0 (x - x_0) - \frac{g \cdot (x - x_0)^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha_0}. (1.14)$$

La trayectoria corresponde a una parábola de concavidad negativa (ver la Figura 1.13 en donde se muestra un ejemplo).

Movimiento circular

El movimiento circular se caracteriza por la trayectoria de una partícula que sigue una circunferencia. Por ejemplo, un automóvil que navega una curva de radio constante experimenta este tipo de movimiento. De manera similar, algunos satélites tienen excentricidad nula, describen una órbita circular y mantienen una trayectoria alrededor de la Tierra. Otro caso interesante es el giro de una boleadora, un dispositivo tradicional utilizado por algunas

culturas para cazar. Este artefacto, compuesto por pesos unidos por cuerdas, demuestra el principio del movimiento circular cuando es lanzado dando vueltas alrededor de su punto de origen.

Adicionalmente, al explorar elementos presentes en una calesita en rotación, podemos apreciar la manifestación del movimiento circular en el entretenimiento donde la diversión se logra gracias a la combinación de velocidad angular y fuerzas centrípetas. Estos ejemplos ilustran diferentes contextos en los cuales el movimiento circular se manifiesta en la vida cotidiana.

En el entorno del laboratorio de enseñanza, es factible implementar sistemas que faciliten el estudio del movimiento circular de manera controlada. No obstante, un parque de diversiones, con su variada gama de atracciones, puede constituir un entorno enriquecedor para comprender estos movimientos de manera práctica. La Figura 1.14 exhibe un dispositivo experimental que incorpora un *smarthphone* sujeto a una regla en un sistema de rotación. Al impartirle una velocidad al teléfono inteligente, este describe un movimiento circular, proporcionando una ilustración visual y tangible de los conceptos asociados al movimiento circular. En estos sistemas se pueden medir con relativa precisión la velocidad de giro (si el teléfono dispone de sensor giroscopio) y la aceleración para cotejar algunas de las relaciones cuantitativas del movimiento circular. La descripción del movimiento circular puede realizarse usando diferentes tipos de coordenadas. Dependiendo del curso pueden usarse coordenadas cartesianas, polares planas o ambas para reconocer las ventajas de una respecto de la otra. A continuación se realiza un planteo en coordenadas cartesianas y se deja como opcional la descripción en coordenadas polares planas.

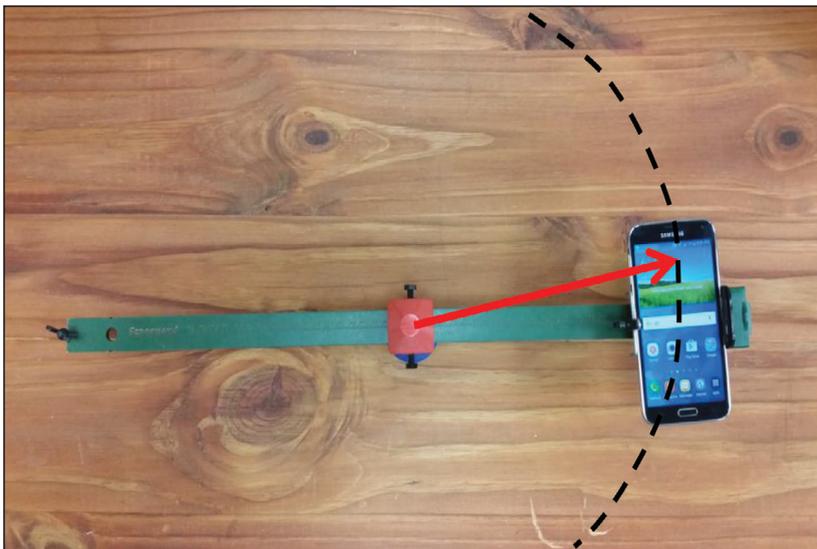


Figura 1.14 Dispositivo experimental para estudiar el movimiento circular de forma controlada. La flecha roja indica el radio de giro medido desde el centro de rotación a la ubicación del sensor acelerómetro. Con trazo negro punteado parte de la trayectoria que sigue el sensor aceleración al rotar.

La posición de la partícula en la base canónica es: $\vec{r}=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}$,
 siendo $x(t)=R \cos \theta(t)$ e $y(t)=R \sin \theta(t)$. El ángulo barrido supondremos que es del tipo $\theta(t)=\omega t$ en donde ω es constante (caso más simple) y R representa el radio de giro considerado constante. La velocidad se obtiene al derivar la posición respecto del tiempo, la base canónica es fija por lo que la derivada de los vectores unitarios \vec{i}, \vec{j} es nula. Por su parte para el ángulo $\theta=\theta(t)$, se debe realizar la derivada de la función compuesta, es decir, derivar respecto del ángulo y luego el ángulo respecto del tiempo. La velocidad es: $\vec{v}=-R.\omega.\sin(\omega t)\vec{i}+R.\omega.\cos(\omega t)\vec{j}$, cuyo módulo se obtiene de forma habitual $\sqrt{\vec{v}.\vec{v}}=R \omega$.

Para obtener la aceleración, se deriva la velocidad respecto del tiempo y se obtiene: $\vec{a}=-\omega^2 (R \sin(\omega t)\vec{i}+R \omega \cos(\omega t)\vec{j}) = -\omega^2 \vec{r}$. La aceleración tiene sentido opuesto a la vector posición y apunta al centro de la circunferencia. Este hecho hace que se nombre como aceleración radial o simplemente centrípeta. Los módulos de la velocidad y de la aceleración son, respectivamente:

$$v =R \omega ,(1.15)$$

$$a =\omega^2 R .(1.16)$$

Actividad opcional

Una manera directa de describir este movimiento es usando coordenadas polares planas. La base habitual de versores que se utiliza para su descripciones \vec{e}_r y \vec{e}_θ (ver Figura 1.15).

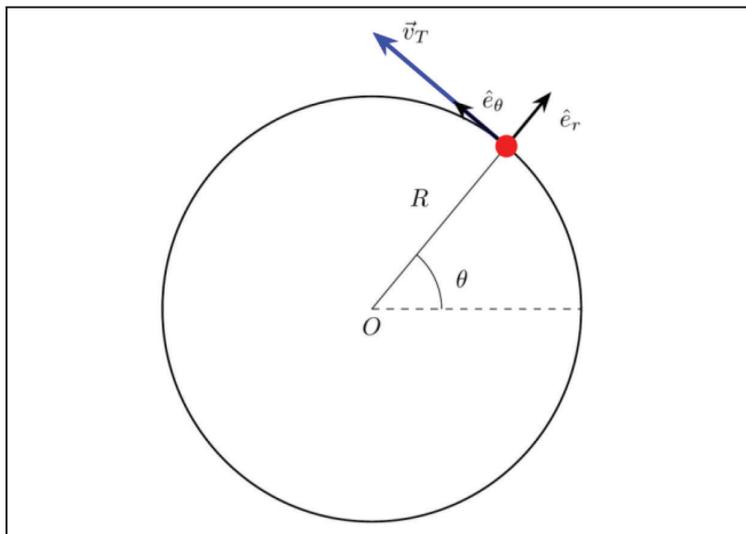


Figura 1.15 Partícula en movimiento circular, la base que se usa para su descripción es móvil lo que hace que las derivadas de los vectores unitarios sea diferente de cero.

Note que la base de versores es móvil y sus derivadas son: $\frac{d(\vec{e}_r)}{dt}=\dot{\theta}(t)\vec{e}_\theta$

y $\frac{d(\vec{e}_\theta)}{dt} = -\dot{\theta}(t)\vec{e}_r$, esto se corresponde con un giro anti horario de 90° de versor

derivado multiplicado por la velocidad angular $\dot{\theta}(t)$. El radio de la circunferencia, R , es constante y dada la posición solo tendremos que derivar respecto del tiempo.

La posición es:

$$\vec{r} = R\vec{e}_r \quad (1.17)$$

Entonces la velocidad se obtiene:

$$\vec{v} = R \frac{d(\vec{e}_r)}{dt} = R\dot{\theta}(t)\vec{e}_\theta \quad (1.18)$$

La aceleración es entonces: $\vec{a} = R \frac{d(\dot{\theta}(t)\vec{e}_r)}{dt} = R \left(\frac{d(\dot{\theta}(t))}{dt}\vec{e}_r + \frac{d(\vec{e}_r)}{dt}\dot{\theta}(t) \right)$, es decir:

$$\vec{a} = R \ddot{\theta}(t)\vec{e}_r - R \dot{\theta}^2(t)\vec{e}_r \quad (1.19)$$

Si $\theta(t) = \omega t$, con ω constante, la velocidad y la aceleración vienen dadas por:

$$\vec{v} = R\omega\vec{e}_\theta \quad (1.20)$$

$$\vec{a} = -R\omega^2\vec{e}_r \quad (1.21)$$

Si la velocidad angular es constante el período se puede expresar $T = \frac{2\pi}{\omega}$, que es el tiempo necesario para realizar una vuelta completa. La frecuencia es el número de vueltas completas que realiza el móvil por unidad de tiempo, por

ejemplo en un segundo. Esto lleva a $f = \frac{1}{T}$ y a que, si el período se expresa en segundo, tendrá como unidad el Hertz (Hz).

Proyecto 1: Estudio de la trayectoria de una pelota

El movimiento de proyectil es un ejemplo de cinemática en dos dimensiones y el análisis de videos es una técnica muy usada para conocer el movimiento de diferentes objetos ya que permite obtener de forma ágil la posición en función del para el objeto (Gil, 2014). Aquí nos proponemos estudiar la trayectoria del centro de masa de una pelota modelada como partícula. Veremos si la trayectoria puede ser aproximadamente descrita por una ecuación de segundo grado, es decir ver si es una parábola, y determinar la velocidad de salida. Además buscamos analizar las limitaciones inherentes a este modelo simplificado en relación con lo que realmente ocurre en condiciones del mundo real.

Equipo

Un teléfono inteligente junto con sus aplicaciones correspondientes, que incluyen análisis de video y hojas de cálculo, además de una cinta métrica, y opcionalmente, una computadora personal.



Figura 1.16. Estudiantes realizando el video para su posterior análisis del movimiento de la pelota.

Sugerencias de trabajo

- Descargue la App: *VidAnalysis* (VidAnalysis, 2014)
- Examine las principales características de la aplicación, incluyendo el proceso de calibración, la metodología para el seguimiento del objeto y la exportación de los datos obtenidos. Comparta sus hallazgos con sus compañeros de equipo para optimizar la comprensión colectiva.
- Grabe el lanzamiento de una pelota, asegurándose de que la filmación permita distinguir claramente el objeto a seguir del entorno. Posicione el teléfono inteligente en un plano paralelo al movimiento y utilice una vara de referencia de longitudes, como se ilustra en la Figura 1.16.
- Utilice *VidAnalysis* para abrir el video. Defina la escala y el sistema de referencia mediante la vara de referencia. Obtenga las posiciones sucesivas de la pelota, asegurándose de colocar con precisión las marcas de seguimiento del objeto, pudiendo utilizar un lápiz óptico para celulares. También puede hacer este procedimiento desde la PC para obtener mejor precisión en la extracción de datos.
- Con los datos recolectados grafique $y=f(x)$ y con el ajuste adecuado de los datos obtenga la ecuación de la trayectoria. Compare con la ecuación 1.14.
- ¿Es posible determinar el ángulo de salida de la pelota? Explique el método seguido.
- Determine la velocidad inicial.

Preguntas para discusión

1. ¿Cómo afecta la calidad de la filmación la precisión de los resultados obtenidos?
2. ¿Qué factores podrían introducir error en la determinación del ángulo de salida y la velocidad inicial?
3. ¿Cómo podríamos mejorar la precisión del experimento en futuras repeticiones?
4. ¿En qué medida el modelo simplificado refleja fielmente el movimiento real de la pelota?

Proyecto 2: ¿Dónde está el sensor acelerómetro?

En esta actividad, buscamos determinar la ubicación del sensor de aceleración en un *smartphone*. Para lograrlo, empleamos un sistema en rotación que garantiza, después de su inicio, tener una velocidad angular constante cuando llega a régimen. Identificar la posición del acelerómetro en el teléfono utilizado posibilita un diseño más eficiente en los experimentos, al mismo tiempo que facilita la aplicación de conocimientos de movimiento circular a una situación específica (Mau, Insulla, Pickens, Ding, Dudley, 2016).

Equipo

Un teléfono inteligente y la aplicación Androsensor (Asim, 2015), un toca discos/plataforma giratoria, un círculo de cartulina/cartón y opcionalmente una computadora personal. Para más información sobre la aplicación Androsensor puede ver: <http://www.fivasim.com/androsensor.html>.

Sugerencias de trabajo

- Realice un montaje experimental conforme a la representación de la Figura 1.17, utilizando ya sea un tocadiscos o una plataforma giratoria equipada con un pequeño motor para controlar la velocidad de rotación. Recorte un círculo de cartón o cartulina que abarque la mayor parte de la bandeja del dispositivo. Posicione el teléfono sobre el papel y trazar su contorno. Marque dos líneas perpendiculares, una a la mitad del ancho y otra a la mitad del largo. Designe como Eje 1 a uno de los puntos (tomar como referencia la parte superior del teléfono visto de frente) que cruza la línea a lo largo del ancho del teléfono en el dibujo de la silueta. Rote 90° en sentido horario el teléfono, con respecto a su centro geométrico, y efectúe otra marca a la mitad del ancho que corresponderá al Eje 2, según se muestra en la Figura 1.17. Ambos ejes están en el plano del sistema giratorio y son perpendiculares al plano del papel.
- Ubique la cartulina con el teléfono sobre el sistema de rotación, alineando el Eje 1 con el centro del tocadiscos. Active la aplicación Androsensor y habilite las mediciones del giroscopio y la aceleración lineal o acelerómetro. Se sugiere una frecuencia de muestreo de alrededor de 50 Hz para la recolección de datos.
- Inicie la grabación de datos y luego ponga en marcha el sistema de rotación, permitiendo la recolección de datos durante algunos segundos, hasta alcanzar la velocidad angular constante en régimen. Apague posteriormente el sistema giratorio.
- Manteniendo el teléfono celular en su posición inicial (contorno dibujado), retire la cartulina y cambiar al Eje 2, encienda nuevamente el sistema giratorio y, una vez

alcanzada la velocidad constante en régimen, espere unos segundos y detener la grabación.

- Exporte los datos a su PC para el procesamiento. En la Figura 1.18 se presenta un ejemplo de posibles resultados de las mediciones de velocidad angular y aceleración. Se asume que el acelerómetro no está en el centro geométrico del teléfono por lo cual la aceleración centrípeta tendrá componentes, a_x y a_y . Realice los filtrados de calidad de sus datos de acuerdo con sus observaciones.
- ¿Cuál es el radio de giro del sensor acelerómetro en cada uno de los casos estudiados, al usar el Eje1 y al usar el Eje2? Utilice la ecuación 1.16 y el ajuste adecuado de sus datos.
- Con los radios anteriores y desde el eje correspondiente, trace dos circunferencias en la cartulina. ¿Qué información nos proporciona la intersección de las circunferencias? Explique. Busque información sobre la localización del sensor de aceleración de su celular y compare esta información con los resultados experimentales.

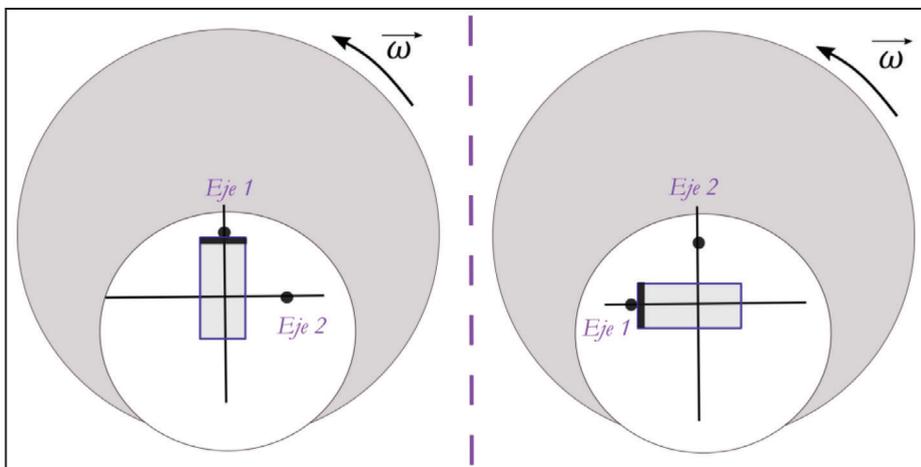


Figura 1.17 Montaje experimental para obtener la ubicación del sensor aceleración del teléfono.

Discusiones

1. Analice cómo el uso de un sistema giratorio y el análisis del movimiento circular contribuyen a la comprensión y ubicación del sensor de aceleración en el teléfono inteligente. ¿Cómo se relaciona el movimiento circular con la capacidad del sensor para medir la aceleración en diferentes ejes?
2. Reflexione sobre las limitaciones y suposiciones del modelo utilizado en la actividad. ¿En qué medida los resultados experimentales se alinean con las expectativas teóricas? ¿Existen factores externos que podrían influir en la precisión de los resultados?

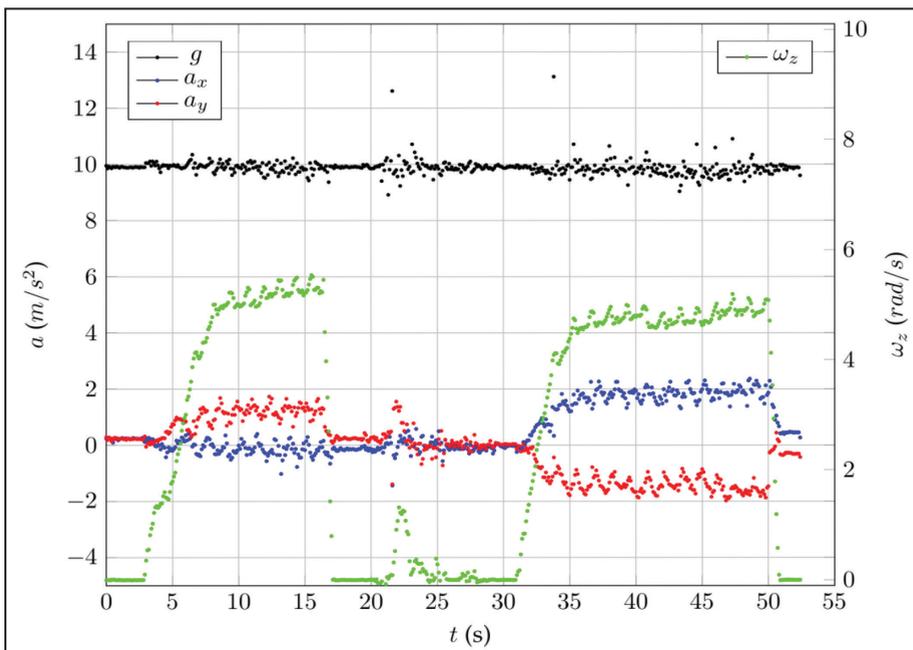


Figura 1.18 Gráfico ilustrativo de posibles datos recolectados. En el eje de la izquierda las aceleraciones (con puntos de color negro g , con azul la a_x y con rojo a_y) y en el eje vertical de la derecha, con puntos verdes, la velocidad angular del sistema. Se identifican tres zonas principales: giro en el Eje 1, cambio de eje y giro en el Eje 2. Se puede apreciar cierta inestabilidad en el plano de rotación del sistema al inspeccionar los datos.

Proyecto 3: Girando, girando con movimiento circular

En esta actividad, buscamos generar un movimiento circular (Castro- Palacio, Velazquez, Gomez-Tejedor, Manjón, Monsoriu, 2014), asumiendo el papel de generadores de la rotación mientras utilizamos un teléfono inteligente como objeto y recolector de datos. La propuesta consiste en sostener el teléfono en nuestras manos con la pantalla orientada hacia nosotros (eje z saliente) y medir la aceleración centrípeta y la velocidad angular. La magnitud que pretendemos determinar es el radio de la trayectoria, que luego compararemos con la longitud de nuestros brazos para cotejar la relación de la ecuación 1.16, ver la Figura 1.19.

Equipo

Un teléfono inteligente.

Sugerencias de trabajo

- Active la aplicación Androsensor en su teléfono y habilite las mediciones con el giroscopio y el acelerómetro. Seleccione un intervalo de grabación adecuado a sus propósitos.
- Inicie el movimiento circular, procurando mantener constante el eje de giro y evitando movimientos verticales del teléfono.
- Luego de la recolección, observe los datos de aceleración y velocidad angular registrados y realice una interpretación del movimiento realizado por tu teléfono.

¿Cuáles son los principales desafíos al intentar realizar un movimiento circular?
¿Puede identificar alguna región en sus datos que indique un movimiento circular uniforme? ¿Cómo lo determina?

- Calcule el radio de giro utilizando los datos recopilados y la ecuación 1.16.
- Usando una cinta métrica, mida el radio de giro y compárelo con la longitud de tus brazos. ¿Qué conclusiones puede extraer de esta comparación? ¿Cómo se relaciona el radio determinado a partir de los datos con las dimensiones físicas de su propio movimiento circular?



Figura 1.19 Estudiante preparada para comenzar a rotar.

Referencias

- Asim, F. (2015). Androsensor. Recuperado de: <http://www.fivasim.com/androsensor.html>
- Castro-Palacio, J., Velazquez, L. Gomez-Tejedor, J., Manjón, F, Monsoriu, J. (2014). Using a *smarthphone* acceleration sensor to study uniform and uniformly accelerated circular motions. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 2315, pp. 1-5.
- Gil S. (2014). Experimentos de Física usando TIC y elementos de bajo costo. Buenos Aires, Argentina: Alfaomega.
- Resnick, R., Halliday, D., Krane, K. (2011). *Física*, Volumen 1. México: Grupo Editorial Patria.
- Mau, S., Insulla, F., Pickens, E., Ding, Z., Dudley, S. (2016). Locating a *smarthphone's* accelerometer. *The Physics Teacher* pp, 246.
- VidAnalysis (2014) <https://vidanalysis.com/>
- Young, H. y Freedman, R. (2009). *Física universitaria*, Volumen 1. Decimosegunda edición. México: Pearson Educación.

Fuerza de rozamiento seco

Al intentar arrastrar un bloque, el contacto con el piso ofrece una resistencia de adherencia para iniciar el movimiento así como para mantenerlo moviéndose luego. Esta fuerza de adherencia que describe este efecto a nivel fenomenológico se denomina fuerza de rozamiento y pueden diferenciarse dos tipos: estático y dinámico.

Las ecuaciones que describen la fuerza de rozamiento son aproximadas y fueron estudiadas experimentalmente en un primer momento por Da Vinci, mediante el deslizamiento de un cubo sobre una superficie. No obstante, sus investigaciones no tuvieron gran difusión. Posteriormente, Amontons en el s. XVII estudió el rozamiento seco entre dos superficies planas llegando a obtener conclusiones que aún se mantienen vigentes y luego fueron acrecentadas por Coulomb (García, 2010). Las ecuaciones empíricas para la fuerza de roce estático (f_{re}) y para la fuerza de rozamiento dinámico (f_{rd}) muestran que el módulo de la fuerza de rozamiento es proporcional a la fuerza normal (N):

$$f_{re} \leq \mu_e N, \quad (1.22)$$

$$f_{rd} = \mu_d N. \quad (1.23)$$

Los coeficientes μ_e y μ_d son los coeficientes de rozamiento estático y dinámico respectivos. Estos coeficientes son adimensionados y su valor depende de la rugosidad y adherencia mutua de las superficies en contacto. La fuerza normal es la proyección de la fuerza de reacción del plano de apoyo en la dirección de la normal a la superficie.

Este modelo asume que las fuerzas son independientes de la velocidad. Algunos autores muestran que si se aplica una fuerza F al bloque tal que $\mu_d N < F < \mu_e N$, y se perturba al cuerpo para que inicie su movimiento, la fuerza de roce depende de la velocidad (Morrow, Grant, Jackson, 1999).

La fuerza de rozamiento estático máximo es:

$$f_{remax} = \mu_e N. \quad (1.24)$$

Bloque en un plano inclinado

Cuando un bloque desliza sobre un plano inclinado como el de la Figura 1.22, las fuerzas que actúan son el peso (P), la normal (N) y la fuerza de rozamiento dinámico (f_{rd}). Aplicando la segunda ley de la dinámica de Newton, $\vec{F}_n = m\vec{a}$, en la dirección y sentido del movimiento tenemos que:

$$mg \sin \theta - f_{rd} = ma, \quad (1.25)$$

que al sustituir la f_{rd} por su forma explícita, ecuación (1.23), queda:

$$a = g(\sin \theta - \mu_d \cos \theta). \quad (1.26)$$

La aceleración es constante y el movimiento que describe el bloque es uniformemente acelerado hasta llegar a la base del plano.

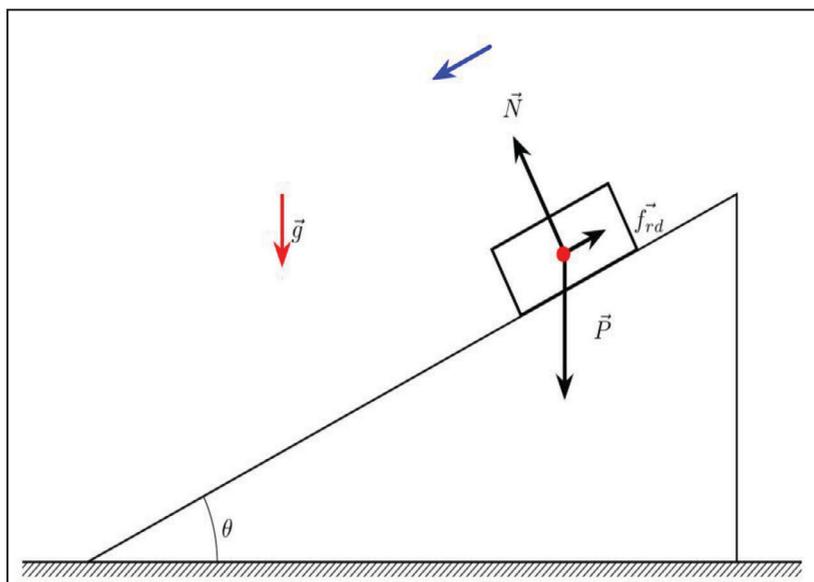


Figura 1.22 Bloque que desliza sobre un plano inclinado rugoso y su diagrama de cuerpo libre. Con una flecha azul se indica en sentido del movimiento.

Sistema vinculado 1: cuerpo en plano horizontal

Considere el sistema vinculado de la Figura 1.23, se tienen dos bloques m_1 y m_2 unidos entre sí a través de un hilo muy liviano y tal que su longitud es mucho mayor que cualquier deformación que se le produzca, que pasan por una polea de masa mucho menor que la de los bloques y con un roce muy pequeño con su eje.

En esta situación el valor de la tensión en el hilo es la misma en toda su extensión y la aceleración de ambos tiene igual módulo. Si se aplica la segunda de las leyes de la dinámica de Newton, se puede escribir: $T - f_{rd} = m_1 a$ para la masa 1 y $m_2 g - T = m_2 a$ para la masa 2, en donde se ha tomado como positivo el sentido de movimiento del sistema. Si se elimina la incógnita de la tensión entre las ecuaciones anteriores se tiene:

$$a = (m_2 g - f_{rd}) / (m_1 + m_2) \quad (1.27)$$

En donde la fuerza de rozamiento se puede determinar con la ecuación 1.23, siendo en este caso $N = P_1$.

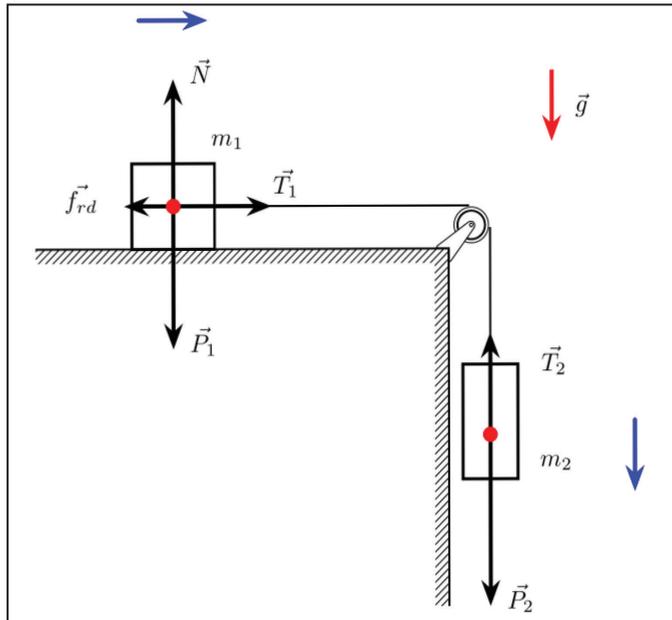


Figura 1.23 Sistema vinculado formado por dos masas en el cual se indican las fuerzas que actúan sobre las masas m_1 y m_2 .

Sistema vinculado 2: máquina de Atwood

El sistema vinculado de la Figura 1.24, se conoce como máquina de Atwood. Está formada por dos masas, m_1 y m_2 , conectadas por un hilo muy liviano que no se estira y por una polea muy liviana respecto de las masas que penden y con roce despreciable con el eje. Si se realiza el diagrama de cuerpo libre y se aplica la segunda ley de la dinámica de Newton a cada masa obtenemos: $T - m_1g = m_1a$ para m_1 y $m_2g - T = m_2a$ para m_2 , note que en el planteo de las ecuaciones anteriores se ha usado

como positivo el sentido de movimiento horario. La aceleración del sistema puede obtenerse al combinar las ecuaciones anteriores, si despejamos de cada una de ellas la tensión (T) e igualamos obtenemos:

$$a = (m_2 - m_1)g / (m_1 + m_2). \quad (1.28)$$

Si las masas son iguales el sistema está en equilibrio y si m_2 es mayor a m_1 el sistema tiene un movimiento rectilíneo con aceleración constante. Aquí se ha supuesto el sentido de movimiento positivo cuando m_2 desciende, si la aceleración es negativa el sentido del movimiento es tal que m_2 sube.

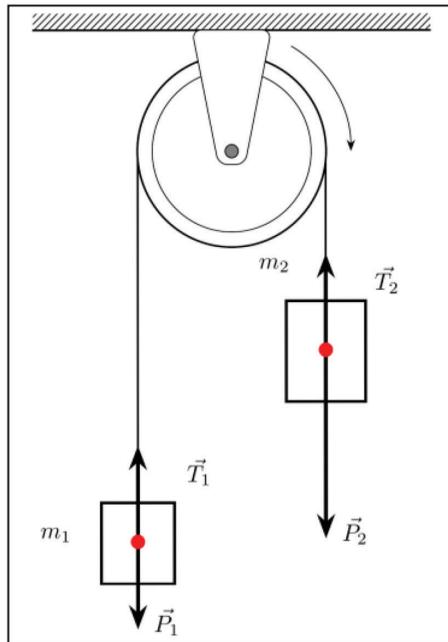


Figura 1.24 Sistema vinculado compuesto por dos masas unidas por un hilo liviano y no extensible.

Proyecto 1: Coeficientes de rozamiento estático y dinámico

En este proyecto estudiaremos las leyes de rozamiento estático y dinámico. Para ello usaremos un plano inclinado con la posibilidad de variar el ángulo de inclinación y un bloque con un teléfono adherido que es capaz de medir ángulos y aceleración.

Equipo

Un plano inclinado, un teléfono inteligente adherido a una madera cepillada para uniformizar su superficie de contacto con el plano inclinado, la aplicación Androsensor instalada con los sensores de orientación, acelerómetro y gravedad activos.

Sugerencias de trabajo

- Implemente un plano inclinado como el de la Figura 1.22, y adhiera al bloque por su parte superior un teléfono inteligente.
- Demuestre, a partir de la ecuación 1.24, que para el bloque en reposo en un plano inclinado el $\mu_{estático} = \tan \theta_{crítico}$, en donde $\theta_{crítico}$ es el ángulo correspondiente al desprendimiento del bloque del plano inclinado.
- ¿Qué implica este ángulo crítico en términos de rozamiento estático?
- Para determinar el ángulo crítico eleve lentamente el ángulo del plano inclinado y observe en Androsensor (sensor orientación) el ángulo en que se desprende el bloque. Si lo desea puede determinar este ángulo simplemente usando un semicírculo o una

cinta métrica y usar trigonometría básica. ¿Cuánto vale el coeficiente de rozamiento estático en sus condiciones experimentales?

- Una vez determinado el ángulo crítico use ángulos por encima de este para determinar el coeficiente de rozamiento dinámico. En este caso usaremos:

$$\mu_{\text{dinámico}} = \left| \frac{a_y(t)}{a_x(t)} \right|, \text{ en el Anexo 4 se discute este resultado.}$$

Utilice al menos cinco ángulos por encima del crítico y determine el coeficiente de rozamiento dinámico como el promedio de los coeficientes obtenidos.

- Varíe la masa del bloque, por ejemplo agregando pesas, y determine nuevamente el coeficiente de rozamiento dinámico. ¿Se producen variaciones significativas? ¿Cómo afecta la variación de la masa del bloque al coeficiente de rozamiento dinámico?
- ¿Qué fuentes de error podrían haber afectado sus mediciones? ¿Cómo podrían mejorar el diseño experimental para reducir estas fuentes de error?

Proyecto 2: Sistema vinculado y rozamiento dinámico

Si en la Figura 1.25 la masa de la polea es pequeña frente al resto de las masas del sistema (m_1 y m_2) y la fuerza de roce es $f_{rd} = \mu_{\text{dinámico}} N$, según la segunda ley de la dinámica de Newton la aceleración puede escribirse como:

$a = g (m - f_{rd}/g) / (ms+m)$. La aceleración es constante y la expresión anterior puede escribirse, introduciendo la pseudovariante, $\xi = (m + ms) a/g$
 $= m - f_{rd}/g$. Si se escribe de forma explícita la fuerza de rozamiento nos queda:

$$\xi = m - \mu_{\text{dinámico}} ms, (1.29)$$

que implica una dependencia lineal de ξ con respecto a m_1 (Gil, 2014). De este modo tenemos dos indicadores experimentales de la validez de las hipótesis, la obtención de un valor constante de aceleración en el tiempo y la dependencia lineal de ξ con m . En este caso estudiaremos si nuestro sistema puede describirse por el modelo que se propone.

Equipo

Una mesa, dos bloques, pesas, hilo, una polea y un teléfono inteligente. En el mercado existen poleas de material de plástico muy livianas que son de muy bajo costo y adecuadas para este proyecto. Puede ser de utilidad incorporar un riel para asegurar que el bloque que está sobre la mesa siga un camino recto.

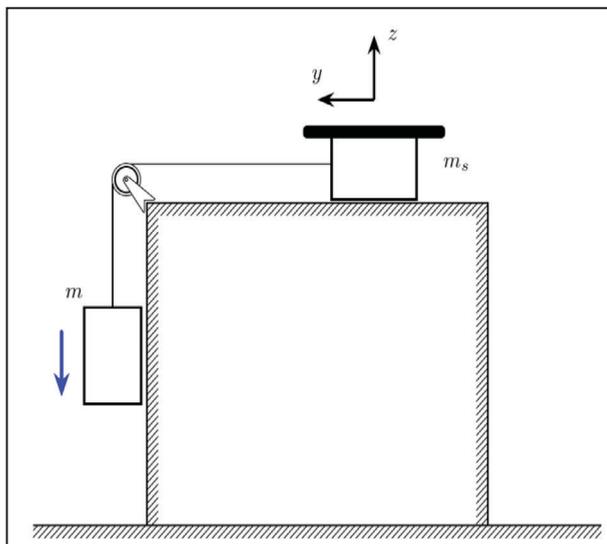


Figura 1.25 Sistema vinculado para estudiar el coeficiente de rozamiento dinámico.

Sugerencias de trabajo

Realice un montaje similar a la Figura 1.25. Son dos bloques, m pende del hilo y el otro bloque al que llamaremos m_s está compuesto por un teléfono inteligente adherido a una madera. La polea es muy liviana comparada con las masas de los bloques y con roce despreciable con el eje, y el hilo es muy liviano e inextensible. El teléfono inteligente tiene la función de recolectar los datos de aceleración mediante la aplicación Androsensor y el sensor acelerómetro. ¿Por qué es importante que la polea sea liviana y que el hilo sea prácticamente inextensible? Utilizando su teléfono inteligente, construya gráficos de la aceleración del sistema en función del tiempo para diferentes valores de m manteniendo fija m_s . Más allá de las fluctuaciones propias de la medición, ¿la aceleración puede modelarse como constante? Determine la aceleración para los distintos valores de m_s usados.

Represente gráficamente la pseudovariante ξ en función de m . De ser este gráfico lineal, obtenga el valor de $\mu_{dinámico}$ y discuta la validez del modelo propuesto para explicar sus observaciones. ¿Que estarían validando o rechazando sus observaciones?

Proyecto 3: Ley de Newton

En este proyecto partimos de la segunda ley de Newton para analizar un sistema vinculado y como objetivo buscamos determinar una masa desconocida para analizar la adaptabilidad de esta ley a un caso práctico.

Equipo

Un teléfono inteligente con la aplicación Androsensor, hilo delgado, un cuerpo de masa desconocida del orden de la masa del celular, un par de poleas livianas, una balanza y opcionalmente una computadora personal.

Sugerencias de trabajo

- Realice el diagrama de cuerpo libre para cada una de las masas y obtenga la ecuación de movimiento para cada una de ellas. Suponga el hilo inextensible y sin peso y además que las poleas son muy livianas y sin roce con el eje.
- Demuestre que para el caso en donde m_x es mayor a la masa del celular (m_s) se cumple: $m_x = m_s \frac{(g+a)}{(g-a)}$ y que cuando m_x es menor se cumple: $m_x = m_s \frac{(g-a)}{(g+a)}$.
- Implemente un dispositivo equivalente a una máquina de Atwood como se ilustra en la Figura 1.26 (Monteiro, Stari, Cabeza, Martí, 2015).
- Configure la aplicación Androsensor de su teléfono para medir la aceleración del sistema con un intervalo de grabación de 5 ms. Se sugiere usar el eje y del teléfono en la dirección y sentido del movimiento.
- Con el sistema en reposo, inicie la recolección de datos y libere su celular, con las precauciones del caso para que no se dañe. Determine la aceleración a partir de sus datos experimentales. Repita esta medición cinco veces. Determine el promedio de aceleraciones de los cinco y obtenga una estimación de la incertidumbre.
- Calcule la masa m_x con su incertidumbre y compare con la medida directa de la masa del objeto usando una balanza.
- Brinde una expresión para la velocidad y posición del teléfono como función del tiempo usando los datos registrados. Puede ser útil ver el Anexo 5.

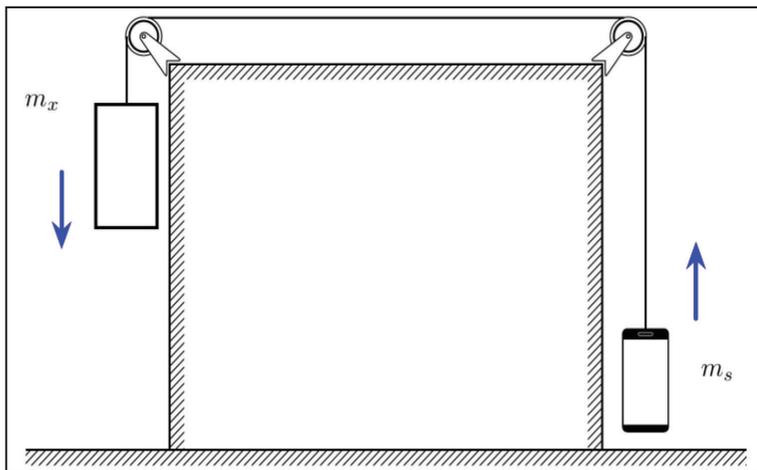


Figura 1.26 Sistema vinculado compuesto por dos masas, de forma equivalente a una máquina de Atwood. La masa m_x es desconocida mientras m_s es el teléfono inteligente capaz de medir la aceleración del sistema.

Anexo 4

La aceleración que brinda la aplicación Androsensor a través de su sensor acelerómetro es una aceleración aparente ya que incluye el campo gravitatorio. La aceleración real del teléfono es: $\vec{a}_{real}(t) = \vec{a}_{smart}(t) + \vec{g}$, \vec{a}_{real} es la aceleración del teléfono, \vec{a}_{smart} es la lectura de aceleración que brinda

Androsensor y \vec{g} es la aceleración gravitatoria. Cada una de estos vectores

deben expresarse en la misma base, en este caso \vec{e}_1 y \vec{e}_2 (ver Figura 1.22). Para el caso de este plano inclinado hay que tener presente los ejes solidarios al teléfono y los ejes que se asociarán al plano inclinado. El teléfono inteligente brinda las componentes de la aceleración de la forma $\vec{a}_{smart}(t) = a_x(t)\vec{i} + a_y(t)\vec{j} + a_z(t)\vec{k}$ con los versores asociados a su carcasa. En el plano inclinado los vectores unitarios son \vec{e}_1 paralelo al plano y en la dirección y sentido del movimiento y \vec{e}_2 perpendicular al plano sentido saliente de este. Se hace coincidir el eje y del teléfono con el eje \vec{e}_1 del plano inclinado y el eje z con \vec{e}_2 . Escribiendo la aceleración gravitatoria en la base del plano inclinado, tenemos que la aceleración real es:

$$\vec{a}_{real}(t) = (a_z(t) - g \cos \theta) \vec{e}_2 + (a_y(t) + g \sin \theta) \vec{e}_1. \quad (1.30)$$

Es claro que en la dirección \vec{e}_2 , la aceleración del teléfono es nula por lo que: $a_z(t) = g \cos \theta$. La aceleración en la dirección \vec{e}_1 es: $a = a_y(t) + g \sin \theta$. A partir de la aceleración nula $-a_y(t) = g \sin \theta$. Sustituyendo: $a = 0$, $g \sin \theta$ y $g \cos \theta$ por las aceleraciones medidas en la base del teléfono inteligente y sustituyendo en la ecuación 1.26, nos queda:

$$\mu_{dinámico} = \frac{-a_y(t)}{a_z(t)}. \quad (1.31)$$

El ruido característico de la medición de las componentes de la aceleración hace que se deban tomar los valores promedios de las aceleraciones para ser usado en la ecuación 1.31.

Anexo 5

La velocidad puede ser generada con: $v(t_{i+1}) = v(t_i) + \langle a \rangle (t_{i+1} - t_i)$. (1.32)

La posición en x en función del tiempo se obtiene: $y(t_{i+1}) = y(t_i) + v(t_{i+1})(t_{i+1} - t_i)$. (1.33)

Siendo $i=0, 1, 2, \dots, N$ en donde N el enésimo dato. Si es posible, se sugiere usar como velocidad y posición inicial cero, esto es el teléfono parte del reposo y el origen del sistema de referencia es desde donde se lo suelta.

Referencias

- García F. (2018). Física con Ordenador: El rozamiento por deslizamiento. <http://www.sc.edu.es/sbweb/fisica/dinamica/rozamiento/general/rozamiento.htm>
- Gil S. (2014). Experimentos de Física de bajo costo, usando TIC's. Buenos Aires: Alfaomega.
- Monteiro, M., Stari, C., Cabeza, C., Martí, A. (2015). The Atwood machine revisited using *smarthphones*. *The Physics Teacher* 53, p. 373, <https://DOI.org/10.1119/1.4928357>
- R. Morrow, A. Grant, and D. P. Jackson (1999). A strange behavior of friction. *The Physics Teacher*. 37 (7) p. 412.

Sistema de masa y resorte

Oscilaciones libres

En la Figura 1.27 se puede ver un bloque de masa m sujeto a un resorte lineal de constante elástica k . La fuerza que ejerce el resorte sobre el bloque, cuando el bloque es desplazado hasta una posición x desde el punto de equilibrio, es $F=-kx$.

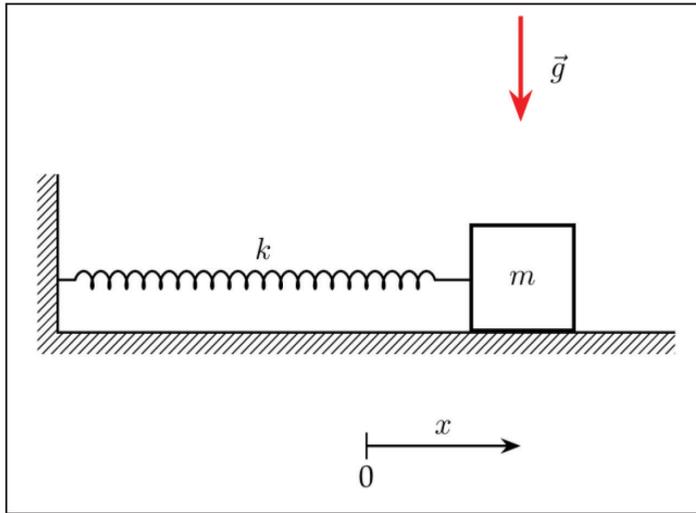


Figura 1.27 Diagrama esquemático de un sistema masa-resorte horizontal.

En ausencia de fuerzas disipativas, el sistema masa-resorte es un oscilador armónico simple. Aplicando la segunda ley de Newton y si se toma como referencia la posición de equilibrio la ecuación de movimiento del sistema es:

$$x(t) = -\frac{k}{m} x(t) \quad (1.34)$$

Si se define $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, la ecuación puede escribirse:

$$x(t) = -\omega_0^2 x(t) \quad (1.35)$$

Una solución posible de esta ecuación diferencial es:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (1.36)$$

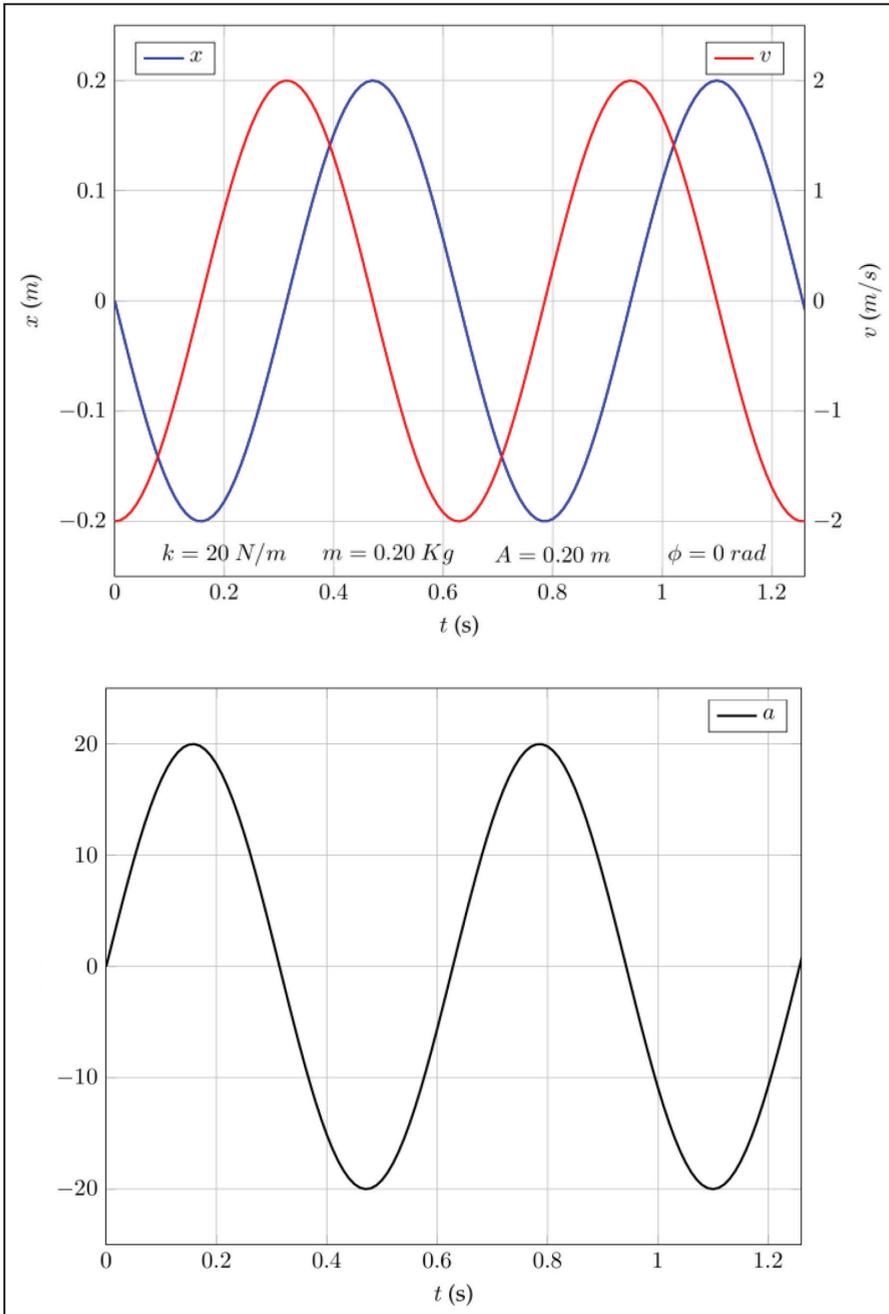


Figura 1.28 Posición, velocidad y aceleración para una masa de 0.20 kg, sujeta a un resorte de $k=20 \text{ N/m}$ que oscila con amplitud de 0.20 m y tiene un ángulo de fase $\phi=0 \text{ rad}$. Arriba, se representa la posición de la oscilación de una masa mediante un trazo continuo azul, mientras que la velocidad se indica con un trazo continuo rojo. Abajo, se muestra la aceleración de la masa con un trazo continuo en negro.

Los parámetros A y φ son determinados por las condiciones iniciales. Por su parte, ω_0 es una propiedad dinámica del sistema llamada frecuencia angular de oscilación. El período de oscilación es $T = 2\pi/\omega_0$, cuya expresión equivalente es $T = 2\pi \sqrt{k/m}$ que puede escribirse:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 m}{k} \quad (1.37)$$

Para obtener la velocidad del sistema basta con derivar la ecuación

1.36 respecto del tiempo: $v(t) = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$. La aceleración se obtiene al derivar respecto del tiempo a la función velocidad: $a(t) = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi)$. En la Figura 1.28 se presentan los gráficos característicos para una oscilación con un grado de libertad para el caso conservativo. Desde luego, conocer las condiciones iniciales del sistema (x_0 y v_0) así como la función aceleración, ya sea medida o modelada, permite generar la función velocidad y posteriormente la posición (Young, Freedman, 2009).

Oscilaciones amortiguadas

El efecto del aire u otro fluido es el de ejercer una fuerza disipativa que se opone a la velocidad relativa entre el móvil y el fluido. Si el fluido se supone en reposo estos tipos de fuerzas se pueden modelar como proporcionales a alguna potencia de la velocidad:

$$\vec{F} = -b v^n \hat{v} \quad (1.38)$$

donde \hat{v} es un versor con la dirección de la velocidad \vec{v} del oscilador y b una constante dimensionada que determina el módulo de la fuerza. Para objetos pequeños que se desplazan en el aire, $n=1$ y para velocidades menores a $\approx 24 \text{ m/s}$, para velocidades mayores (pero menores a la velocidad del sonido en el medio) la disipación crece más rápido con la velocidad y se utiliza $n=2$ (Marion, 1970).

Supongamos un sistema como el de la Figura 1.29 que consiste en una masa m_s (que en adelante llamaremos simplemente m) que se encuentra dentro de un fluido y está unida a un resorte de longitud natural l_0 y constante k . Sobre la masa m actúan la fuerza elástica que ejerce el resorte, el peso $m\vec{g}$ y la fricción del medio que supondremos lineal con la velocidad.

Tomando el extremo superior del resorte como origen de coordenadas y el eje y creciente hacia abajo, si corremos verticalmente la masa hasta una posición genérica y tendremos:

$$\vec{P} + \vec{F}_e + \vec{f}_b = m\vec{a}$$

$$P\vec{j} - Fe\vec{j} + fb\vec{j} = m\vec{j}\ddot{y}$$

$$[mg - k(y - l_0) - by]\vec{j} = m\vec{j}\ddot{y}$$

Como todo ocurre en la dirección \vec{j} podemos escribir la ecuación escalar que será la ecuación de movimiento de la masa:

$$\ddot{y}(t) + \gamma\dot{y}(t) + \omega_0^2 y(t) = kl_0/m + g \quad (1.39)$$

La solución de la ecuación 1.39 es del tipo: $y(t) = y_h(t) + y_p(t)$, la suma de la solución de la ecuación diferencial homogénea (y_h): $\ddot{y}(t) + \gamma \dot{y}(t) + \omega_0^2 y(t) = 0$, más la solución particular de la ecuación no homogénea $y_p = C$, en donde se ha propuesto una constante.

El término correspondiente a la solución particular es una constante que es justamente la posición de equilibrio (y_{eq}) de la masa. Si hacemos el estudio del sistema, pero desde la posición de equilibrio tendremos:

$$\ddot{y}(t) + (\frac{b}{m}) \dot{y}(t) + (\frac{k}{m}) y(t) = 0.$$

Reescribiéndola,

$$\ddot{y}(t) + \gamma \dot{y}(t) + \omega_0^2 y(t) = 0, \quad (1.40)$$

donde $\gamma = \frac{b}{m} > 0$ es el parámetro de amortiguamiento y $\omega_0^2 = \frac{k}{m} > 0$ es la

frecuencia natural del oscilador (en ausencia de amortiguamiento). La variable $y(t)$ es el desplazamiento desde la posición de equilibrio.

Observaciones

El resorte sin la masa colgada tiene una longitud natural l_0 .

Si colgamos la masa en el extremo y la dejamos bajar hasta que quede en equilibrio, la longitud del resorte será l .

En ese punto la fuerza neta sobre la masa es cero (está en equilibrio), por lo tanto, la fuerza del resorte (hacia arriba) debe ser igual en módulo a la fuerza peso (hacia abajo), por lo tanto, $\Delta l = l - l_0$

Si definimos el cero del eje y en esa nueva posición (de equilibrio), la fuerza neta que actúe sobre la masa será simplemente $F = -ky$. La ecuación 1.40 es una suma de una constante por la función, más una constante por la derivada de la función, más la segunda derivada de la función. Podemos ensayar una solución de la forma $y = Ae^{\lambda t}$ y ver qué valor debe tomar λ (lambda) para que esa suma sea cero.

Si sustituimos $\ddot{y}(t) = \lambda^2 y$ e $\dot{y}(t) = \lambda y$ obtenemos:

$$(\lambda^2 + \gamma \lambda + \omega_0^2) y = 0,$$

donde sacamos y como factor común. Como y no puede ser 0 para todo t , debe ser cero la expresión entre paréntesis. Hallando las raíces de esa ecuación de segundo grado en λ , se tiene:

$$\lambda = -\frac{\gamma}{2} \pm \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2}.$$

El discriminante $\Delta = \frac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2$, determinará si las raíces son: dos raíces reales

diferentes, una raíz doble o raíces complejas conjugadas.

A continuación se discuten los diferentes casos según el discriminante.

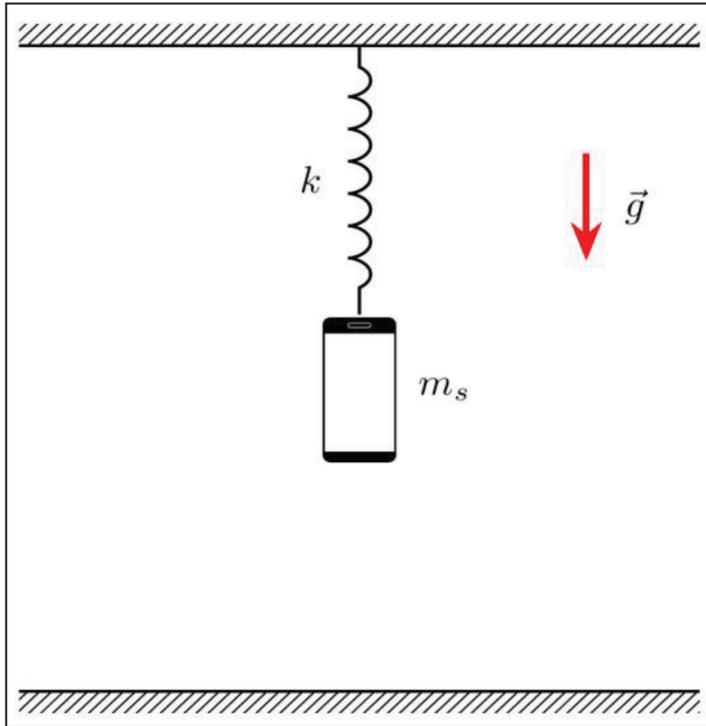


Figura 1.29 Diagrama esquemático de un oscilador amortiguado basado en un sistema masa resorte.

Régimen subamortiguado ($\Delta < 0$)

Cuando el discriminante es menor que cero las raíces son complejas conjugadas.

Como $\frac{\gamma^2}{4} < \omega_0^2$ se tiene la raíz cuadrada de un número negativo, por lo tanto, se puede reescribir haciendo uso de los números complejos de la siguiente manera:

$$\lambda_1 = -\gamma/2 + i\sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}}, \quad \lambda_2 = -\gamma/2 - i\sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}}$$

A partir de este resultado tendremos que:

$$y = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t},$$

y, por lo tanto, la función de movimiento para este tipo de régimen de amortiguamiento se puede reescribir como

$$y(t) = A_0 e^{-(\gamma/2)t} \cos(\omega t + \varphi), \quad (1.41)$$

en donde $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}}$ es la frecuencia angular A y φ son parámetros que se

determinan con las condiciones iniciales. La amplitud de oscilación decrece exponencialmente:

$$A(t) = A_0 e^{-\frac{\gamma}{2}t}. \quad (1.42)$$

En este tipo de ecuaciones se puede definir el tiempo característico o constante de tiempo, que es el tiempo para el cual la amplitud cae a $1/e \approx$

0.37 de su valor inicial. Ese tiempo característico es $\tau = 2/\gamma = 2m/b$.

Si se evalúa la ecuación 1.42 en máximos consecutivos a tiempos: $t_0, t_0 + T, t_0 + 2T, \dots, t_0 + nT$, el cociente es:

$$\frac{y(t_0)}{y(t_0+nT)} = e^{-\frac{\gamma}{2}nT}, \quad (1.43)$$

a esta relación se la conoce como el decremento del movimiento y depende solo del período $T = 2\pi/\omega_0$.

Régimen críticamente amortiguado ($\Delta=0$)

$$\text{Si } \frac{\gamma^2}{4} = \omega_0^2$$

entonces el sistema está críticamente amortiguado. En este caso, el amortiguamiento es tal que evita que el sistema realice un movimiento oscilatorio en las funciones seno o coseno habituales, ya que la ecuación 1.40 tiene dos raíces reales e iguales, es decir con multiplicidad uno, $\lambda_1 = \lambda_2 = -$

$\gamma/2$ y el desplazamiento no se puede parametrizar en la forma $e^{i\omega t}$, sino que se requiere un término lineal,

$$y(t) = (A + Bt)e^{-\gamma/2 t}, \quad (1.44)$$

donde A y B se determinan por las condiciones iniciales. Si se parte del reposo, el comportamiento es el de una función monótona decreciente hasta llegar a cero.

Como ya se mencionó, se cumple que $\frac{\gamma^2}{4} = \omega_0^2$, expresión que de forma

explícita es: $\sqrt{k_2/m} = b_{crit}/2m$, en donde se indica b_{crit} el valor para este tipo de

amortiguamiento. Despejando $b_{crit} = 2\sqrt{km}$ que es el valor del coeficiente que hace crítico el amortiguamiento. Valores por debajo de este límite indican que el sistema tendrá subamortiguamiento y superiores son indicativos de sobreamortiguamiento.

Régimen sobreamortiguado ($\Delta > 0$)

Cuando $\frac{\gamma^2}{4} > \omega_0^2$, el régimen es sobreamortiguado; en este caso las raíces son:

$$\lambda_1 = -\gamma/2 + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2}, \quad \lambda_2 = -\gamma/2 - \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2}, \text{ y la solución es una}$$

combinación lineal de exponenciales reales:

$$y(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t}, \quad (1.45)$$

con A y B dados por las condiciones iniciales.

En la Figura 1.30 se comparan los diferentes tipos de amortiguamientos: subamortiguado, críticamente amortiguado y sobreamortiguado.

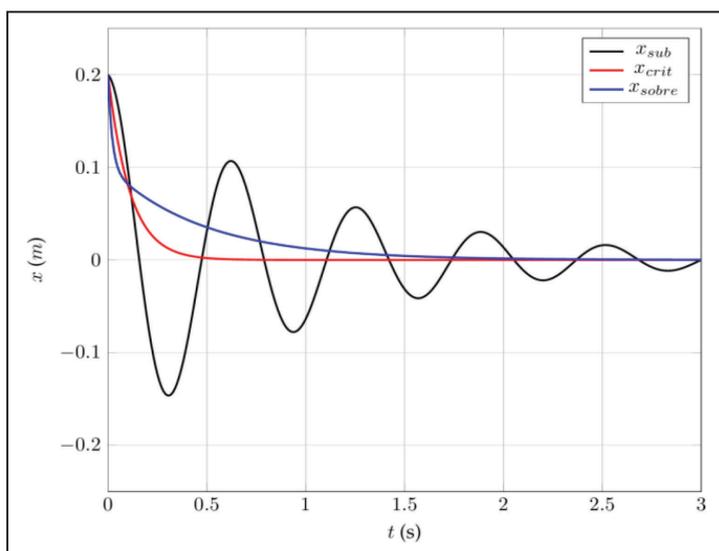


Figura 1.30 Movimiento de una masa de 0.20 kg, sujeta a un resorte de $k=20$ N/m. En trazo continuo negro el caso de subamortiguamiento con amplitud 0.20 m, $b=0.40$ Kg/s y $\varphi = 0$ rad. Con trazo rojo el caso críticamente amortiguado con $b=4.0$ Kg/s y $A=B=0.20$ m (ecuación 1.44). Finalmente con trazo azul el caso sobreamortiguado con $b=10$ Kg/s y $A=B=0.10$ m (ecuación

Proyecto 1: Oscilaciones libres

Existen diferentes métodos de toma de datos experimentales que permiten estudiar las oscilaciones de un sistema mecánico. Varios autores han proporcionado una amplia gama de posibilidades (Sans, Manjón, Pereira, Gómez-Tejedor, Monsoriu, 2013; Galeriu, Edwards, Esper, 2014; Gil, 2014; Gil, Di Laccio, 2017; Pili, Violanda, 2019). En este proyecto se propone analizar las oscilaciones de un sistema de masa y resorte vertical y evaluar si los datos experimentales se ajustan o no al modelo de oscilaciones libres.

Para el caso de oscilaciones se busca verificar la tan importante relación:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 m}{k}, \text{ al graficar el período al cuadrado en función de la masa.}$$

Equipo

Un *smartphone* con una aplicación para medir las componentes de la aceleración, un resorte, lastres de 50 g, una balanza y opcionalmente una computadora personal.

Sugerencias de trabajo

- De forma aproximada determine la constante elástica del resorte usando una pesa de masa conocida (puede ser su propio celular) y midiendo el estiramiento. Para esto ponga el sistema en equilibrio estático y use la ecuación $F = -ky$.
- Prepare su dispositivo experimental como se muestra en la Figura 1.29.
- Configure adecuadamente su aplicación para medir componentes de la aceleración desde las herramientas de Androsensor. Se sugiere un intervalo de medición de 0.02 s.
- Con el teléfono en la posición de equilibrio inicie la recolección de datos, luego estire el resorte unos centímetros y libérela desde el reposo dejando que logre el estado de régimen estacionario.
- Grafique $a_y(t)$ vs t . ¿Qué información proporciona el gráfico sobre el comportamiento del sistema? Cuando la masa pasa por la posición de equilibrio, las fuerzas peso y elástica son iguales y opuestas, la aceleración es cero. Si la lectura del acelerómetro es de $\approx 9,8 \text{ m/s}^2$ en equilibrio se puede tarar a cero mediante la lectura del acelerómetro menos $9,8 \text{ m/s}^2$. ¿Entre qué límites varía la aceleración del sistema masa y resorte? ¿En qué lugares ocurren?
- Utilizando al gráfico de la parte anterior, seleccione entre sus datos unas 4 a 8 oscilaciones, asegurándose que el sistema está en régimen. Determine el período promedio de sus oscilaciones. Anote la masa correspondiente.
- Varíe la masa del teléfono agregando lastres de 50 g y mida el nuevo período de oscilación. ¿Cómo crees que la masa afectará el período de oscilación? Mide ahora para al menos 8 masas diferentes.
- Grafique el T^2 vs m y coteje sus resultados con la ecuación 1.37. ¿Se cumple la relación entre el período cuadrado y la masa? ¿Qué implica que la gráfica siga la ecuación 1.37? ¿Cómo interpreta cualquier desviación de la relación esperada?
- Mediante el ajuste adecuado de sus datos determine k con su incertidumbre.
- ¿Cómo cree que cambiaría la oscilación si el resorte fuera más rígido o más flexible?
- ¿Qué mejoras sugeriría para este experimento en futuras ocasiones?
- Para reflexionar: ¿Cómo se relaciona el comportamiento elástico del resorte en el experimento con el comportamiento de la cuerda elástica? ¿Ambos materiales (resorte y cuerda elástica) exhiben características similares de estiramiento y recuperación? Puede probar con estudiar las oscilaciones del teléfono inteligente con cuerdas elásticas y comparar con el comportamiento aquí estudiado.

Proyecto 2: Oscilaciones amortiguadas

En el caso de oscilaciones amortiguadas se busca determinar el coeficiente de amortiguamiento del sistema en el aire. Para esta parte se pondrá a oscilar el sistema y a registrar su aceleración durante un tiempo tal que permita una reducción significativa de la amplitud de oscilación.

Equipo

Un *smarthphone* con una aplicación para medir las componentes de la aceleración, un resorte y una computadora personal.

Sugerencias de trabajo

- Prepare su dispositivo experimental como se muestra en la Figura 1.29.
- Configure adecuadamente su aplicación para medir componentes de la aceleración desde las herramientas de Androsensor. Se sugiere un intervalo de medición de 0.02 s.
- Con el teléfono en la posición de equilibrio inicie la recolección de datos, luego estire el resorte unos centímetros y libérela desde el reposo. Deje oscilar el sistema hasta que a simple vista se detecte una disminución significativa de la amplitud de oscilación³.
- ¿Qué tipo de amortiguamiento se obtiene en este caso? ¿Cómo lo sabe?
- ¿Se ajustan sus datos a la expresión: $ay(t)=a_0e^{-(\gamma/2)t} \cos(\omega t+\phi)$? ¿Qué implica que los datos se ajusten a la expresión matemática proporcionada? En caso de buen ajuste, ¿cuáles son los mejores valores para los parámetros a_0 , ω y ϕ ?
- Para cuantificar la calidad del ajuste de sus datos experimentales con su modelo teórico use como estimador el desvío cuadrático medio:
- $$\text{RMSD} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_{\text{teórico}} - y_{\text{experimental}})^2 / N}$$
, donde N es el número de datos. ¿Qué tan bueno es el ajuste? ¿Qué significa un desvío cuadrático medio pequeño en términos de precisión del modelo?
- Determine la frecuencia angular de oscilación y el coeficiente de amortiguamiento con su incertidumbre.
- A partir del ajuste de sus datos integre la aceleración para obtener la velocidad como función del tiempo y luego integre la velocidad para obtener la ley horaria de posición. ¿Por qué es útil integrar la aceleración para obtener la velocidad y luego integrar la velocidad para obtener la posición?
- ¿Qué factores podrían afectar la precisión de sus resultados y cómo podría mejorar el experimento?

³ Este experimento puede ser realizado usando una placa Arduino y el sensor de distancia que viene como accesorio para a placa (Galeriu, Edwards, Esper, 2014). Ver anexo 5.

Anexo 6: Sensor de distancia

Para esta actividad es posible sustituir el teléfono inteligente por una placa Arduino UNO con el módulo HC-SR04 (sensor de distancia). Puede descargar el programa Arduino desde: <https://www.arduino.cc/en/main/software> Para la obtención de los datos recolectados en planillas de cálculo de Excel puede instalar en su computadora personal PLX-DAQ que es de descarga libre y gratuita en: <https://www.parallax.com/downloads/plx-daq> (Buscar con: plx-daq). Es posible comunicar la placa con otros programas de análisis de datos como LabView o MatLab (Nichols, 2017, pp. 226-227).

A continuación se presenta un esquema básico del sensor de distancia y una posible programación para su funcionamiento. En este caso es necesario incluir una computadora personal y tener instalado el programa Arduino.

El sensor de distancia por ultrasonido se muestra en la Figura 1.31. El HC-SR04 cuenta con cuatro terminales: *Gnd*, *Echo*, *Trig* y V_{cc} , que deben conectarse a la placa como se muestra en la Tabla 1:

Tabla 1. Conexiones desde el sensor de distancia a la placa Arduino UNO.

Placa Arduino	HC-SR04
Alimentación de 5 V-Power	V_{cc}
GND-Power	Gnd
Pin 10-Digital	Echo
Pin 9-Digital	Trig



Figura 1.31 A la izquierda placa Arduino UNO y a la derecha el sensor de distancia HC-SR04

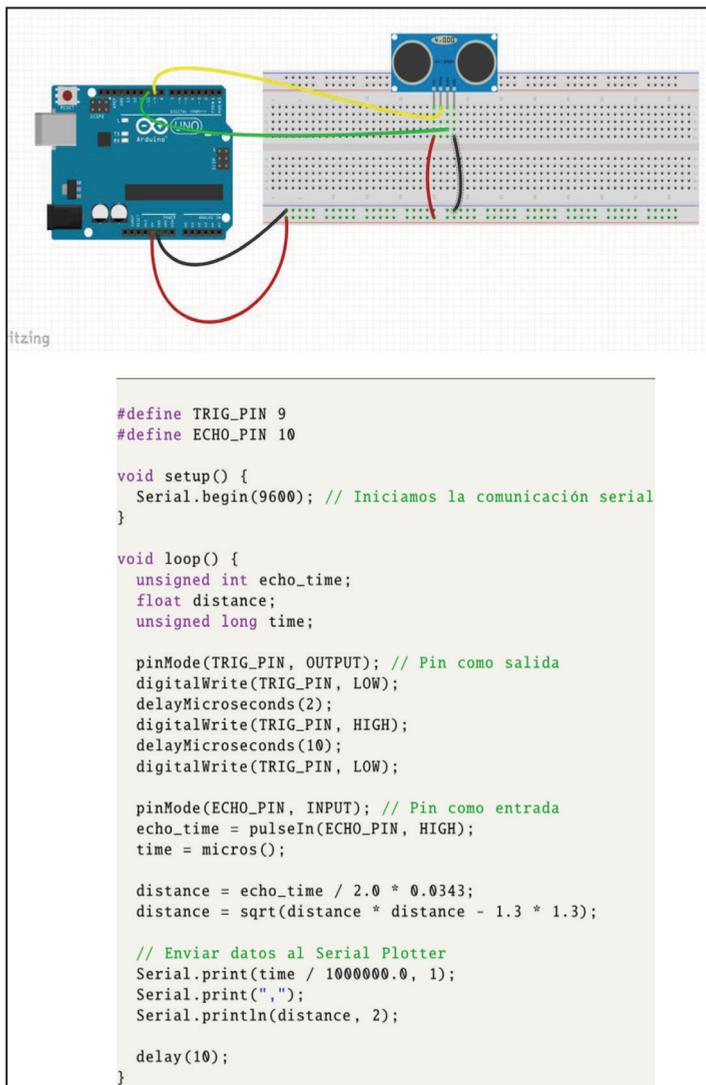


Figura 1.32 Arriba esquema de conexiones y abajo un posible código, a modo de ejemplo, para medir distancias en Arduino UNO.

Opcionalmente se puede colocar un led rojo para indicar (al encenderse) si la distancia detectada frente a un objeto es menor a un mínimo pre-establecido por el usuario. Este, por lo general, se conecta en los pines 13 y GND de la placa (*Digital*), terminales positivo y negativo respectivamente del led. El código para el registro de distancias puede ser diseñado de acuerdo con los intereses del experimentador. Aquí presentamos un código borrador a modo de ejemplo (ver Figura 1.32). Este código permite obtener distancias con un paso de tiempo de 500 ms. La distancia obtenida al multiplicar la velocidad del sonido por la mitad del tiempo de tránsito corresponde a la hipotenusa del triángulo que se forma entre el emisor, el objeto y el punto medio entre el emisor y receptor. La precisión en la medición de la distancia puede ser mejorada teniendo en cuenta que la separación

horizontal entre la salida y la entrada del sensor (≈ 2.6 cm) y usar el teorema de Pitágoras para encontrar el cateto que brinda la distancia directamente al objeto (Galeriu, Edwards, Esper, 2014, p. 158).

Referencias

- Arduino (2017). Recuperado de: <https://www.arduino.cc/en/main/software>
- Galeriu C., Edwards S., Esper G. (2014). An Arduino Investigation of Simple Harmonic Motion. *The Physics Teacher*, 52, 157. DOI:10.1119/1.4865518
- Gil S. (2014). *Experimentos de Física usando TIC y elementos de bajo costo*. Buenos Aires, Argentina: Alfaomega, 2014.
- Gil S., Di Laccio J. L. (2017). *Smartphone* una herramienta de laboratorio y aprendizaje: laboratorios de bajo costo para el aprendizaje de las ciencias. *American Journal of Physics Education*, 1305 (1-9). Recuperado de: http://www.lajpe.org/mar17/1305_Salvador_2017.pdf
- Marion, J.B., (1970) *Classical Dynamics of Particles and Systems*, Segunda Edición, Academic Press.
- Nichols, D. (2017). Arduino-Based Data Acquisition into Excel, LabVIEW, and MATLAB. *The Physics Teacher*. 55, 226. DOI: 10.1119/1.4978720
- Pili, U., Violanda, R. (2019). Measuring a spring constant with a *smartphone* magnetic field sensor. *The Physics Teacher*. 57, 198. DOI: 10.1119/1.5092488
- Sans J., Manjón F, Pereira A., Gómez-Tejedor J., Monsoriu J. (2013). Oscillations studied with the *smartphone* ambient light sensor. *European Journal of Physics*, 1349–1354.
- Young, H., Freedman, R. (2009). Movimiento en línea recta – Velocidad y posición por integración. *Física Universitaria Volumen 1*. Decimosegunda edición. México: Pearson Educación.

Péndulo simple

El péndulo simple es un sistema idealizado, constituido por una partícula de masa m que está suspendida de un punto fijo mediante un hilo. El hilo es tal que su longitud (L) es mucho mayor que lo que puede estirarse y cuya masa es muy pequeña comparada con m . Supondremos como aproximación que el sistema es conservativo. A partir de una inspección visual de la Figura 1.34, es sencillo plantear la ley de Newton en la dirección tangencial y llegar a la ecuación de movimiento del péndulo simple:

$$mL^2 \ddot{\theta} + mgL \sin\theta = 0, (1.46)$$

donde $\ddot{\theta}$ es la forma habitual de escribir la aceleración angular y g es la aceleración gravitatoria. Para pequeñas oscilaciones, $\sin\theta \approx \theta$ (en radianes), obteniéndose así la ecuación de un oscilador armónico,

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0, (1.47)$$

donde $\omega_0 = \sqrt{g/L}$ es la frecuencia natural. El período de oscilación asociado a esta frecuencia natural es $T = 2\pi/\omega_0$, que se puede escribir como:

$$T = 2\pi\sqrt{L/g}, (1.48)$$

y no depende de la masa m del péndulo ni de la amplitud de la oscilación mientras se cumpla la hipótesis de pequeñas oscilaciones. Depende de la longitud en la forma $L^{1/2}$.

Intercambios de energía en el péndulo

La energía mecánica en un péndulo simple varía entre energía cinética (E_c) y energía potencial gravitatoria (E_{pg}). Supongamos que tenemos el péndulo simple de la Figura 1.34 donde inicialmente se cumplen las condiciones: $\theta(0) = \theta_0$, la velocidad tangencial es nula y la altura respecto a un plano horizontal de referencia que pasa por la posición más baja del péndulo es h_0 . Dado que no se consideraron fuerzas disipativas, la conservación de la energía mecánica entre el instante inicial ($E_{total} = E_{pg,i} = mgh_0$) y otro genérico a tiempo t , es:

$$E_{pg,i} = E_c(t) + E_{pg}(t), (1.49)$$

$$mgh_0 = (1/2)mv^2 + mgh, (1.50)$$

donde h_0 representa la altura inicial asociada al ángulo θ_0 , v es la velocidad tangencial y h es la altura, estas dos últimas para un tiempo t genérico.

Las alturas pueden ser escritas en función del largo de la cuerda (L) y el ángulo θ como $h_0 = L(1 - \cos\theta_0)$ y $h = L(1 - \cos\theta)$; mientras que la velocidad tangencial se puede escribir usando la velocidad angular ($\dot{\theta}(t)$) como $v = L\dot{\theta}$.

La ecuación 1.50 puede escribirse como:

$$g(1 - \cos\theta) = (1/2)L\dot{\theta}^2 + g(1 - \cos\theta). (1.51)$$

En donde se ha simplificado la masa y el largo L . Desde luego, este es el caso donde solamente actúan fuerzas conservativas y de potencia nula. Las fuerzas no conservativas, como por ejemplo la fuerza de roce con el medio (fluido), disminuyen la energía mecánica del sistema.

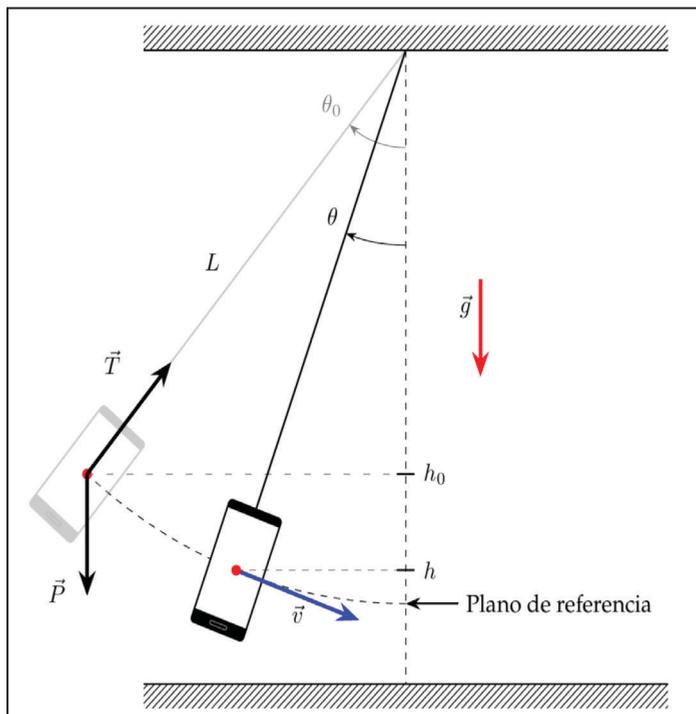


Figura 1.34. Diagrama esquemático de un péndulo simple donde h_0 es la altura inicial de la lenteja respecto del punto de equilibrio estable, h es una altura genérica. θ_0 y θ son las amplitudes angulares inicial y genérica respectivamente.

Proyecto 1: Poniendo a prueba las leyes del péndulo

El objetivo de este proyecto es poner a prueba las leyes del péndulo simple. Primero estudiar, para el caso de las pequeñas oscilaciones, la relación entre: el período de oscilación y su longitud y si se verifica determinaremos la aceleración gravitatoria. Luego estudiaremos la dependencia o no del período con la masa que pende para un largo constante.

Equipo

Un *smarthphone* que tengan aplicaciones para medir las componentes de la aceleración (acelerómetro) y/o la velocidad angular (giroscopio), hilo delgado, un soporte y de forma opcional una computadora personal.

Sugerencias de trabajo

- Implemente un péndulo como el de la Figura 1.34. Use un largo de péndulo de alrededor de 1.5 m.
- Configure su celular para registrar las componentes de la aceleración y la velocidad angular. Una frecuencia de muestreo de 100 Hz puede ser suficiente.
- Inicie la recolección de datos, separe el bulbo del péndulo (teléfono) un ángulo menor a 10° y libérela dejando que realice al menos unas 20 a 30 oscilaciones y detenga la recolección.
- Repita el ítem anterior al menos 5 largos.
- A partir de los datos recolectados, de velocidad angular o aceleración, grafique cada uno y obtenga el período promedio para cada longitud.
- Grafique T^2 vs l y mediante el ajuste adecuado de los datos, determine el valor de la aceleración gravitatoria. ¿Cómo se relaciona la pendiente de la gráfica con la aceleración gravitatoria?
- Como segundo caso, elija un largo fijo de su péndulo, por ejemplo 1.5 m y determine el período de oscilación usando un único teléfono inteligente. Luego repita el largo pero usando de bulbo dos teléfonos adheridos entre sí. ¿Se producen variaciones en el período? ¿Por qué?
- ¿Cómo se podrían explicar las variaciones en el período de oscilación al utilizar dos teléfonos en lugar de uno?
- Considerando el experimento del péndulo que realizamos, ¿cómo cree que se relaciona con el movimiento de un columpio en un parque infantil? ¿Podría repetir el experimento utilizando un columpio en lugar de un péndulo tradicional y comparar los resultados? Explore cómo las variables como la longitud y la masa podrían afectar el periodo de oscilación en ambos casos.
- Cuando realizamos el experimento del péndulo, consideramos un sistema idealizado sin tener en cuenta, por ejemplo, el roce en el eje de giro. Ahora, piense en los columpios reales que encuentra en parques.
- ¿Cómo cree que el roce en el eje de giro afecta el movimiento de un columpio en comparación con nuestro péndulo idealizado?

Proyecto 2: Intercambios de energía en el péndulo

Aquí nos proponemos estudiar los intercambios de energía en el péndulo y poner a prueba la ecuación 1.50. Para ello utilizaremos la App AndroSensor y sus sensores (inclinómetro, gravedad, giroscopio).

Equipo

Un péndulo donde la lenteja es un teléfono inteligente, una cinta métrica y un ordenador personal (PC).

Sugerencias de trabajo

- Realice un montaje similar al de la Figura 1.34. La lenteja del péndulo es un teléfono inteligente que tendrá también la función de medir la velocidad angular (giroscopio) respecto de sus ejes.
- Coloque el péndulo en un ángulo mayor a 40° respecto a la vertical (puede utilizar el inclinómetro del teléfono o habilitar el sensor de gravedad para calcular el ángulo). Inicie la grabación del giroscopio en el teléfono y libere el teléfono desde el reposo. Espere al menos tres oscilaciones completas.
- Después de la recolección de datos, grafique las componentes de la velocidad angular en función del tiempo e identifique la componente correspondiente al plano de giro del péndulo.
- Obtenga la velocidad angular máxima de cada oscilación y luego calcule la velocidad tangencial de la lenteja al pasar por la posición más baja de la trayectoria. ¿Varía entre cada pasada? ¿La variación es significativa?
- Calcule la energía mecánica por unidad de masa para la posición inicial y grafique la energía cinética y la energía potencial gravitatoria por unidad de masa de la lenteja en función del tiempo.
- Compare la suma de la energía cinética y potencial gravitatoria por unidad de masa con la energía mecánica por unidad de masa al inicio.
- ¿Se conserva la energía mecánica? ¿Cómo lo sabe?
- Evalúe cómo los resultados obtenidos se alinean con la ecuación 1.51, analizando posibles desviaciones y su explicación.

Referencias

- Asim, F. (2015). Androsensor. Recuperado de: <http://www.fivasim.com/androsensor.html>
- Buzzo Garrao, R. (2007). Estrategia EE (Excel-Euler) en la enseñanza de la Física. *American Journal Physics Education*, 1 (1). 19-23.
- Calderón, S., Núñez, P., Di Laccio, J.L., Mora Iannelli, L. y Gil, S. (2015). Aulas-laboratorios de bajo costo, usando TIC. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*.12 (1), 212-226.
- Forinash, K., Wisman, R. (2015). Photogate Timing with a *Smartphone*. *The Physics Teacher* 53, 234. DOI: 10.1119/1.4914566
- Gil S. (2014) *Experimentos de Física usando TIC y elementos de bajo costo*. Buenos Aires, Argentina: Alfaomega.
- Gil, S., Di Laccio J. L. (2017). *Smartphone* una herramienta de laboratorio y aprendizaje: laboratorios de bajo costo para el aprendizaje de las ciencias. *American Journal of Physics Education*, 1305 (1-9). Recuperado de: http://www.lajpe.org/mar17/1305_Salvador_2017.pdf
- Kuhn, J., Vogt, P. (2013). Applications and Examples of Experiments with Mobile Phones and *Smartphones* in Physics Lessons. *Frontiers in Sensors*, 67-73.
- Resnick, R., Halliday, D., Krane, K. (2011). *Física Volumen 1*. México: Grupo Editorial Patria.
- Young, H. y Freedman, R. (2009). *Física Universitaria Volumen 1*. Decimosegunda edición. México: Pearson Educación.

Calor, fluidos y ondas

Termografía infrarroja

Todos los cuerpos por el solo hecho de encontrarse a cierta temperatura, emiten radiación electromagnética en una amplia variedad de longitudes de onda debido a las vibraciones de sus moléculas. Dependiendo de la temperatura a la que se encuentre, emitirán radiación más intensa en una u otra zona del espectro electromagnético.

En 1909, el físico alemán Max Planck enunció la ley que describe la emisión térmica. De esta ley se deducen las leyes de Wien y la de Stefan- Boltzmann.

La ley de Wien establece que la longitud de onda en la que la radiancia espectral alcanza su máximo, cumple con:

$$\lambda_{m\acute{a}x} T = 2.898 \times 10^{-3} mK . (2.1)$$

Este resultado era bien conocido antes de que Planck desarrollara su teoría de radiación térmica. La longitud de onda del color es la misma que la calculada para la $\lambda_{m\acute{a}x}$. Así, un objeto de hierro a temperatura ambiente (≈ 300 K), presenta un pico de emitancia radiante a $9,7 \mu m$, en el infrarrojo lejano, que nuestros ojos no son capaces de percibir, pero sí puede detectarse mediante una cámara de infrarrojos.

La ley de Stefan-Boltzmann, enunciada por los austriacos Josef Stefan y Ludwig Boltzmann, afirma que la radiancia (energía emitida por unidad de tiempo por unidad de área) por un cuerpo es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta:

$$R = \varepsilon \sigma T^4, (2.2)$$

siendo $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} W \cdot m^{-2} K^{-4}$, donde ε es la emisividad ($0 < \varepsilon < 1$), propiedad que indica la relación entre la radiación emitida por una superficie real y la emitida por el cuerpo negro a la misma temperatura. Para el cuerpo negro $\varepsilon = 1$; cuanto menor sea el valor de la emisividad, como la que presentan los metales pulidos, mayor será el porcentaje de radiación reflejada. A estos cuerpos, con $\varepsilon < 1$, se los denomina cuerpos grises.

Nuestros ojos son órganos foto-receptores que han evolucionado para detectar la radiación electromagnética exclusivamente en el espectro de la luz visible. Cualquier otro tipo de radiación electromagnética, como la infrarroja, es invisible para el ojo humano (de Prada Pérez, 2016). La termografía infrarroja es una técnica no invasiva que permite determinar temperaturas de forma indirecta, a través del uso de cámaras termográficas, que miden y toman imágenes de la radiación infrarroja emitida por los cuerpos sin necesidad de que haya luz visible. Como esta radiación es función de la temperatura de la superficie del cuerpo y de su emisividad, la cámara permite el cálculo y visualización del valor de dicha temperatura si se conoce la emisividad.

En la actualidad el acceso a cámaras termográficas es sencillo y a un relativo bajo costo, si se compara con equipos profesionales de laboratorios, se puede comprar como accesorio para teléfonos inteligentes o directamente comprar uno con ella incorporada. La cámara termográfica *FLIR One* (FLIR Systems, 2017) es un accesorio para teléfonos inteligentes con sistema IOS o Android. La cámara se detecta con el *smarthphone* a través de una aplicación que se llama *FLIR One*, que es de descarga libre en Play Store para los sistemas Android. Esta aplicación facilita la captura de imágenes térmicas de diferentes situaciones de interés para la física o ramas afines. Las imágenes térmicas permiten obtener temperaturas en un plano del objeto de forma simultánea, pudiéndose detectar patrones térmicos, anomalías, entre otros comportamientos de la temperatura y propagación del calor en los objetos.

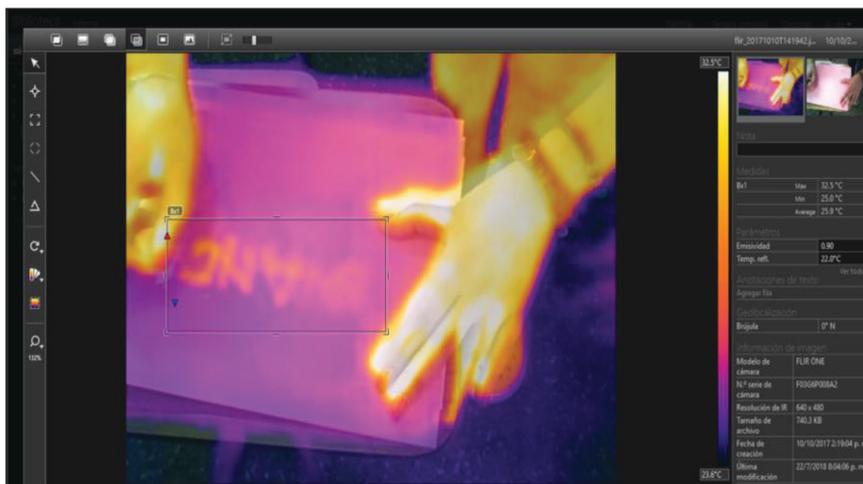


Figura 2.1 Imagen tomada con la cámara termográfica al escribir con una goma sobre un banco de madera. La imagen se carga al programa Flir Tools.

Este equipamiento permite abordar diferentes fenómenos de transferencia de calor por conducción, convección y radiación entre sistemas, que se pueden analizar y comprender en mayor profundidad si se incluye al análisis el programa *Flir Tools*. Este programa puede descargarse desde https://play.google.com/store/apps/details?id=com.flir.viewer&hl=es_419 para teléfonos inteligentes. También es posible descargar el programa para su computadora personal. En la Figura 2.1 se muestra una fotografía tomada con un *smarthphone* con el accesorio de la cámara termográfica, la cual está siendo analizada con el programa *Flir Tools*.

Para la obtención de una imagen térmica se debe seleccionar el rango de emisividad en el equipo (mate, semi-mate, semi-brillante y brillante). Es conveniente realizar un buen encuadre y enfoque del objeto al cual se quiere medir la temperatura acercándose lo más que se pueda. También se deben tener en cuenta las condiciones de temperatura y humedad ambiente, registrarlas para luego incorporarlas al análisis cuantitativo. La medición de temperaturas con precisión, a partir de una imagen termográfica, es posible atendiendo un conjunto de recomendaciones al momento de su obtención, así como ingresando los parámetros adecuados al programa de análisis: emisividad, humedad,

temperatura de reflexión, distancia, temperatura ambiente entre otros. Puede informarse con más detalle en <https://www.fenercom.com/pdf/publicaciones/Guia-de-la-Termografia-Infrarroja-fenercom-2011.pdf>, Capítulo9: *Cómo medir la temperatura con la cámara termográfica*, páginas 87 a 97. Es importante destacar que la temperatura obtenida por este método queda afectada por múltiples incertidumbres. En cambio, las diferencias relativas, se miden con más precisión.

Proyecto 1: Percepción subjetiva de la temperatura de un cuerpo

El concepto de temperatura se origina en las ideas cualitativas de “caliente” y “frío” basadas en nuestro sentido del tacto. Un cuerpo que se siente caliente suele tener una temperatura más alta, que un cuerpo similar que se siente frío. Estas nociones son vagas y nuestros sentidos pueden muchas veces engañarnos ya que lo que comúnmente sentimos como calor o frío es la rapidez de transferencia de calor (W/m^2) en un sentido u otro. Esto depende, no solo de la diferencia de temperatura entre nuestro cuerpo y el objeto, sino de la conductividad térmica del objeto. Por eso, un metal se percibe más frío al tacto que un pedazo de madera a la misma temperatura. Además, existe un efecto de "acostumbramiento" de nuestros sentidos que afecta nuestra percepción de calor o frío.

En este proyecto se discute la sensación térmica percibida por una persona al colocar un dedo en un recipiente con agua tibia, donde previamente se sumerge el dedo en agua a diferentes temperaturas (fría y caliente), con medida la temperatura del agua usando imágenes térmicas.

Equipo

Teléfono inteligente, accesorio cámara termográfica, tres vasos y agua.

Sugerencias de trabajo

- Prepare su teléfono inteligente colocándole el accesorio de la cámara termográfica. No olvide previamente descargar e instalar la aplicación necesaria para su detección, *Flir one*. Descargue además el programa de análisis de imágenes *Flir Tools*.
- Etiquete tres vasos: frío, tibio y caliente. Luego vierta agua fría, tibia y caliente en cada vaso etiquetado. Realice una imagen térmica que contenga los tres vasos. ¿Se diferencian claramente las diferentes temperaturas?
- Coloque los dedos índices de cada mano en los vasos de agua fría y caliente y cuente hasta 20 y luego retírelos simultáneamente. Realice una imagen térmica de sus dedos y rápidamente colóquelos en el vaso de agua tibia.
- ¿Qué sensación térmica tiene en cada uno de sus dedos?
- ¿Es el hombre un buen instrumento para medir temperaturas? ¿En qué basa su afirmación?

Proyecto 2: Madera y metal como conductores de térmicos

Cuando colocamos la mano sobre la superficie de una mesa, se produce una transferencia de energía del cuerpo de mayor temperatura al de menor, por lo general, de la mano a la mesa. El mecanismo de transferencia de calor por contacto se denomina *conducción térmica* y la energía transferida en el proceso cantidad de calor, Q . Este proceso se caracteriza por la existencia de un medio material a través del cual se propaga la energía y la transmisión sin transporte de materia. A nivel atómico, los átomos de las regiones de mayor temperatura tienen más energía cinética, en promedio, que sus vecinos a menor temperatura, así le transfieren algo de su energía. Los vecinos colisionan con otros vecinos, continuando así a través del material. La energía asociada al movimiento térmico se propaga por conducción.

Los metales generalmente son buenos conductores del calor ya que tienen algunos electrones que pueden abandonar sus átomos originales y vagar por la red cristalina. Estos electrones “libres” pueden llevar energía rápidamente de las regiones de mayor temperatura a las de menor. Este mecanismo permite entender porque los buenos conductores de calor suelen ser buenos conductores eléctricos (Young y Freedman, 2009). Las fotografías termográficas permiten estudiar diferentes fenómenos, entre ellos la conducción térmica en metales (Xie, 2012)

Equipo

Teléfono inteligente, accesorio cámara termográfica, madera y metal y opcionalmente, una computadora personal.

Sugerencias de trabajo

- Prepare su teléfono inteligente colocándole el accesorio de la cámara termográfica. No olvide previamente descargar e instalar la aplicación necesaria para su detección, *Flir one*. Descargue además el programa de análisis de imágenes *Flir Tools*.
- Tome una madera (puede usar una mesa) y utilizando la cámara termográfica de su teléfono inteligente obtenga una imagen térmica (posicione su cámara termográfica lo más cerca posible y en un plano paralelo a la madera), luego coloque su mano sobre la madera, al menos unos 20 segundos, retírela, y vuelva a obtener una imagen térmica.
- Tome ahora una superficie metálica y repita los pasos del ítem anterior (ver Figura 2.2).
- En cada uno de los casos anteriores se realiza una transferencia de energía desde su mano (T_1) al material (T_2), suponemos que $T_1 > T_2$. Realice un estudio de cada una de las imágenes utilizando *Flir Tools*, particularmente, evalúe el cambio de temperatura de la zona de la madera y metal en donde colocó su mano. Puede ser útil utilizar la herramienta de medición de cuadros, isoterma y exportar los datos en formato *.csv* para su posterior análisis.
- ¿Cuál de los dos materiales presenta mayor conductividad térmica?
- ¿Cómo lo sabe? Explique.



Figura 2.2 Mano colocada sobre una escalera metálica.

Proyecto 3: ¿De qué manera se enfría un plato de sopa?

La propagación de energía mediante el mecanismo calor a través de la *convección* se caracteriza por la existencia un medio material fluido a través del cual se propaga la energía. La convección se produce cuando un objeto que está a mayor temperatura que su entorno entra en contacto, por ejemplo, con el aire circundante y muy cercano a este, esto hace que se eleva la temperatura del aire, implicando una disminución de su densidad. Este aire al ser menos denso que el aire cercano, sube, y se establece una circulación por convección. En este caso, se denomina convección natural, al no haber otro mecanismo de forzamiento que las diferencias de densidad y temperatura en el fluido.

Cuando se calienta agua en una olla en la hornalla de una cocina o en una jarra térmica, se producen corrientes de convección (ver Figura 2.3). Existen al menos dos tipos de convección, la natural y la forzada.



Figura 2.3 Jarra térmica calentando agua, la diferencia de colores evidencia el proceso de convección.

Equipo

Teléfono inteligente, accesorio cámara termográfica, un sobre de sopa, un plato para servir la sopa y opcionalmente una computadora personal.

Sugerencias de trabajo

- Prepare su teléfono inteligente colocándole el accesorio de la cámara termográfica.
- Prepare, por ejemplo, un sobre de sopa con agua caliente y vierta en un plato una porción con distribución homogénea. Mida el diámetro del plato y anote la temperatura ambiente. En la Figura 2.4 se muestra la imagen térmica de un plato de sopa.
- Coloque una regla de referencia de distancias y capture un conjunto de 8 imágenes térmicas en un plano paralelo al plato, espaciadas entre sí aproximadamente un minuto y manteniendo fijo el lugar de la cámara.
- Para cada una de las imágenes obtenga un perfil de temperatura, es decir, seleccione medida lineal de temperatura desde el centro del plato al borde. Identifique además zonas “isotermas” es decir regiones en donde la diferencia de temperatura es del orden de 1°C .
- Grafique T vs r , donde T es la temperatura correspondiente a la distancia r medida desde el centro del plato al borde. Se sugiere que el estudio de las “isotermas” defina las temperaturas y las distancias r correspondientes. Repita el gráfico para cada imagen térmica. ¿Qué tipo de ajuste obtiene en cada caso? ¿Qué regiones se encuentran a menor temperatura?
- Para $r = 0$, $r = R/2$ y $r = R$ grafique T vs t usando las 8 imágenes térmicas. ¿Cuánto tiempo esperarías para empezar a comer? ¿Qué cuidados tendría?
- ¿Por qué lugar comenzaría a servirse el alimento?
- ¿Qué efecto tiene en la convección la temperatura ambiente?



Figura 2.4 Imagen térmica de un plato de sopa tomada con la cámara Flir One para teléfonos inteligentes, vista en el visible.

Medición de temperatura

La medida de temperatura se basa en alguna propiedad termométrica de un sistema o sustancia, que permita una medida repetible, precisa de la temperatura de un objeto.

Proyecto 1: Midiendo temperatura con Arduino UNO

En este proyecto se propone construir un sensor de temperatura utilizando un circuito integrado (LM35) cuyo

voltaje de salida es aproximadamente proporcional a la temperatura. Su rango de medición de temperaturas abarca desde $-55\text{ }^{\circ}\text{C}$ hasta $150\text{ }^{\circ}\text{C}$. A temperatura ambiente tiene una precisión de alrededor de $0.25\text{ }^{\circ}\text{C}$ y a rango completo de

$0.75\text{ }^{\circ}\text{C}$. La salida es lineal y cada grado Celsius equivale a 10 mV , por lo tanto: $100\text{ }^{\circ}\text{C} = 1000\text{ mV}$. En la Figura 2.5 se presenta el LM35, se identifican los conectores: +V, Gnd y Vout. Los dos primeros permiten la alimentación del circuito y los dos últimos brindan la salida de voltaje que depende de la temperatura. El voltaje de alimentación nominal del LM35 es de 5 V , extraído de la placa Arduino UNO.

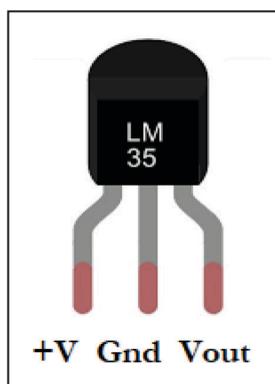


Figura 2.5 LM35 y sus tres conectores, +V y Gnd lo alimentan y Gnd y Vout la salida de voltaje.

Equipo

Una placa Arduino UNO, un LM35, conectores jumper, un protoboard y una computadora personal con acceso al programa Arduino⁴. Alternativamente se puede usar un protoboard, pilas y un multímetro.

Sugerencias de trabajo

- Prepare su computadora personal. Si aún no tiene instalado Arduino Uno, proceda a realizarlo ya que será necesario para el desarrollo de su proyecto.
- Realice el montaje que se muestra en la Figura 2.6. Note que: +V y Gnd se conectan en POWER de la placa, el primero a 5 V y el segundo a GND. Por su parte Vout se conecta en ANALOG IN en el pin A0⁵.
- Ingrese al programa Arduino una programación para recolectar datos que permitan obtener la temperatura y simultáneamente se comunique con algún programa de tratamiento de datos, por ejemplo Excel, MatLab o LabView. Puede visitar https://www.mathworks.com/hardware-support/arduino-matlab.html?s_tid=srchtitle para descargar el paquete de compatibilidad con MatLab. En la Figura 2.7 se proporciona una programación básica en Arduino que le puede resultar de utilidad, ya que, permite obtener unos valores entre 0 y 1023 que están asociados a la resolución de 10 bit de la plaqueta. Esos valores se pueden convertir a voltaje simplemente con $V=5*lectura/1023$, la resolución en voltaje es de aproximadamente 5 mV. Conociendo la curva de calibración del LM35, fácilmente se pueden usar los voltajes para obtener el valor de la temperatura. Si usa esta programación, valore sus ventajas y desventajas y/o modifíquela para el logro de sus propósitos.
- Una vez implementado el sensor de temperatura, realice pruebas de comparación de sus mediciones con las que se obtienen con un termómetro común de alcohol. Liste ventajas y desventajas entre usar uno u otro sistema de medición.
- Si desea usar su sensor de temperatura en líquidos se sugiere que utilice algún tipo de encapsulamiento del LM35. Es suficiente usar termo contraíbles para cables. ¿En qué afecta el encapsulamiento al funcionamiento de su sensor?

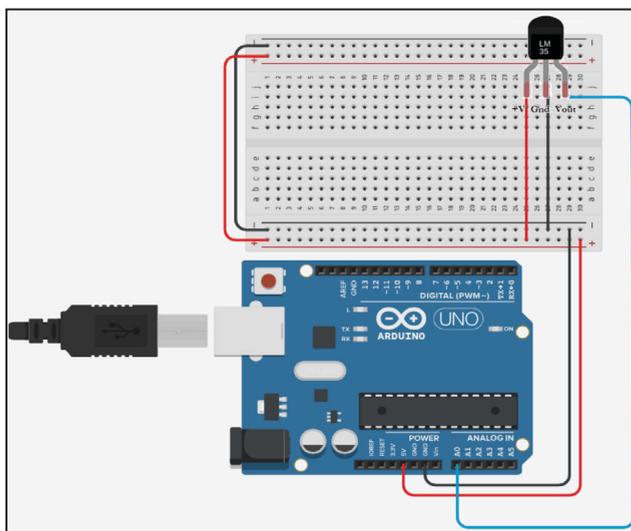


Figura 2.6 Esquema de conexiones del LM35 en la placa Arduino para ser usado como sensor de temperatura.

⁴ Ver anexo 5 para los detalles de descarga y recolección de datos.

⁵ Esta forma de conexión es compatible con las programaciones brindadas en el anexo 6.

```

// Código para medir temperatura con LM35, registrar
tiempo.

unsigned long tiempoAnterior = 0; // Variable para
almacenar el tiempo de la última medición

void setup() {
  Serial.begin(9600); // Iniciar comunicación serial
}

void loop() {
  // Obtener el tiempo actual
  unsigned long tiempoActual = millis();

  // Realizar la medición solo si ha pasado al menos
  1000 milisegundos (1 segundo)
  if (tiempoActual - tiempoAnterior >= 1000) {
    // Leer el valor analógico del sensor
    int valorSensor = analogRead(A0);

    // Convertir el valor analógico a temperatura en
    grados Celsius
    float temperatura = (valorSensor * 5.0 / 1023.0) *
    100.0;

    // Imprimir el tiempo y la temperatura a través de
    la comunicación serial
    Serial.print("Tiempo: ");
    Serial.print(tiempoActual / 1000); // Convertir
    milisegundos a segundos
    Serial.print(" s - Temperatura: ");
    Serial.print(temperatura);
    Serial.println("Celsius");

    // Actualizar el tiempo de la última medición
    tiempoAnterior = tiempoActual;
  }
}

```

Figura 2.7 Ejemplo de programación para medir temperatura con ML35 en Arduino UNO.

Proyecto 2: Enfriamiento de un cuerpo en el agua

El objetivo de este proyecto es estudiar el enfriamiento de un cuerpo totalmente sumergido en agua. Para ello se utiliza una botella de refresco a la cual se le vierte una crema coloreada (maicena, agua y colorante) a una temperatura aproximada de entre 50° y 60°C. En este caso se produce una transferencia de calor entre ambos cuerpos, siendo la cantidad de calor, Q , la magnitud que mide la energía transferida.

La cantidad de calor se obtiene:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T, (2.3)$$

en donde m es la masa del cuerpo, c su calor específico y ΔT la diferencia de temperatura que este experimenta⁶.

Si tenemos un cuerpo de masa m , y área A , a una cierta temperatura inicial T_i , inmerso en un fluido a temperatura T_0 (supuesta inferior a T_i), este comienza a disminuir su temperatura. Si la diferencia de temperaturas entre el cuerpo y el fluido no es demasiado grande, la energía

⁶ Se supone que no se produce cambio de estado.

transferida por unidad de tiempo mediante el mecanismo calor, (\dot{Q}), hacia el cuerpo o desde el cuerpo por conducción, convección y radiación puede modelarse como proporcional a la diferencia de temperatura entre el cuerpo y el fluido.

$$\dot{Q}(t) = \alpha A (T_i - T_0), \quad (2.4)$$

α es el coeficiente de transferencia de calor. Combinando las ecuaciones 2.3 y 2.4 tenemos:

$$dT(t)/dt = -k(T(t) - T_0), \text{ con } k = \alpha A / mc. \quad (2.5)$$

Esta relación se conoce como Ley de enfriamiento de Newton. La constante de tiempo del proceso es $\tau = 1/k$.

La solución de la ecuación 2.5 es la siguiente:

$$T(t) = T_0 + (T_i - T_0) e^{-kt}, \quad (2.6)$$

la cual resulta de integrar la ecuación 2.5 con $T = T_i$ como condición inicial.

Equipo

Un teléfono inteligente, un termómetro, una botella de refresco de plástico, una Interface LabQuest2 de Vernier y un sensor de temperatura⁷. Opcional: Sensor de temperatura construido con Arduino UNO y una computadora personal.

Sugerencias de trabajo

- Realice un montaje experimental como el que se muestra en la Figura 2.8, el recipiente de agua debe tener un volumen suficientemente grande como para evitar aumente su temperatura significativamente al colocar el envase.
- Mida la temperatura del agua, T_0 , colocando un termómetro.
- Prepare la botella con la crema (bien llena) y coloque el sensor de temperatura totalmente sumergido.
- Prepare su sistema de recolección para medir al $T(t)$, coloque el cuerpo en el agua, totalmente sumergido, e inicie simultáneamente la recolección de datos.
- Grafique $T(t) - T_0$ en función del tiempo. ¿Qué tipo de curva obtiene?
- Linealice la ecuación 2.6 y a partir del ajuste de sus datos determine k
- con su incertidumbre.
- Suponga que ahora tiene una botella de refresco de la misma línea pero de mayor volumen, por ejemplo: 600 mL y luego 1.5 L, y repite el experimento, ¿cambia el k ? ¿Por qué?

⁷ Esta interface y el sensor es proporcionado por el docente de forma indirecta, a través de una conexión mediada por Internet. Se ha optado por incluir esta interface debido a que se cuenta con la misma en el Depto. de Física del CENUR. Por otro lado presenta facilidad de incorporación en la masividad ya que permite compartir en simultáneo la toma de datos con el grupo de estudiantes. Puede ver más en el Anexo 6.



Figura 2.8 Balde contenedor de agua y recipiente con sensor de temperatura a la izquierda y a la derecha interface LabQuest2.

Anexo 7

LabQuest 2 es una interface de sencilla manipulación y con potencial para el trabajo en el laboratorio de ciencias (ver Figura 2.9). Permite

incorporar diferentes sensores que posibilitan la medición de diferentes magnitudes de interés, como por ejemplo: distancia, voltajes, intensidad de corriente, temperatura, campo magnético entre otras. Puede obtener más información en: <https://www.vernier.com/training/videos/play/?video=104&autoplay=true> Más allá de amplia gama de posibilidades de medición de magnitudes físicas, presenta algunas ventajas adicionales como: la autonomía de medición y la posibilidad de crear un túnel para acceder al equipo a través de un código QR o una dirección IP. Esto hace que a tiempo real los estudiantes puedan contar con datos de actividades experimentales para su procesamiento, ver Figura 2.10.



Figura 2.9 Interface LabQuest2

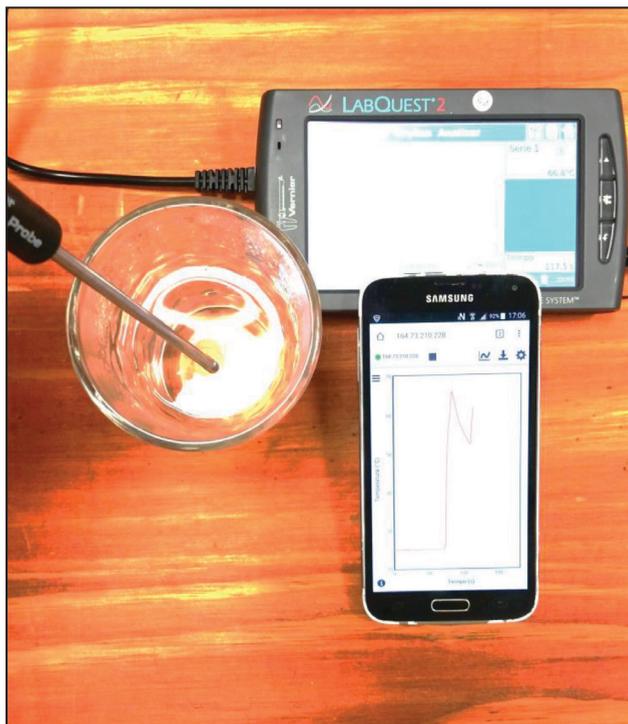


Figura 2.10 Conexión a través de IP de la interface con un teléfono inteligente.

Referencias

- De Prada Pérez I. (2016). La termografía infrarroja: un sorprendente recurso para la enseñanza de la física y la química. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias* 13 (3), (617–627)
- FLIR Systems, I. (2017). FLIR. Recuperado de: <https://www.flir.com/flirone/>
- Gil S. (2014). *Experimentos de Física usando TIC y elementos de bajo costo*. Buenos Aires, Argentina: Alfaomega.
- Haglund J., Fredrik J., Hedberg D., Schönborn K. (2015). Thermal cameras in school laboratory activities. *Physics Education*, 1-10.
- Nichols, D. (2017). Arduino-Based Data Acquisition into Excel, LabVIEW, and MATLAB. *The Physics Teacher*. 55,226. DOI: 10.1119/1.4978720
- Xie C. (2012). Transforming Science Education with IR Imaging. *InfraMation 2012 Proceedings*, 1-9.
- Young, H., Freedman, R. (2009). *Física Universitaria Volumen 1*. Decimosegunda edición.

Fluidos conservativos en régimen permanente

Ya tenemos una idea de sentido común de cuándo estamos trabajando con un fluido o un sólido: los fluidos tienden a fluir cuando interactuamos con ellos; los sólidos tienden a deformarse o doblarse. Un fluido es una sustancia que se deforma continuamente bajo la aplicación de un esfuerzo de corte (tangencial) sin importar cuán pequeño sea. Así, los fluidos comprenden las fases líquida y gaseosa (o vapor) de las formas físicas en las que existe la materia (Fox, McDonald, Pritchard, 2004). Sin embargo, el término *fluir* es algo ambiguo si no se dice precisamente cuál es el tiempo de observación del fenómeno. Tomemos como ejemplo los vidrios de una ventana añeja; en la parte inferior de la ventana el vidrio es más grueso que en la superior, esto hace pensar que el vidrio fluye si se espera el tiempo suficiente. Para evitar ambigüedades de este tipo, se puede definir el número de Deborah (De), que tiene en cuenta el tiempo de relajación que caracteriza la fluidez intrínseca de un material, y el tiempo de observación. Es un número sin dimensiones debido a que es un cociente de tiempos:

$$De = t_c / t_{obs}, \quad (2.7)$$

donde t_c es el tiempo de relajación del material y t_{obs} se refiere a la escala temporal característica.

Si el número de Deborah es 0 la sustancia es un fluido ideal y si es infinito es un sólido. En ocasiones se estudian los fluidos de forma simplificada, como se realiza aquí (El estudio de fluidos en movimiento es complejo y excede los requerimientos de un primer curso de Física básica), y para ello se usa el concepto de fluido ideal, es decir $De \approx 0$.

Un fluido ideal presenta las siguientes características:

- Es *incompresible*: en términos prácticos esto significa que su densidad (ρ_0) se considera constante
- Su *fricción interna* se considera nula: el roce entre las capas que componen el fluido no es significativo y las pérdidas de energía son nulas.

Todos los flujos de fluido que serán considerados en este texto son tales que:

- El régimen es *estacionario*: la velocidad en cada punto del fluido es constante en el tiempo.
- El flujo es *laminar*: se produce un movimiento ordenado en donde cada partícula de fluido sigue una trayectoria llamada línea de corriente que es de utilidad para representar la velocidad en diferentes puntos del fluido.
- El flujo es *irrotacional*: no presenta remolinos, es decir, no tiene momento angular asociado.
- En todo momento se supone que *la tubería está completamente llena con el fluido*.

En la Figura 2.11 se puede ver una tubería por la cual circula un fluido ideal en la que se han marcado dos puntos de referencia. En el punto 1, la tubería tiene una sección recta de área A_1 , mientras que en el 2, el área es A_2 . Entre esas dos áreas y las paredes internas de la tubería queda encerrado

un volumen que llamaremos *volumen de control*. Si consideramos un volumen V del fluido que ingresa al volumen de control por la sección del tubo de área A_1 en un tiempo Δt , podemos deducir que un volumen igual del líquido debe salir por la sección del tubo de área A_2 en el mismo tiempo. Arribamos a esta conclusión prestando especial atención a la primera característica de un fluido ideal, es *incompresible*. Tal vez esta perspectiva pueda parecerle algo artificial, pero físicamente detrás de este razonamiento está la conservación de la masa, ya que un volumen dado de fluido equivale a una cierta masa, podemos concluir que: para que ingrese al volumen de control una masa m por el extremo 1 de la tubería, debe salir exactamente la misma cantidad de masa por el extremo 2 en el mismo tiempo. Esto implica que no puede acumularse (o perderse) masa dentro del volumen de control, lo que es consistente con la idea de que el fluido ideal es incompresible. Por esta razón no se dieron subíndices a los volúmenes y simplemente se los llamaron V .

Si escribimos estos volúmenes en función de las áreas A_1 y A_2 , y las velocidades correspondientes, tendremos:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (2.8)$$

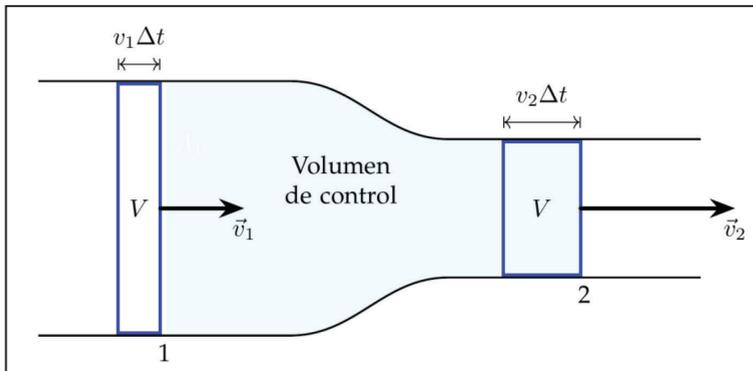


Figura 2.11 Ecuación de la continuidad.

La expresión que obtuvimos en la ecuación 2.8 nos permite conocer las relaciones de las velocidades con la que el fluido transita a través de la tubería si conocemos las relaciones entre las áreas de secciones rectas de la entrada y la salida, en caso de haber más de una entrada o salida es un poco más complicado y excede el alcance de este texto la gama de posibilidades que pueden presentarse, sin importar la forma de la tubería. El producto $A v$ se denomina caudal y se representa con C , su unidad en el sistema internacional es m^3/s . El hecho de que la ecuación 2.8 sea una igualdad, implica que el caudal de entrada será igual al caudal de salida (incluso si hay múltiples entradas o salidas). Si el flujo es estacionario (como se supuso), puede escribirse:

$$C = \Delta V / \Delta t \quad (2.9)$$

ΔV es el volumen de fluido que atraviesa la sección transversal de una tubería en un tiempo Δt . Para el caso de que el fluido sea agua, intuitivamente, es la cantidad de m^3 que se puede recoger en un recipiente por segundo.

La ecuación de Bernoulli para un flujo estacionario, incompresible, no viscoso e irrotacional es muy útil en diferentes aplicaciones del movimiento de fluidos y su demostración puede encontrarse en diferentes textos de Física básica (Resnick, Halliday y Krane, 2013):

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2, \quad (2.10)$$

en donde la presión se representa con P , la densidad del fluido con ρ , v es la velocidad, g la aceleración gravitatoria y la altura se representa con y . Los índices 1 y 2 indican dos puntos a lo largo de una línea de corriente.

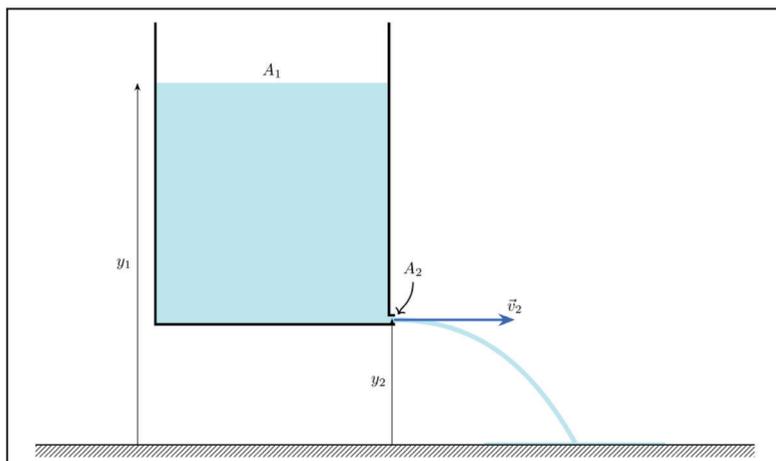


Figura 2.12 Vacando un depósito.

La Figura 2.12 muestra un depósito cilíndrico, de sección A_1 que tiene un orificio lateral A_2 , siendo $A_2 \ll A_1$ para evitar la turbulencia. De acuerdo con la ecuación 2.8, la velocidad de descenso del fluido en la A_2 será muy lenta $v_1 \approx 0$. Si se aplica la ecuación de Bernoulli, 2.10, a los puntos (1) y

(2) situados en la superficie libre del fluido v en el centro del orificio lateral tomando como sistema de referencia el piso se obtiene: $P_{atm} + \rho g H_1 = P_{atm} + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g H_2$, donde se ha usado P para indicar la presión atmosférica. Simplificando a ambos lados la P_{atm} y despejando la velocidad de salida se obtiene:

$$v^2 = 2\rho gh, \quad (2.11)$$

en donde $h = H_2 - H_1$ es la diferencia de alturas, la distancia vertical entre la superficie del fluido y el orificio de salida.

A continuación se presenta un proyecto experimental, el estudio de la velocidad de salida y trayectoria de un chorro de agua desde un recipiente, que necesita para su descripción e interpretación, entre otras cosas, de la aplicación de la ecuación de Bernoulli.

Proyecto 1: Trayectoria de un chorro de agua

Si se supone que un tubo de fluido puede modelarse como un conjunto de partículas en interacción mutua, el comportamiento de un chorro de líquido como el de la Figura 2.12 debería cumplir con la cinemática de un proyectil modelado como masa puntual en condiciones ideales: Tierra plana, efectos aerodinámicos despreciables y cambios de g con la altura. Cada partícula cumple entonces:

$$x=vt, \quad y= -gt^2/2, \quad \text{que combinadas para hacerlas independientes de tiempo llevan a:}$$

$y(x) = -gx^2/2v^2$, (2.12) la ecuación de la trayectoria en donde v es la velocidad de salida del fluido en el recipiente y x e y son las coordenadas de posición en el plano de movimiento. Esta hipótesis se puede poner a prueba de forma sencilla en algunas situaciones, a continuación se propone estudiar la validez de la hipótesis anterior. Con un recipiente adecuado y una escala de fondo se puede observar la trayectoria de un chorro de agua o se puede preparar un prototipo más elaborado que conste de una cuadrícula de fondo y una manguera móvil capaz de generar chorros de agua con diferentes ángulos de salida en un plano (Castro, Campos, Manzanares, Gomez, Figuero 2013; Riveros, Oliva, Corona 2011)



Figura 2.13. Captura de la pantalla de un teléfono inteligente al tener activa la App ON 3D- CameraMeasure que permite, mediante una referencia longitudes conocidas escalar la imagen. La App antes nombrada es de uso simple e intuitivo y puede ser obtenida desde:

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.potatotree.on3dcamerameasure&pcampaignid=web_share

Equipo

Un teléfono inteligente, un recipiente transparente, una regla o vara de referencia.

Sugerencias de trabajo

- Realice un montaje experimental como el que se muestra en la Figura 2.13.
- Defina el origen para su sistema de referencia en el punto de salida del fluido. Utilizando la escala real, determine el módulo de diferentes posiciones del chorro y el

ángulo del vector posición respecto a la horizontal. Registre al menos 15 de dichos valores.

- Determine las coordenadas x e y de las posiciones anteriores usando
- $x=r\cos\theta$ e $y=r\sin\theta$ y grafique $y=f(x)$. ¿Qué tipo de trayectoria obtiene?
- Grafique $y=f(x^2)$, es adecuado el modelo de la ecuación 2.12. Ajuste adecuadamente sus datos y determine la velocidad de salida del chorro de agua.
- Para comparar su resultado de la velocidad obtenida, repita el montaje experimental inicial con el mismo nivel de agua del recipiente y vierta el chorro de líquido en un recipiente donde sea posible medir el volumen (por ejemplo una probeta o vaso cilíndrico) y mida el tiempo que tarda en descender el nivel de líquido aproximadamente 1 cm. Use las ecuaciones 2.8 y 2.9 para determinar la velocidad de salida. Mida con cuidado el diámetro del orificio de salida, puede ser útil usar la opción zoom de la cámara del teléfono colocando un objeto de dimensiones conocida en la imagen.
- ¿Cuáles podrían ser las fuentes de error en la medición de la velocidad y cómo se podrían minimizar? ¿Cómo se relacionan los resultados obtenidos con la ecuación de Bernoulli y el movimiento de partículas con trayectoria parabólica?

Velocidad del sonido

La velocidad de propagación del sonido en un gas puede obtenerse con $c = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$, en

donde γ es el índice adiabático del gas, ρ_0 la densidad y P_0 la presión normal.

Si el gas es aire, con densidad es $\rho_0 = 1.293 \text{ kg/m}^3$ ($T = 273.15 \text{ K}$), con $\gamma = 1.4$ y está sometido a una presión $P_0 = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, la velocidad del sonido tiene un valor aproximado de 331 m/s.

Para un gas ideal la presión se puede escribir usando la ley de los gases ideales:

$$P = \frac{m}{M} \frac{RT}{V},$$

en donde m es la masa, R la constante universal de los gases ideales, T la temperatura, M la masa molar molecular y V el volumen. La densidad, se obtiene $\rho = m/V$. Al sustituir la presión y la densidad en la expresión de la velocidad del sonido se obtiene:

$$c = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}, \quad (2.12)$$

que muestra la dependencia con la temperatura.

Para obtener la velocidad para diferentes temperaturas se puede sustituir en la ecuación 2.12 una expresión genérica para la temperatura, $T = T_0 + t(^{\circ}\text{C})$ siendo $T_0 = 273.15 \text{ K}$ y $t(^{\circ}\text{C})$ la temperatura en grados Celsius. Con esto la ecuación 2.12 es:

$$c = \sqrt{\frac{\gamma R (T_0 + t(^{\circ}\text{C}))}{M}}, \quad (2.13)$$

que puede ser desarrollada mediante el binomio de Newton $(1 + \frac{t(^{\circ}\text{C})}{T_0})^{\frac{1}{2}}$ para

obtener: $\sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M}} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\gamma R}{M T_0}} t(^{\circ}\text{C})$. Al evaluar la expresión en sus valores

correspondientes: $\gamma=1.4$, $R=8.315 \text{ KJ/ (Kmol.K)}$, $T_0=273.15 \text{ K}$ y $M=28.95 \text{ Kg/Kmol}$ se obtiene (Franco García, 2008):

$$c = 331.4 + 0.6 * t(^{\circ}\text{C}) . \quad (2.14)$$

Las ondas estacionarias en tubos de aire muy largos o de diámetros pequeños comparados con su largo se producen a determinadas frecuencias que dependen de la longitud del tubo y la velocidad del sonido. En el tubo abierto en ambos extremos (tubo abierto) la frecuencia de resonancia es:

$$f = nc / 2L, \quad (2.15)$$

en donde $n=1, 2, 3, \dots$, L es la longitud del tubo y c la velocidad del sonido.

En tubos con un extremo abierto y el otro cerrado (tubo cerrado) las frecuencias de resonancia se obtienen:

$$f = nc / 4L, \quad (2.16)$$

en donde $n=1, 3, 5, \dots$, L es la longitud del tubo y c la velocidad del sonido.

El extremo cerrado de una columna de aire es un nodo de desplazamiento ya que no permite el movimiento molecular y es un antinodo de presión, la variación de presión es máxima. Un extremo abierto se comporta como un antinodo de desplazamiento y un nodo de presión, la presión es fija y se corresponde con la presión atmosférica. En tubos cilíndricos la longitud efectiva es mayor que la longitud geométrica, si el tubo es abierto la longitud efectiva es:

$$L_{ef} = L_0 + 2 * 0.6R, \quad (2.17)$$

L_0 es la longitud geométrica, R es el radio y el 2 indica corrección en cada extremo. Si el tubo es cerrado la corrección se realiza en un solo extremo. Si se tiene un tubo cilíndrico de radio conocido se puede conocer a priori su longitud efectiva. Si en uno de los extremos del tubo se emite un pulso, este viaja a través del tubo hasta llegar al otro extremo abierto y se refleja regresando al lugar en donde fue emitido. Este proceso de reflexiones continúa hasta que la disipación de energía por parte del medio hace que el pulso no se pueda detectar.

Si se conoce el intervalo de tiempo entre la emisión y recepción de la señal (Δt) es posible medir la velocidad del sonido:

$$c = 2L_{ef} / \Delta t. \quad (2.18)$$

Los tiempos de tránsito de un pulso en un tubo cilíndrico de unos pocos metros de longitud es de algunas decenas de milisegundos y estos se pueden medir con relativa precisión si se graban las señales.

Proyecto 1: Midiendo la velocidad del sonido

Equipo

Dos teléfonos inteligentes, caños de PVC de diferentes longitudes, una regla o cinta métrica, un termómetro y una computadora personal.

Sugerencias de trabajo

- Realice un montaje experimental como el que se muestra en la Figura 2.14, utilizando caños de PVC y uniones para caños. Utilice dos teléfonos inteligentes, uno con capacidad para emitir un tono y el otro para grabarlo con fines de análisis posterior. La emisión del tono puede hacerse con una App generadora de frecuencia.
- Mida con precisión las longitudes de los caños de PVC disponibles.
- En cada ensayo, ajuste la longitud efectiva utilizando las uniones (acoples) para variar la longitud del tubo. Asegúrese de utilizar al menos tres caños de diferentes longitudes.
- Emita un pulso de frecuencia 1500Hz y de una duración de 3 ms en uno de los caños. Grabe la señal con su teléfono colocado en el mismo extremo del tubo. Este tiempo de duración del pulso es mucho menor que el tiempo de tránsito del pulso entre los extremos del tubo. Repita el procedimiento anterior para los largos de los caños que pueda obtener al unirlos o medirlos individualmente.
- Utilizando, por ejemplo, el programa Audacity (<https://www.audacityteam.org/>) analice la señal de audio obtenida con su teléfono e identifique los tiempos correspondientes al tránsito del pulso entre los extremos del tubo.
- Construya un gráfico que represente las distancias recorridas por el pulso en función de los tiempos de tránsito.
- A partir del gráfico anterior determine la velocidad del sonido con su incertidumbre.
- Mida la temperatura del ambiente y usando la ecuación 2.14 determine la velocidad del sonido con su incertidumbre y compare con la obtenida del ajuste de sus datos.
- ¿Influye la longitud del tubo en la velocidad del sonido?
- ¿Qué factores podrían afectar la precisión de los resultados?
- ¿Cómo se relaciona la velocidad del sonido medida con la temperatura ambiente?
- ¿Qué mejoras propondría para este experimento?

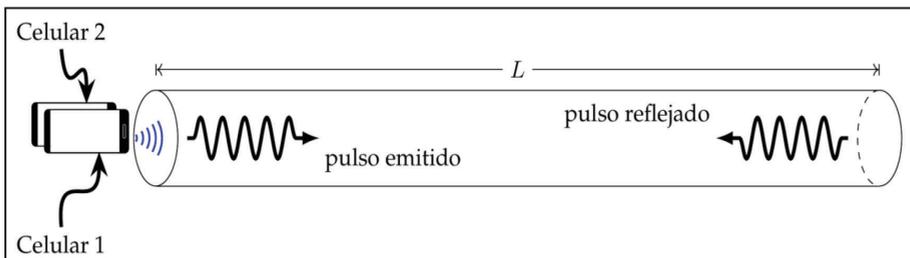


Figura 2.14 Montaje experimental, a la izquierda dos teléfonos inteligentes uno emite un pulso y el otro se encarga de registrar la grabación

Efecto Doppler acústico

Seguramente todos hemos escuchado el sonido de la sirena de un vehículo que pasa por la calle, en especial, el cambio del tono de la sirena justamente al momento de pasarnos. Este cambio de tono es evidente para el observador que está en la vereda, pero no para los pasajeros del vehículo. Si hubiésemos viajado en un coche a la misma velocidad que el vehículo con la sirena tampoco hubiéramos notado este cambio (Gil 2014). Existe una simple analogía desarrollada por Chakarvarti (1981) para describir este simple hecho usando una cinta transportadora y chocolates que viajan hacia un repositor.

Cuando una fuente de sonido en movimiento se nos acerca, percibimos una frecuencia mayor (un tono más agudo) que la emitida. En cambio, al alejarse la fuente el tono escuchado es más grave es decir, menor frecuencia.

Este efecto es conocido como efecto Doppler. Cuando una fuente emisora está en movimiento respecto a un observador estacionario la frecuencia f' detectada por éste viene dada por (Resnick, Halliday y Krane 2013, p. 441):

$$f' = f c / (c \pm v_s), \quad (2.17)$$

donde f es la frecuencia emitida por la fuente, c es la velocidad del sonido respecto del aire y v_s es la velocidad de la fuente respecto del observador. El signo negativo se aplica cuando la fuente se acerca al observador y el signo positivo cuando se aleja. Si no hay movimiento relativo entre el observador y la fuente, ambos miden la misma frecuencia, f . Cuando la fuente emisora acelera respecto al observador estacionario, la frecuencia f' depende de cómo varíe la velocidad v_s en el tiempo. Los fenómenos acústicos son de mucho interés y pueden ser estudiados utilizando teléfonos inteligentes y aplicaciones adecuadas (Kuhn, Vogt 2013; Monteiro 2018, Gil, Di Laccio 2017).

Frecuencia Doppler para el caso de un péndulo

Considere el péndulo de la Figura 2.15 que oscila en un plano, siendo acelerado por el campo gravitatorio. La velocidad tangencial del bulbo varía en su movimiento oscilatorio:

$$v(t) = \omega(t) L, \quad (2.18)$$

en donde L es la longitud del péndulo y ω la velocidad angular. La velocidad de la fuente respecto del observador C2 es:

$$v_R(t) = v \cos(\delta), \quad (2.19)$$

siendo una componente de la velocidad tangencial.

En la Figura 2.16 se muestra en más detalle la geometría de la situación, a partir del análisis geométrico, se puede concluir que:

$$\alpha(t) + \beta(t) + \varpi/2 = \varpi, \quad (2.20)$$

$$\theta(t) = \beta(t) + \delta(t). \quad (2.21)$$

Note que los puntos $C1$, $C2$ y O definen un triángulo isósceles que cumple:

$$\theta(t) + 2\alpha(t) = \varpi. \quad (2.22)$$

A partir de las ecuaciones 2.20 a 2.22 se puede concluir que:

$$\beta(t) = \delta(t) = \theta(t)/2. \quad (2.23)$$

Luego, combinando las ecuaciones 2.19, 2.20 y 2.23 se obtiene:

$$vR(t) = \omega(t) L \cos(\theta(t)/2). \quad (2.24)$$

Es así que la frecuencia detectada por un observador en reposo en la posición más baja del péndulo medirá una frecuencia:

$$f' = f_c / (c \pm \omega(t) L \cos(\theta(t)/2)). \quad (2.25)$$

El signo negativo se aplica cuando el bulbo del péndulo (fuente emisora) se acerca al observador ($C2$) y el signo positivo cuando se aleja de este (Di Laccio, Vitale, Alonso-Suárez, Pérez, Gil, 2017). Si $\theta=0$ se obtiene:

$$f' = f_c / (c \pm \Omega L), \quad (2.26)$$

en donde Ω es el módulo de la velocidad angular del sistema justo al cruzar por la posición de equilibrio estable.

Proyecto 1: Cambio de frecuencia Doppler en el péndulo I

Aquí nos proponemos comparar las frecuencias experimentales cuando la fuente pasa justo por el lugar del observador con los valores predichos por el modelo matemático de la ecuación 2.26.

Equipo

Un péndulo en donde el bulbo es un teléfono inteligente y el observador otro y un ordenador personal o PC.

Sugerencia de trabajo

- Realice el montaje experimental siguiendo la disposición presentada en la Figura 2.15. Busque maximizar la longitud del péndulo para garantizar una velocidad

considerable al pasar frente al observador, facilitando la detección de cambios en la frecuencia con claridad. El bulbo del péndulo será un teléfono inteligente que desempeñará dos funciones: 1) emitir un tono en el rango de 4.0 a 5.0 KHz y 2) registrar, mediante el sensor giroscopio, la velocidad angular del sistema en torno al eje de sujeción. El segundo *smarthphone* se colocará en la posición más baja de la trayectoria del bulbo y se encargará de grabar el tono percibido por un observador estacionario. Alternativamente, puede realizar la grabación directamente con un micrófono conectado a una computadora personal.

- Configure su teléfono inteligente para medir velocidad angular en primer plano (utilizando el sensor giroscopio de Androsensor) y, en segundo plano, como emisor de un tono puro.
- Coloque el bulbo del péndulo con un ángulo mayor a 40° respecto de la vertical. Inicie la grabación en el teléfono que actúa como observador. Luego inicie la medición de velocidad angular y emisión del tono usando el segundo teléfono inteligente que actúa como bulbo (se sugiere usar un golpe para sincronizar el inicio de la medición de velocidad con la grabación del tono) y libérela. Procure hacer silencio durante la toma de datos.
- Una vez concluida la recolección de datos, es decir, después de algunas oscilaciones completas, utilice los datos del sensor giroscopio para representar gráficamente la velocidad angular en función del tiempo. Analice el gráfico e identifique los momentos en que el bulbo pasa frente al observador, es decir, donde la velocidad angular es máxima o mínima, según el sentido de la pasada.
- Calcule la velocidad tangencial, " $v = \omega L$ ", del bulbo al pasar por la posición más baja de la trayectoria. ¿Qué cambio de frecuencia Doppler espera al aplicar la ecuación 2.26?
- Con el audio obtenido de la grabación y utilizando un programa que permita realizar un análisis tiempo-frecuencia, como Spectrogram16 (W5big, 2004), determine las frecuencias medidas por el observador en reposo. ¿Qué frecuencia obtiene en la posición más baja de la trayectoria? ¿Está de acuerdo con la determinación basada en el cálculo de la velocidad del bulbo?
- Explique cómo la velocidad angular y el ángulo de inclinación del péndulo afectan el fenómeno del cambio de frecuencia.
- Investigue y proponga un ejemplo de aplicación del efecto Doppler en la vida cotidiana, explicando cómo se produce el cambio de frecuencia y su relevancia en esa situación.

Proyecto 2: Cambio de frecuencia Doppler en el péndulo II

Aquí nos proponemos comparar las frecuencias experimentales, cuando la fuente transita a lo largo de recorrido del péndulo, medidas por el observador en reposo (ídem al Proyecto 1) con los valores predichos por el modelo matemático de la ecuación 2.25.

Equipo

Un péndulo en donde el bulbo es un teléfono inteligente y el observador otro y un ordenador personal o PC.

Sugerencia de trabajo

- Realice el montaje del péndulo según la Figura 2.15, procurando que el largo del péndulo sea máximo para garantizar una velocidad significativa al pasar frente al observador. El teléfono inteligente que actúa como bulbo tiene la función de emitir un tono de 4.0 a 5.0 KHz y registrar la velocidad angular con el sensor giroscopio. Coloque el segundo *smarthphone* en la posición más baja del péndulo para grabar el tono percibido por un observador estacionario en el laboratorio. Si lo desea la grabación puede realizarla directamente con un micrófono conectado directamente a una computadora personal.
- Configure el teléfono inteligente (bulbo) para medir la velocidad angular en primer plano utilizando el sensor giroscopio de Androsensor y como emisor de un tono puro, como se explicó anteriormente.
- Coloque el bulbo del péndulo con un ángulo mayor a 40° respecto de la vertical e inicie la grabación en el teléfono observador. Inicie la medición de la velocidad angular y emisión del tono, sincronizando con un golpe, y libere el bulbo. Mantenga silencio durante la toma de datos. Finalizada la recolección de datos, después de algunas oscilaciones completas, utilice los datos del giroscopio para graficar la velocidad angular en función del tiempo.
- Construya $\theta(t)$ a partir de la velocidad angular y el ángulo inicial, utilizando integración numérica o ajustando $\omega(t)$ con un modelo adecuado y luego integrándola. Si decide integrar de forma numérica, parta de las condiciones iniciales del sistema, $\theta(0) = \theta_0$ y $\omega(0) = 0$, y siga la siguiente rutina:

$$\theta(1) = \theta(0) + \omega(0)\Delta t;$$

$$\theta(2) = \theta(1) + \omega(1)\Delta t;$$

.

.

.

$$\theta(n) = \theta(n-1) + \omega(n-1)\Delta t$$

El subíndice n varía del primero al enésimo dato recolectado de la velocidad angular. Esta operación es sencilla de implementar en una hoja de cálculo.

- Utilice la ecuación 2.25 para determinar las frecuencias cuando el bulbo se acerca y se aleja del observador, considerando el cambio de signo.
- Con el audio grabado, realice un análisis tiempo-frecuencia utilizando un programa como Spectrogram16. En un mismo gráfico, compare los cambios de frecuencia calculados con el modelo teórico y los obtenidos experimentalmente, haciendo referencia a la frecuencia emisora de 5.0 KHz. En la Figura 2.17 se muestra un ejemplo del patrón de una frecuencia medida en el sistema laboratorio.
- ¿Cómo influyó el ángulo inicial del péndulo en la velocidad angular y, por ende, en la frecuencia Doppler percibida por el observador estacionario?
- Al comparar las frecuencias calculadas teóricamente con las medidas experimentalmente, ¿se obtuvieron resultados consistentes? ¿Existen discrepancias notables entre ambos conjuntos de datos?

Referencias

- Castro L., Campos J.C., Manzanera B., Gomez O., Figuero C. (2013). Prototipo didáctico para visualizar la trayectoria parabólica de un chorro de agua. *Lat. Am. J. Phys. Educ.* Vol. 7, No.3, pp. 429-432.
- Chakarvarti S. K. (1981). The Doppler Effect: A simple analogy and demonstration. *The Physics Teacher* 19, 320.
- Di Laccio J., Vitale G., Alonso-Suárez R., Pérez N. y Gil S. (2017). Estudio del Efecto Doppler usando *Smartphones*. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*. 14 (3), pp. 637-646. Recuperado de: <https://revistas.uca.es/index.php/eureka/article/view/3588/0>
- Franco García, Á. (2008). Física con ordenador: Velocidad de propagación del sonido en un gas-Variación de la velocidad del sonido con la temperatura. Recuperado el 11 de diciembre de 2018, de <http://www.sc.edu.es/sbweb/fisica/ondas/acustica/sonido/sonido.htm>
- Fox, R.; McDonald, A.; Pritchard, P. (2004). Introduction to fluid mechanics, Sixth Edition. John Wiley & Sons, Inc.
- Gil S. (2014) *Experimentos de Física usando TIC y elementos de bajo costo*. Buenos Aires, Argentina: Alfaomega.
- Gil, S., Di Laccio J. L. (2017). *Smartphone* una herramienta de laboratorio y aprendizaje: laboratorios de bajo costo para el aprendizaje de las ciencias. *American Journal of Physics Education*, 1305, pp. 1-9. Recuperado de: http://www.lajpe.org/mar17/1305_Salvador_2017.pdf
- Kuhn J., Vogt P. (2013) Analyzing acoustic phenomena with a *smartphone* microphone. *The Physics Teacher*, Vol. 51, pp. 118-119. DOI: 10.1119/1.4775539
- Monteiro, M. (2018). El *smartphone* como hidrófono. Midiendo velocidad del sonido en aire y en agua. Disponible en: <http://fisicamartin.blogspot.com/2018/03/el-smartphone-como-hidrofono-midiendo.html>
- Resnick, R., Halliday, D., Krane, K. (2011). *Física, Volumen 1*. México: Grupo Editorial Patria.
- Riveros H., Oliva A., Corona J. (2011) Flujo de agua en botellas como experimento didáctico. *Lat. Am. J. Phys. Educ.* Vol. 5, No. 1, pp. 196- 200.
- W5big (2004). Spectrogram. Recuperado de: <http://w5big.com/spectrogram.htm>
- Young, H., Freedman, R. (2009). *Física Universitaria Volumen 1*. Decimosegunda edición. México: Pearson Educación.

Electricidad, magnetismo y ondas electromagnéticas

Circuitos eléctricos

El proyecto de simulaciones interactivas de PhET, desarrollado por la Universidad de Colorado en Boulder (disponible en <https://phet.colorado.edu/es/about>), se destaca por ofrecer herramientas educativas innovadoras en matemáticas y ciencias. Desde su creación en 2002, estas simulaciones han transformado la manera en que los estudiantes abordan conceptos complejos de manera intuitiva y lúdica.

Las simulaciones proporcionan un entorno interactivo, similar a un juego, que fomenta el aprendizaje mediante la exploración, la experimentación y el descubrimiento. Los estudiantes pueden acceder a las simulaciones fácilmente a través de sus ordenadores personales o teléfonos inteligentes, brindando una experiencia educativa de bajo costo y accesible.

Aunque las simulaciones no pueden reemplazar completamente a manipulación de instrumentos y equipos de laboratorio, se convierten en una herramienta valiosa cuando estos no están disponibles o pueden resultar peligrosos. Ideal como preparación previa para prácticas en el laboratorio, asegurando que los estudiantes comprendan los fundamentos antes de enfrentarse a situaciones prácticas.

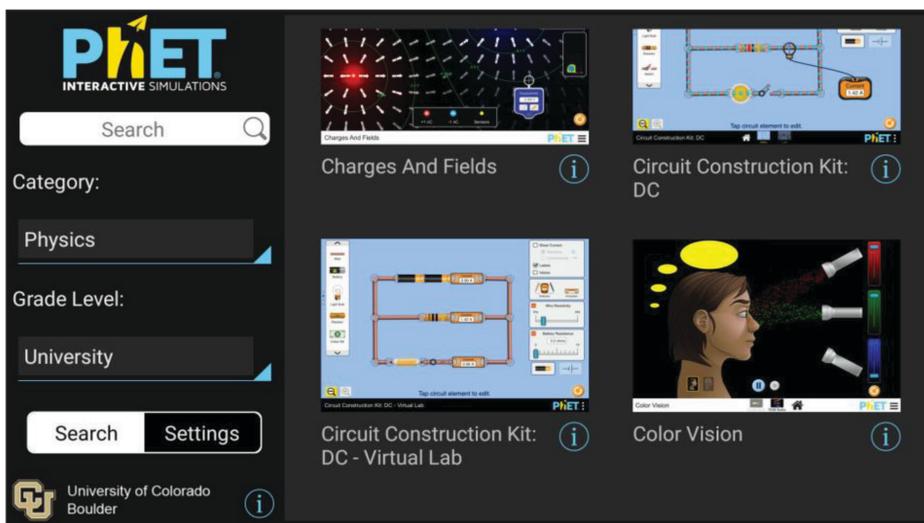


Figura 3.1 Vista de la aplicación PhET interactiva para teléfonos inteligentes.

La interfaz de la aplicación para teléfonos inteligentes con sistema Android, presentada en la Figura 3.1, destaca por su diseño atractivo. Permite filtrar las simulaciones por asignaturas y niveles educativos, facilitando la búsqueda y adaptándose a las necesidades específicas del usuario o del grupo de clase.

Este recurso, entre múltiples opciones para acercarnos a diferentes conceptos, ofrece un laboratorio simulado para estudiar circuitos eléctricos básicos de corriente continua y alterna. Aquí se presentan algunos proyectos ilustrativos para que el estudiante pueda realizar previo a la clase, durante la misma o luego de esta, dependiendo del uso pedagógico que el docente prefiera. Se entiende que los proyectos presentados pueden realizarse individualmente o como un conjunto secuenciado.

Los proyectos están diseñados para requerir pocos conocimientos previos, centrándose en conceptos fundamentales del tema. La simplicidad en el cálculo, la creación de gráficos, el ajuste de datos y la obtención de conclusiones son elementos clave que facilitan la comprensión de los grandes conceptos del tema.

Se reconoce que el papel de los docentes como orientadores de los proyectos es clave para maximizar los beneficios del proceso educativo. Se sugiere que los docentes asesoren a los estudiantes hacia áreas específicas de las simulaciones, enfocándose en conceptos clave y generando discusiones significativas que refuercen la comprensión. Estimular el pensamiento crítico al plantear preguntas reflexivas, desafiar suposiciones y guiar el análisis de resultados. Los docentes pueden utilizar las simulaciones como una herramienta preparatoria para las prácticas de laboratorio con manipulación de equipamiento, asegurando que los estudiantes comprendan los fundamentos antes de enfrentarse a experimentos prácticos.

Proyecto 1: Ley de Ohm

El objetivo es investigar de la dependencia entre la intensidad de corriente eléctrica (I) y la diferencia de potencial (ΔV) aplicada a los extremos de una resistencia.

Equipo

Se plantea investigar cómo varía la intensidad de corriente que atraviesa una resistencia en función de la diferencia de potencial aplicada, mediante el empleo de una simulación interactiva accesible tanto desde una PC como desde un teléfono inteligente. Puedes obtener la aplicación para sistemas Android descargándola desde Play Store, y para la PC, está disponible de manera gratuita en: <https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/circuit-construction-kit-ac-virtual-lab>.

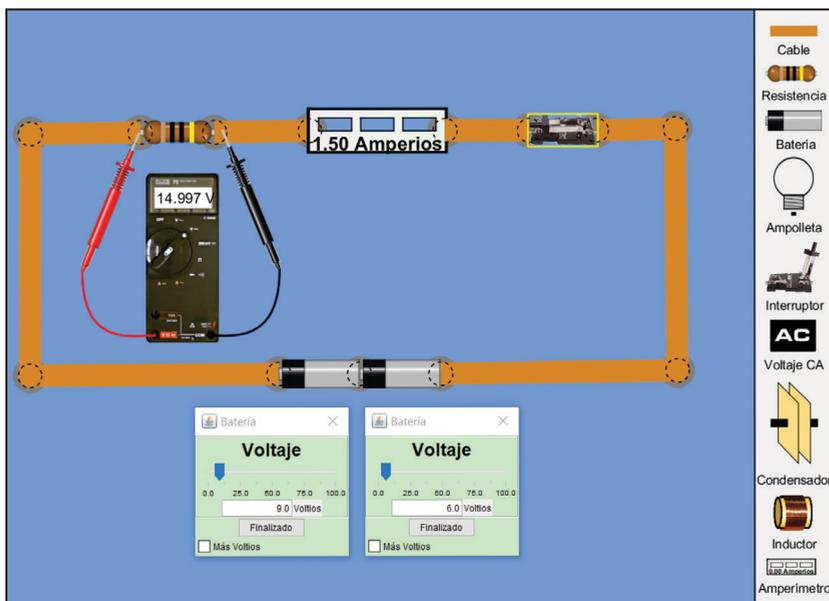


Figura 3.2 Circuito sugerido para estudiar la ley de Ohm

Sugerencias de trabajo

- Para llevar a cabo este estudio, se recomienda armar un circuito similar al ilustrado en la Figura 3.2, utilizando los componentes disponibles en el kit de construcción de la simulación. Para simular la medición de las magnitudes de interés, emplee el amperímetro y voltímetro proporcionados en las herramientas. Cabe destacar que la cantidad de medidores de corriente no tiene restricciones, aunque se dispone de un único voltímetro.
- Modifique la diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia ajustando el voltaje de las baterías, que se asumirán ideales (realice clic derecho sobre ellas para variar su voltaje y establecer su resistencia interna en cero). Registre los valores de ΔV e I en un cuadro de datos, como el que se muestra en la Figura 3.3.
- Construya un gráfico de I vs. ΔV . ¿Qué relación observa entre I y ΔV ? ¿Cómo se relacionan la resistencia y la pendiente de la gráfica I vs. ΔV ? ¿Hay alguna interpretación física para esta relación?
- Complete la columna de $\Delta V/I$ y represente gráficamente el cociente $\Delta V/I$ vs. ΔV . Considerando la columna $\Delta V/I$ en su cuadro de datos y el gráfico resultante, ¿qué interpretación puede ofrecer sobre la resistencia en el circuito? ¿Cómo se manifiesta esta relación en términos de la Ley de Ohm?
- ¿Cuál fue el valor de la resistencia obtenido? ¿Cómo podría describir, en términos sencillos, el concepto de resistencia eléctrica a alguien que no tiene conocimientos previos en física?
- Observe los colores de la resistencia del circuito y usando el código de colores para resistencia (por ejemplo: https://es.wikipedia.org/wiki/Codificaci%C3%B3n_de_colores) y determine su valor con la incertidumbre correspondiente.

- Compare el resultado obtenido a partir del gráfico con el valor de la resistencia utilizado, determinado mediante el código de colores y la medición directa en el simulador.
- Evalúe las ventajas y desventajas de llevar a cabo este experimento mediante el uso del simulador. En su análisis de ventajas y desventajas del uso del simulador para este experimento, ¿puede identificar situaciones específicas en las que el simulador podría ser más beneficioso o limitado en comparación con un experimento físico en el laboratorio?

N°	I(A)	$\Delta V(V)$	$\Delta V/I (\Omega)$

Figura 3.3 Cuadro de recolección de datos.

Proyecto 2: Circuitos en serie y en paralelo

El propósito de este proyecto es desarrollar la habilidad de construir circuitos eléctricos en configuraciones serie y paralelo, llevar a cabo cálculos para anticipar su comportamiento (como resistencia equivalente, intensidad de corriente y voltaje), y validar estas predicciones mediante la implementación en un simulador.

Equipo

Simulación interactiva, para el teléfono inteligente se puede descargar la App desde Play Store para sistemas Android y para la PC está disponible de forma gratuita desde: <https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/circuit-construction-kit-ac-virtual-lab>.

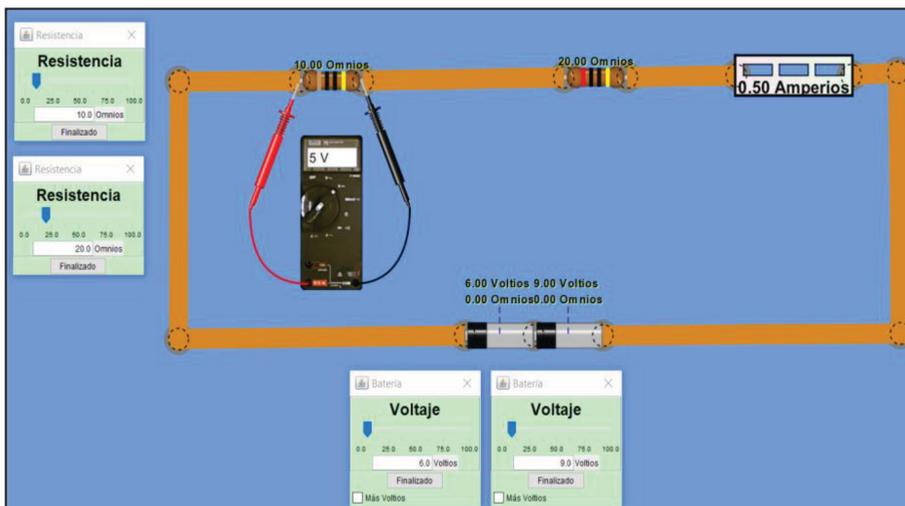


Figura 3.4 Circuito en serie.

Sugerencias de trabajo

- Implemente en el simulador un circuito como el de la Figura 3.4.
- Analice los datos proporcionados en la imagen y calcule la fuente y la resistencia equivalente del circuito. ¿Cuál es la diferencia de potencial esperada entre los extremos de la resistencia de $20\ \Omega$? Explique su razonamiento. Luego, mida directamente con el voltímetro y compare el valor obtenido con su predicción.
- Cree un nuevo circuito utilizando la fuente y la resistencia equivalente determinadas previamente. Mida la intensidad de corriente del circuito. Realice una comparación entre las intensidades de corriente del circuito de la Figura 3.4 y las obtenidas en su nuevo diseño. ¿Qué conclusiones puede extraer de esta comparación?
- Suponga ahora que quiere implementar un divisor de voltaje, es decir, tener un circuito que divida el voltaje de la fuente en dos iguales,
- ¿cómo podría implementarlo usando resistencias?
- Cree ahora un circuito similar al de la Figura 3.5. Si cierra el interruptor en serie con la resistencia de $10\ \Omega$, ¿cuál será la intensidad de corriente a través de su correspondiente amperímetro? Proporcione un cálculo detallado.
- ¿Cambia la intensidad de corriente a través de la fuente al cerrar el interruptor anterior?
- Implemente el circuito equivalente y verifíquelo.
- Qué diferencia de potencial espera entre los extremos de la resistencia de $20\ \Omega$? ¿Por qué? Mida directamente con el voltímetro y compare con su predicción.
- Simule un circuito con la fuente y la resistencia equivalente en serie y mida la intensidad de corriente. Compare esta intensidad con la del circuito inicial. Explique cualquier discrepancia que encuentre.
- Además de los circuitos serie y paralelo, ¿existen otros tipos de circuitos relevantes en aplicaciones específicas? ¿Cómo difieren en términos de diseño y funcionalidad? Explore y comente sus observaciones.

- ¿Cuáles son algunas limitaciones específicas de los componentes electrónicos (resistencias, fuentes, etc.) que podrían influir directamente en la precisión y eficiencia de los circuitos?

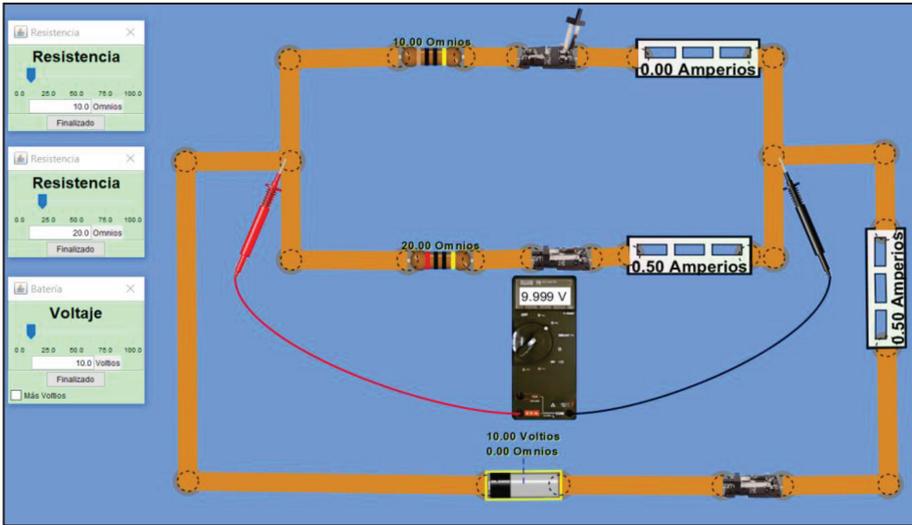


Figura 3.5 Circuito en paralelo.

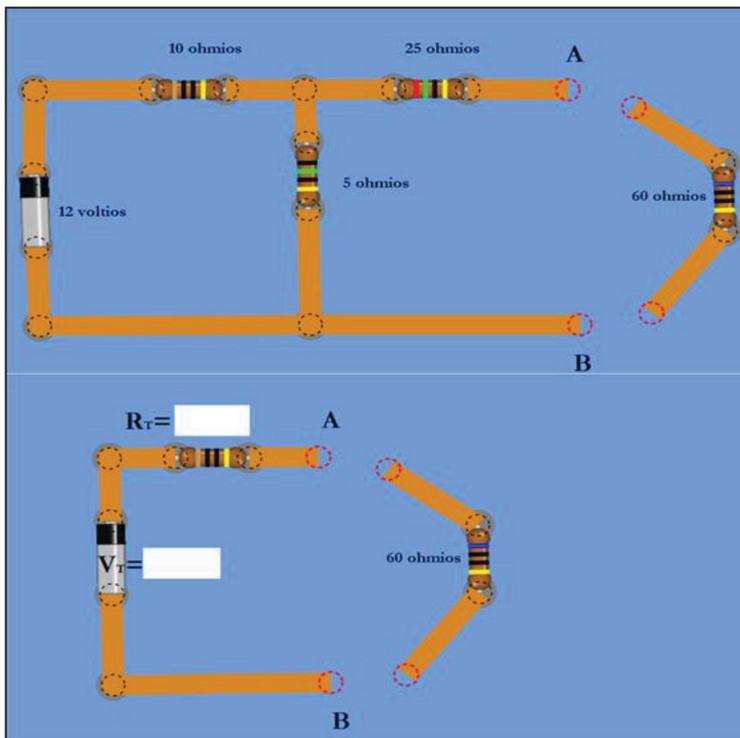


Figura 3.6 Arriba el circuito a explorar y abajo el circuito equivalente de Thévenin.

Proyecto 3: Equivalente de Thévenin

El objetivo de este proyecto es calcular el voltaje (V_T) y la resistencia (R_T) de Thévenin para un circuito específico, además de verificar los resultados mediante el uso de un simulador.

El teorema de Thévenin establece que si una parte de un circuito eléctrico lineal está comprendida entre dos terminales A y B, esta parte en cuestión puede sustituirse por un circuito equivalente que esté constituido únicamente por un generador de tensión en serie con una resistencia, de forma que al conectar un elemento entre los dos terminales A y B, la tensión que queda en él y la intensidad que circula son las mismas tanto en el circuito real como en el equivalente.

Considere el circuito que se muestra en la Figura 3.6. A la izquierda se presenta un circuito a explorar y a la derecha su equivalente de Thévenin. Para obtener la R_T se deben cortocircuitar la fuente y quitar la resistencia de carga entre los puntos A y B. Para obtener el V_T se debe obtener la diferencia de potencial entre los terminales A y B cuando no está presente la resistencia de carga.

Equipo

Simulación interactiva. Para el teléfono inteligente se puede descargar la App desde Play Store para sistemas Android y para la PC está disponible de forma gratuita desde: <https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/circuit-construction-kit-ac-virtual-lab>.

Sugerencias de trabajo

- Para el circuito de la Figura 3.6, determine por cálculo directo R_T y V_T .
- Implemente en el simulador el circuito de la Figura 3.6 (arriba).
- Conecte la resistencia de carga y mida la diferencia de potencial en sus extremos y la intensidad de corriente que circula por ella.
- Ahora, desconecte la resistencia de carga y mida la diferencia de potencial entre A y B. Mida además la intensidad de corriente entre los mismos puntos al conectar un amperímetro.
- Implemente el circuito equivalente de Thévenin con la R_T y V_T y conecte la resistencia de carga. Mida la intensidad de corriente en el circuito y la diferencia de potencial en la resistencia de carga.
- ¿Coinciden estos valores con su circuito inicial?
- Considerando que el Teorema de Thévenin se utiliza para simplificar circuitos complejos, ¿puede mencionar situaciones prácticas en las que la aplicación de este teorema sería particularmente útil?

Proyecto 4: Resistencia interna de una fuente

Las fuentes de voltaje reales en un circuito tienen resistencia interna, r , debido a sus componentes internos. Si esta resistencia se comporta de acuerdo con la ley de Ohm, es constante e independiente de la corriente I . Para un circuito como el de la Figura 3.7 (izquierda), el voltaje en los extremos de la resistencia, V_R , se puede escribir como: $V_R = \varepsilon - rI$, en donde ε es el voltaje de la fuente en circuito abierto y rI es la caída de potencial

debido a su resistencia interna. Esto es, se modela la fuente real como una fuente ideal y una resistencia constante todo contenido en una “caja negra”.

El objetivo de esta actividad es determinar la resistencia interna de una fuente real mediante la medición del voltaje en los extremos de la resistencia exterior del circuito e intensidad de corriente del circuito.

Equipo

Simulación interactiva. Para el teléfono inteligente se puede descargar la App desde Play Store para sistemas Android y para la PC está disponible de forma gratuita desde:

<https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/circuit-construction-kit-ac-virtual-lab>.

Sugerencias de trabajo

- En este caso solicite a su compañero/grupo que arme un circuito inicial como en la Figura 3.7 en el simulador ya sea en su teléfono o PC, colocando a la fuente una resistencia interna a elección, esto es posible al hacer clic derecho sobre esta y seleccionar un valor entre 0 y 9 ohmios. No debe decir este valor a su compañero/grupo hasta que termine la práctica. Usted haga lo mismo: arme el circuito para su compañero. Intercambie la simulación con su compañero/grupo.
- Varíe la resistencia exterior (a modo de resistencia variable) y mida la diferencia de potencial en sus extremos y la intensidad de corriente en el circuito. Registre sus datos en una tabla (ver Figura 3.7, derecha).
- ¿Cómo afecta la variación de la resistencia externa en el circuito a la diferencia de potencial (ΔV) y la intensidad de corriente (I)? Explique si hay un patrón o tendencia que haya observado en la relación entre estas dos variables.
- Grafique ΔV en función de I y del ajuste adecuado de los datos determine la resistencia interna de la fuente real.
- Compare el valor obtenido de la simulación con el que su compañero ingresó a la batería. Al comparar el valor obtenido para la resistencia interna de la fuente en la simulación con el valor ingresado por su compañero, ¿hubo alguna discrepancia significativa? ¿Qué factores podrían explicar las diferencias observadas?
- ¿En qué situaciones prácticas podría ser crucial entender y tener en cuenta la resistencia interna de una fuente de voltaje?

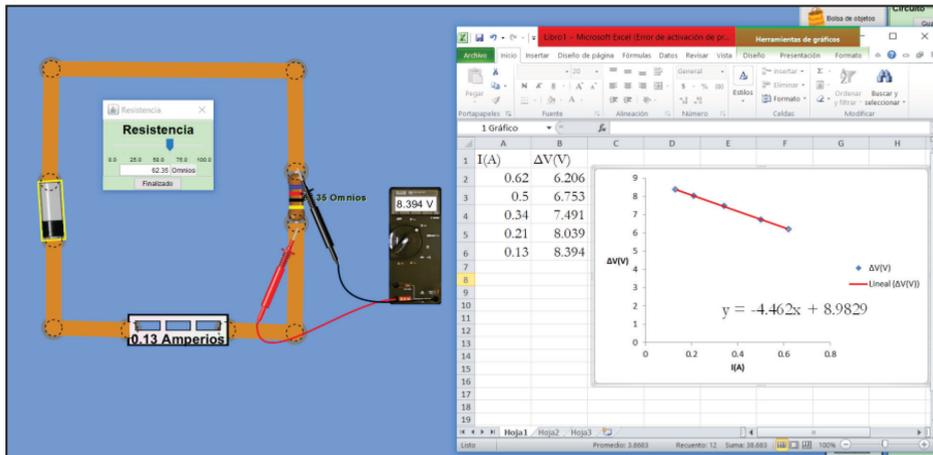


Figura 3.7 A la izquierda circuito a explorar y a la derecha se presenta una hoja de cálculo en donde se van ingresando los valores de intensidad de corriente y voltaje medidos en los extremos del resistor.

Proyecto 5: Resistor, Inductor y Capacitor en corriente alterna

La corriente alterna (CA) es un tipo de corriente eléctrica en la que el sentido del flujo de electrones se invierte periódicamente. En otras palabras, la corriente eléctrica alterna cambia de sentido a intervalos regulares. En un sistema de corriente alterna típico, la corriente fluye en ciclos sinusoidales, lo que significa que sigue una forma de onda senoidal. Se aplica el término fuente de corriente alterna, por ejemplo, a un dispositivo que suministre una diferencia de potencial $\varepsilon(t)$ o corriente $i(t)$ instantánea que varía en forma sinusoidal respecto del tiempo, $\varepsilon(t) = \varepsilon_{max} \cos \omega t$ o $i(t) = i_m \cos(\omega t)$. En donde la frecuencia angular es $\omega = 2\pi f$, siendo f la frecuencia en Hz. Por su parte el período viene dado por $T = 1/f$ o $T = 2\pi/\omega$ (Young, Freedman, 2009).

En circuitos resistivos de CA, la corriente $i(t)$ del circuito y el voltaje en la resistencia $v_R(t)$ están en fase, relacionadas del mismo modo que en un circuito de corriente continua. El voltaje en la resistencia se expresa como $v_R(t) = i_m R \cos(\omega t - \Phi)$ en donde Φ es el ángulo de fase (en radianes) que permite ajustar el valor del voltaje a tiempo cero. El voltaje alcanza su valor máximo cuando $V_{Rmax} = i_m R$

Cuando el circuito incluye únicamente un inductor, el voltaje en este, $v_L(t)$, se encuentra “adelantado” en $\pi/2$ respecto de la corriente. La relación se describe mediante la expresión $v_L(t) = i_m X_L \cos(\omega t - \Phi + \pi/2)$, en donde $X_L = \omega L$ representa la reactancia inductiva. El voltaje máximo es $V_{Lmax} = i_m X_L$. En cambio, al conectar solo un capacitor a la fuente, el voltaje en el capacitor $v_C(t)$, está “retrasado” $\pi/2$. Su expresión es $v_C(t) = i_m X_C \cos(\omega t - \Phi - \pi/2)$, donde $X_C = 1/\omega C$ es la reactancia capacitiva y C la capacitancia del capacitor. El voltaje máximo se logra con $V_{Cmax} = i_m X_C$.

Los voltajes instantáneos, así como la corriente pueden representarse mediante fasores. Los fasores utilizan vectores rotativos para representar el módulo y la fase de una onda sinusoidal en un instante específico. El fasor tiene una longitud que representa la amplitud de la onda y gira a una velocidad angular constante, representando así la fase de la onda en relación con un punto de referencia. En el contexto de la corriente alterna, los fasores son útiles porque simplifican los cálculos y el análisis de circuitos. En la Figura 3.8 y a modo de

ejemplo se presenta el fasor corriente en color negro y en rojo la componente de la corriente en la horizontal que brinda el valor instantáneo.

Para los voltajes se pueden realizar representaciones análogas. Utilizando una amplitud de voltaje y su correspondiente fase, el valor instantáneo de este es la proyección sobre un eje horizontal. Todo fasor, voltaje o corriente, gira en el sentido antihorario con rapidez angular constante ω a medida que transcurre el tiempo obteniendo en cada momento de la evaluación de su proyección el valor instantáneo.

Para obtener valores eficaces a partir de los voltajes instantáneos se eleva al cuadrado el voltaje instantáneo en cuestión, se obtiene el valor promedio y, por último, se saca la raíz cuadrada de ese valor. En general los voltajes eficaces se pueden escribir de la forma $V_{rms} = V_{max} / \sqrt{2}$, en donde

V_{max} es la amplitud de voltaje del elemento considerado.

La corriente eficaz se obtiene $I_{rms} = I_{max} / \sqrt{2}$. Estos valores eficaces son útiles porque simplifican los cálculos en el análisis de circuitos de corriente alterna, ya que permiten aplicar ecuaciones análogas a las que se utilizan en circuitos de corriente continua. También son relevantes en el cálculo de la potencia real consumida por los dispositivos en un circuito de CA, ya que la potencia real se calcula utilizando los valores eficaces de corriente y voltaje.

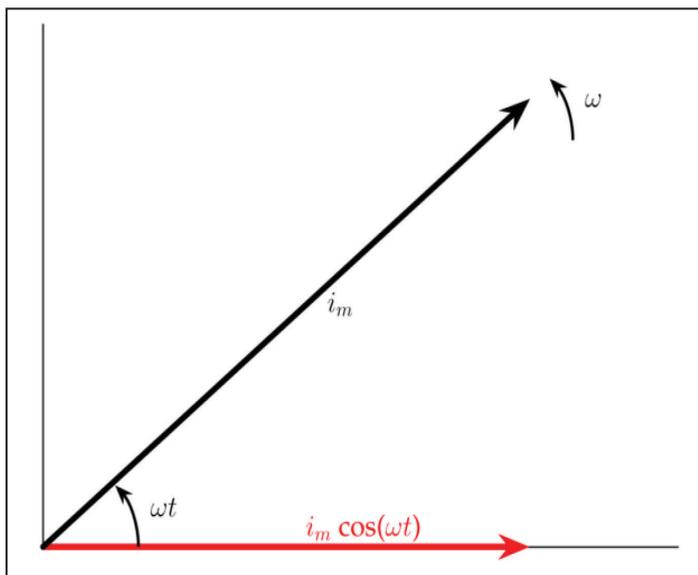


Figura 3.8 Fasor corriente del circuito, la componente del fasor corriente en el eje horizontal brinda el valor instantáneo de la corriente: $i_m \cos \omega t$.

El propósito de este proyecto es analizar cada uno de los circuitos: resistivo, inductivo y capacitivo, según se muestra en la Figura 3.9. Se llevará a cabo la simulación de la construcción de cada circuito, lo que permitirá visualizar las curvas características de voltaje y corriente asociadas. Además, se realizarán cálculos para determinar los voltajes rms correspondientes a cada caso.

Como parte del análisis, se generará un diagrama fasorial para representar gráficamente las relaciones de fase entre voltaje y corriente encada tipo de circuito.

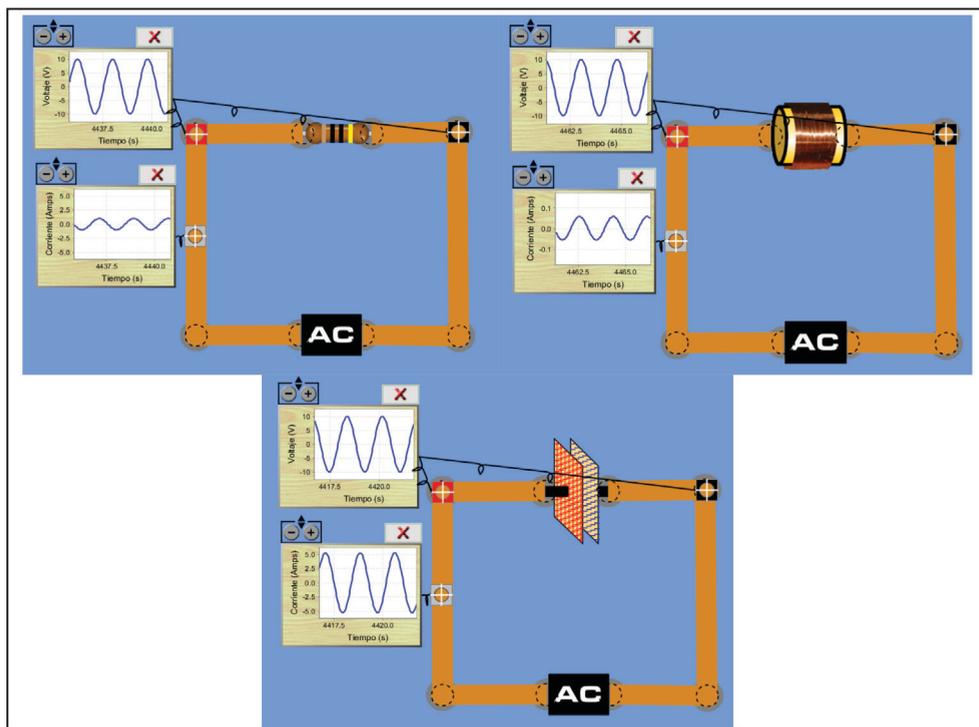


Figura 3.9 Arriba: circuito resistivo (izquierda) y circuito inductivo (derecha). Abajo: circuito capacitivo.

Equipo

Se realizará mediante una simulación interactiva que puede utilizarse desde la PC está disponible de forma gratuita en <https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/circuit-construction-kit-ac-virtual-lab>.

Sugerencias de trabajo

- Implemente un circuito con un resistor y una fuente de corriente alterna. Explore las funciones del simulador, incluyendo las opciones de Componentes, Mostrar corriente, Etiquetas, Valores, Cronómetro, Medidores de voltaje y corriente, así como las configuraciones avanzadas.
- Visualice tanto el sentido de la corriente convencional como el de los electrones. Edite el voltaje (amplitud de voltaje) y la frecuencia de la fuente (por ejemplo: $\epsilon_{max} = 10$ V y $f = 0.25$ Hz, y $\epsilon_{max} = 100$ V y $f = 1.0$ Hz). ¿Qué observa respecto al sentido de la corriente? ¿Cuál es la relación entre los períodos de oscilación de los voltajes?
- Conecte un medidor de corriente (Gráfico de corriente) al circuito, simplemente conectándolo a un punto del mismo. Adicionalmente, conecte un medidor de voltaje (Gráfico de voltaje) a los extremos de la resistencia. El medidor de voltaje tiene dos

puntos para su conexión (rojo y negro). Ajuste la ventana del medidor para minimizar la incertidumbre, es decir, ocupar la mayor parte de la pantalla.

- Observe los gráficos de $i(t)$ y $v_R(t)$.
- ¿Cuál es la escala en el tiempo, el voltaje y la corriente? ¿Puede variar la escala?
- ¿Están en fase la corriente con el voltaje de la resistencia? ¿Cómo lo determina?
- Realice una pausa en sus mediciones (botón $||$) y observe detenidamente los gráficos. Utilizando la escala de fondo, obtenga el período, frecuencia y amplitudes de la corriente y el voltaje. Revise sus determinaciones inspeccionando los componentes. Calcule la frecuencia angular ω y el voltaje pico a pico de la fuente $V_{pp} = 2\varepsilon_{max}$.
- Calcule los valores *rms* de la corriente y del voltaje.
- En el circuito previo, sustituya la resistencia por un inductor de inductancia de 10.0 H y ajuste la escala de corriente del circuito para que la señal sea fácilmente visible. En algunos casos, puede ser necesario llevar la señal a referencia 0.
- Observe los gráficos de $i(t)$ y $v_L(t)$. ¿Está la corriente en fase con el voltaje en el inductor? ¿En qué se basa para hacer esta afirmación? Si hay desfase, descríbalos. Podría resultar útil pausar la ejecución en pantalla e identificar el momento del máximo voltaje para comparar con el valor de la corriente en ese mismo instante. Es posible que sea necesario corregir la referencia de la corriente. Calcule la reactancia inductiva y los valores eficaces de la corriente y el voltaje.
- Posteriormente, reemplace el inductor por un capacitor de 0.15 F.
- Observe los gráficos de $i(t)$ y $v_C(t)$. ¿Está la corriente en fase con el voltaje en el capacitor? Si hay desfase, descríbalos. Calcule la reactancia capacitiva y los valores eficaces de la corriente y el voltaje.
- Para cada una de las situaciones estudiadas, resuma los hallazgos y proporcione una representación fasorial para cada uno de los elementos.

Proyecto 6: Circuito L-R-C con corriente alterna

En los circuitos en serie LRC, ver Figura 3.10, la diferencia de potencial entre las terminales de un resistor está en fase con la corriente, el voltaje a través de un inductor se “adelanta” $\pi/2$ a la corriente y el voltaje a través de un capacitor se “retrasa” $\pi/2$ con respecto a la corriente. La diferencia de potencial instantánea entre las terminales de la fuente de alterna, $\varepsilon(t)$, es igual en todo instante a la suma (algebraica) de las diferencias de potencial $v_R(t)$, $v_L(t)$ y $v_C(t)$, que en representación de fasores, se resume a la suma vectorial de las proyecciones de los vectores rotatorios de longitud

V_{Rmax} , V_{Lmax} y V_{Cmax} . Por su parte ε_{max} es la suma vectorial de los fasores amplitudes de voltaje de la resistencia, el inductor y el capacitor. Los circuitos pueden ser inductivos o capacitivos, dependiendo de si el voltaje del inductor o capacitor predomina sobre el otro, ver Figura 3.11.

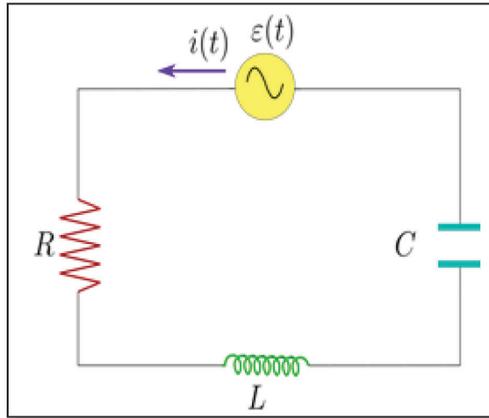


Figura 3.10 Circuito LRC en serie: En esta configuración se muestran cuatro elementos dispuestos en serie: la fuente de corriente alterna, el condensador, el inductor y la resistencia.

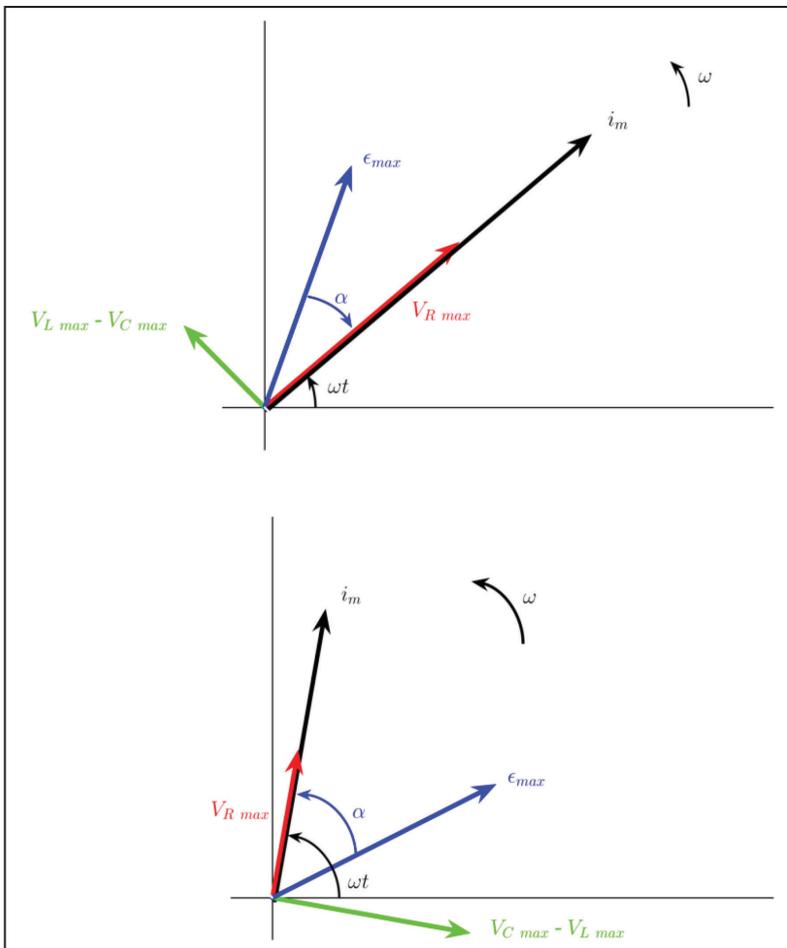


Figura 3.11 Circuito LCR en serie: en la parte superior se presenta una representación de un circuito inductivo, mientras que en la parte inferior se muestra la representación de un circuito capacitivo.

Para realizar esta suma fasorial y obtener la amplitud de voltaje de la fuente primero se resta $V_{Lmax} - V_{Cmax}$ porque son colineales y luego, como V_{Rmax} es perpendicular a los anteriores, se usa el teorema de Pitágoras resultando:

$$\varepsilon_{max} = \sqrt{V_{Rmax}^2 + (V_{Lmax} - V_{Cmax})^2}.$$

El ángulo α entre el voltaje de fuente y la corriente i_m se obtiene $\tan \alpha = (V_{Lmax} - V_{Cmax}) / V_{Rmax}$, que es sencillo visualizarlo a partir de la Figura 3.11.

La impedancia del circuito Z se define como: $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ y permite escribir de forma compacta: $\varepsilon_{max} = Z i_m$.

El objetivo de este laboratorio es medir los voltajes en cada uno de los elementos de un circuito LRC y calcular el valor del voltaje de la fuente

usando $\varepsilon_{max} = \sqrt{V_{Rmax}^2 + (V_{Lmax} - V_{Cmax})^2}$ para luego comparar con la lectura directa de un medidor en colocado en los extremos de la fuente. Determinar el ángulo de fase entre la fuente y la corriente, obtener la impedancia del circuito de forma directa usando $\varepsilon_{max} = Z i_m$ y finalmente compararla con la que se obtiene de los valores nominales de los elementos de circuito utilizados al calcularla con

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}.$$

Equipo

Se realizará mediante una simulación interactiva que puede utilizarse desde la PC está disponible de forma gratuita en <https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/circuit-construction-kit-ac-virtual-lab>.

Sugerencias de trabajo

- Implemente un circuito en serie LRC y conecte a los extremos de cada elemento un medidor de voltaje como función del tiempo, tal como se muestra en la Figura 3.12.
- Determine los voltajes máximos de cada elemento y calcule el voltaje de la fuente, compare con la lectura directa del medidor ubicado en los extremos de la fuente. ¿Es $V_{Rmax} + V_{Lmax} + V_{Cmax} = \varepsilon_{max}$? Justifique su respuesta. Determine el ángulo de fase entre los fasores i_m y ε_{max} .
- ¿Cuál es la importancia del ángulo de fase en un circuito de corriente alterna? ¿Cómo se relaciona con la diferencia de fase entre la corriente y el voltaje?
- Incorpore al circuito un medidor de corriente y determine la corriente i_m . Calcule la impedancia Z del circuito y registre su valor. Explique el concepto de impedancia y cómo afecta a la corriente en el circuito.
- ¿Cómo se relaciona con la resistencia?

- Inspeccione cada uno de los elementos y obtenga sus valores nominales de: R, C, L, VAC y frecuencia (clic derecho sobre el elemento). Con los valores anteriores calcule la impedancia usando
- $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ y compare el resultado con la determinación previa.
- ¿Hubo algún desafío específico al implementar o analizar el circuito?
- ¿Cómo lo superó?

Opcional

Implemente un estudio de la resonancia del circuito. Si decide realizar el estudio de la resonancia, analice cómo varía la respuesta del circuito en función de la frecuencia de la fuente.

Ejercicio

Suponga ahora que el circuito LRC de la Figura 3.10 tiene los siguiente datos: $\omega = 2000$ rad/s, $R = 10 \Omega$, $C = 5 \mu\text{F}$ y $L = 20$ mH y es excitado por un generador funciones (senoidal) de frecuencia f , y de amplitud ϵ_{max} .

Halle los voltajes efectivos en cada uno de los elementos del circuito.

¿Es $V_{Rmax} + V_{Lmax} + V_{Cmax} = \epsilon_{max}$? Justifique su respuesta.

Calcule la amplitud eficaz de la corriente.

¿Qué potencia promedio se disipa en cada uno de los tres elementos del circuito y del generador? Justifique su respuesta.

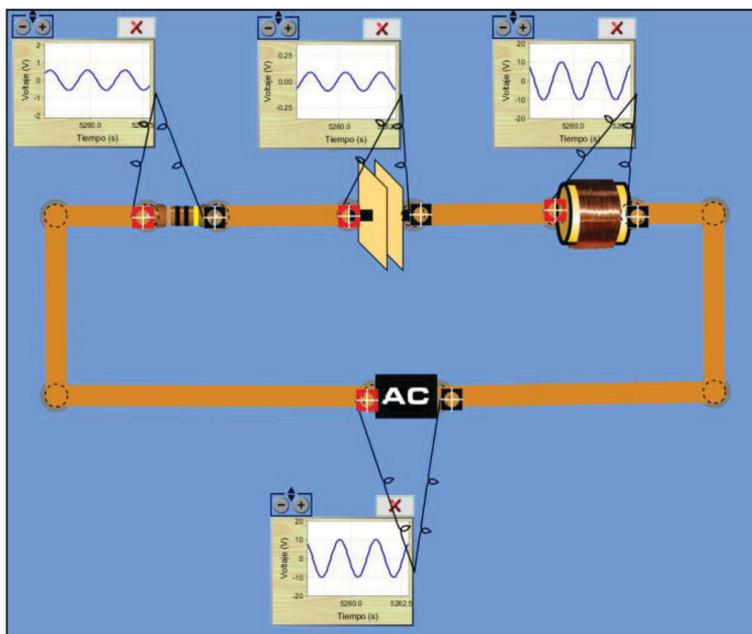


Figura 3.12 Esquema de la simulación a implementar.

Carga y descarga de un capacitor

Carga del Capacitor

Cuando se conecta un capacitor descargado a una diferencia de potencial, si colocamos una resistencia en serie, el capacitor no se carga instantáneamente sino que adquiere cierta carga a medida que transcurre el tiempo. La rapidez de carga depende de su capacitancia y la resistencia del circuito. En la Figura 3.13

se representa un capacitor y una resistencia conectados en serie a una fuente. Si aplicamos la segunda ley de Kirchhoff al circuito tenemos:

$$V_0 - Ri - q/C = 0. \quad (3.1)$$

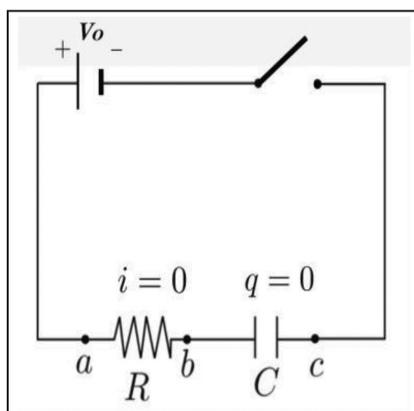


Figura 3.13 Circuito de Carga del Capacitor: Este circuito incluye la fuente de corriente continua, un interruptor, un capacitor y una resistencia.

En el momento $t=0$, cuando el interruptor se encuentra cerrado, el capacitor está descargado y $q=0$. Al sustituir $q=0$ en la ecuación (3.1), se encuentra que la corriente inicial I_0 está dada por $I_0 = V_0/R$. Conforme la carga se incrementa, el término q/C se hace más grande y la carga del capacitor tiende a su valor final, al que llamaremos Q_f . La corriente disminuye y finalmente se vuelve cero. Cuando $i=0$, la ecuación (3.1) da: $Q_f = CV_0$.

Resolver la ecuación (3.1) excede este curso y se brindará una expresión para el voltaje en el capacitor como función del tiempo (Young, Freedman, 2009):

$$V_C(t) = V_0(1 - e^{-t/RC}). \quad (3.2)$$

A tiempo cero el voltaje es nulo porque e^0 es 1 y cancela el termino entre paréntesis de la ecuación 3.2. Luego, el voltaje en el capacitor, se incrementa puesto que a 1 se le resta la exponencial decreciente $e^{-t/RC}$. Si el tiempo es lo suficientemente largo (teóricamente

$t \rightarrow \infty$) se tiene que $e^{-t/RC}$ es 0 y se alcanza V_0 . El término RC recibe el nombre de constante de tiempo, o tiempo de relajación, del circuito, y se denota por $\tau = RC$ (constante de tiempo para un circuito R-C). Cuando τ es “pequeña”, el capacitor se carga con rapidez; cuando es “grande”, el proceso de carga toma más tiempo. Si la resistencia es pequeña, es fácil que fluya la corriente y el capacitor se cargue rápido.

Descarga del capacitor

Suponga que el capacitor de la figura 3.13 se ha cargado y su carga es Q_0 , se retira la fuente del circuito R-C. Se tiene ahora el circuito de la Figura

3.14. El capacitor comienza a descargarse a través del resistor y su carga disminuye hasta hacerse cero.

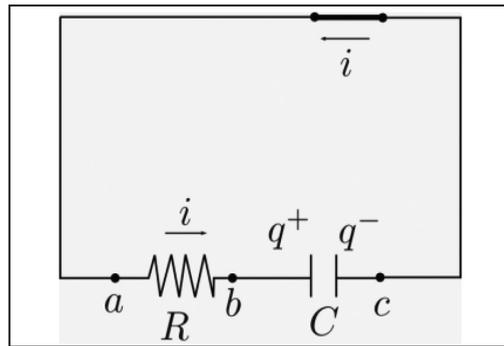


Figura 3.14 Circuito para el Estudio de la Descarga de un Capacitor: Este circuito se configura de manera que, inicialmente, el capacitor está completamente cargado y luego se descarga a través de una resistencia.

En este caso el voltaje en el capacitor a medida que transcurre el tiempo se obtiene a través de:

$$V_C(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (3.3)$$

En donde V_0 es el voltaje inicial en los extremos del capacitor. El tiempo medio se define como el tiempo en donde el capacitor alcanza la mitad de la carga inicial, esto equivale al voltaje mitad. Sustituyendo el voltaje mitad en la ecuación 3.3 se obtiene para el tiempo medio es:

$$t_{1/2} = \ln(2) RC \quad (3.4)$$

Proyecto 1: Estudio de la carga y descarga de un capacitor

Equipo

Un capacitor electrolítico de $220\mu\text{F}$ y 250V , una resistencia de $470\text{ K}\Omega$, una placa Arduino Uno y conectores, un protoboard y una computadora personal.

Sugerencias de trabajo

- Implemente un circuito de carga del capacitor, como el de la Figura 3.15. Se coloca el capacitor y la resistencia en serie en el protoboard y luego se conecta a la fuente de alimentación (tarjeta) usando 5V (terminales GND y 5V de la sección POWER). Para medir el voltaje en el capacitor basta con conectar al extremo positivo del capacitor a la entrada A0 en ANALOG IN.
- Una vez montado el circuito, abra en el computador el IDE Arduino. Se abrirá una ventana en donde se deberá implementar, por ejemplo, el código de la Figura 3.16.
- Luego de ingresado el código, debe verificar que sea correcto y subirlo a la placa.
- Ejecute el programa Excel PLX-DAQ, el cual cuenta con una barra de herramientas propia del Arduino llamada “Data Acquisition for Excel”, en la que se debe ingresar el puerto COM correspondiente, Figura 3.17.
- Para comenzar la toma de datos debe presionar el botón “Connect” y para detener la misma “Disconnect”.
- Luego de que el voltaje llegue a la máxima lectura, y esta se mantenga estable, debe desconectar la fuente de voltaje y lograr el circuito de descarga (Figura 3.18).
- Mida el voltaje en la descarga y a partir de este gráfico determine la constante de tiempo del circuito y compárela con el valor calculado directamente a partir de la resistencia y la capacitancia. Determine la incertidumbre en la constante de tiempo.

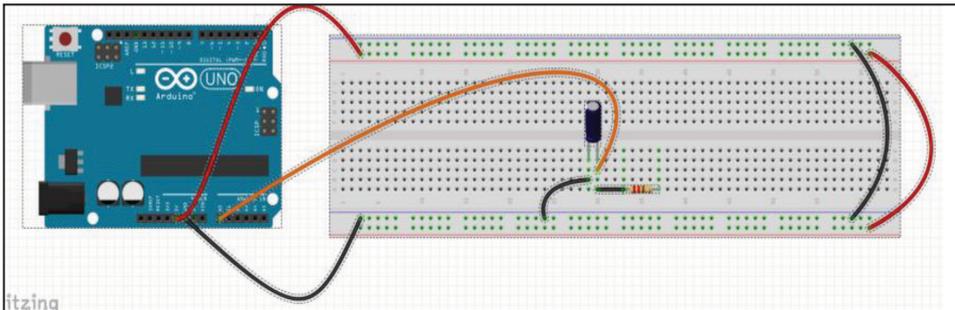


Figura 3.15 Circuito para estudiar el voltaje en el capacitor durante su carga.

```

void setup() {
  Serial.begin(9600); // Inicia la comunicación serial
                     // con una velocidad de 9600 baudios
  Serial.println("CLEARDATA"); // Limpia cualquier dato
                              // previo en Excel
  Serial.println("LABEL,Clock,Time,Voltage"); //
  // Cambiado "Data" a "Voltage" para reflejar la
  // medición de voltaje
  Serial.println("RESETTIMER"); // Reinicia el
  // temporizador de Excel
}

void loop() {
  Serial.print("DATA,TIME,TIMER,");
  // Escribe la cadena "DATA,TIME,TIMER," en Excel. Esto
  // indica que los siguientes valores serán los datos
  // para las columnas Data, Time y Timer.

  int sensorValue = analogRead(A0); // Lee el valor
  // analógico del pin A0
  float voltage = sensorValue * (5.0 / 1023.0); //
  // Convierte la lectura a voltaje (5V referencia, 1024
  // pasos)

  Serial.print(voltage, 4); // Imprime el voltaje con 4
  // decimales
  Serial.println(""); // Agrega un salto de línea para
  // pasar a la siguiente fila en Excel

  delay(100); // Agrega un retardo de 100 milisegundos
}

```

Figura 3.16 Código a implementar para medir voltaje

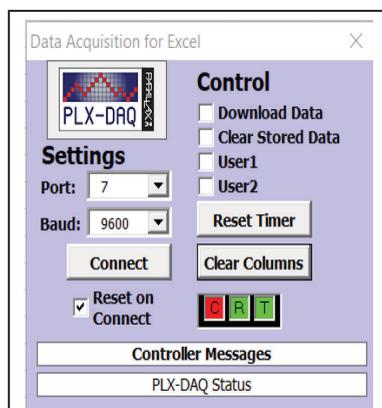


Figura 3.17 Panel de vínculo entre programa Arduino en ejecución en la placa programable y Excel.

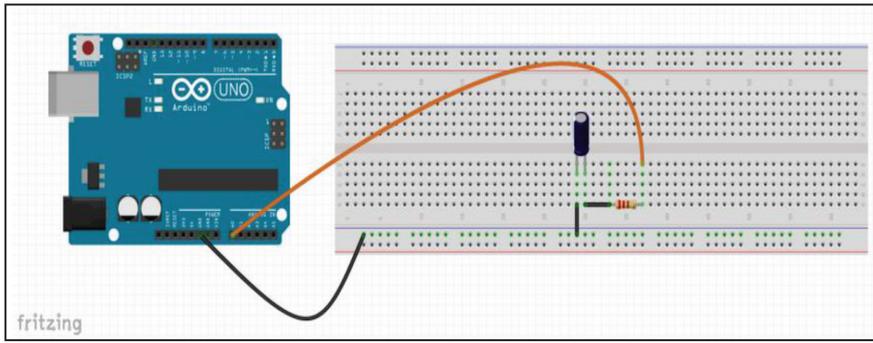


Figura 3.18 Circuito para estudiar el voltaje en el capacitor durante su descarga a través de una resistencia.

Campo magnético terrestre

La Tierra es un imán, su polo norte geográfico está próximo al polo sur magnético, y esto hace que el polo norte de la aguja de una brújula señale aproximadamente al norte terrestre. El eje magnético de la Tierra no es paralelo a su eje geográfico (el eje de rotación). Tal desviación, que varía con la ubicación, se llama declinación magnética (Wikipedia, 2018). Asimismo, el campo magnético no es horizontal en la mayoría de los puntos de la superficie terrestre; su ángulo hacia arriba o hacia abajo se denomina inclinación magnética. En la Figura 3.19 se esquematiza dicha situación.

En esta actividad se estudia el campo magnético de la Tierra utilizando dos bobinas con la configuración de Helmholtz y el sensor magnético del teléfono inteligente. Las bobinas de Helmholtz pueden realizarse con relativa facilidad enrollando un alambre laqueado de bobinado en cilindros de plástico.

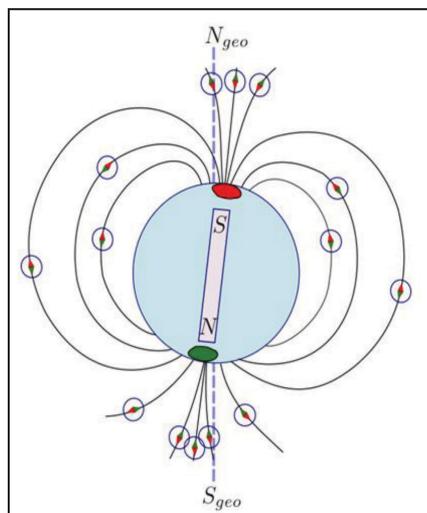


Figura 3.19 Representación de las líneas de campo magnético terrestre.

Proyecto 1: Campo Magnético Terrestre

Equipo

Bobinas de Helmholtz, un teléfono inteligente, pilas, un potenciómetro y un téster o multímetro.

Sugerencias de trabajo

- Identifique dónde se encuentra el sensor de campo magnético de su teléfono inteligente. Puede consultar en el manual del equipo o investigarlo usando un pequeño imán que lo recorra y midiendo el campo con el teléfono y una aplicación adecuada. La mayor intensidad es un indicativo de que estamos cercanos al sensor. Recuerde que la intensidad magnética es un vector, por lo tanto importa la dirección en que se hace la medida.
- Ubique la dirección norte-sur en la mesa de trabajo, esto puede hacerse con una brújula o con una aplicación brújula de tu teléfono inteligente.
- Realice un montaje, como se muestra en la Figura 3.20, en donde el sensor de campo debe quedar alineado al eje central de la bobina.
- Gire la bobina hasta que la dirección del campo magnético que va a generar la bobina sea perpendicular a la dirección Norte-Sur de su mesa de trabajo. De esta manera, el campo magnético de la Tierra y el de la bobina serán perpendiculares entre sí.
- Cierre el circuito (conecte las bobinas) y determine el ángulo de la brújula (teléfono inteligente en esta función) de acuerdo con la intensidad de corriente que circula, repita esto para el menos 8 valores diferentes de corriente. Variar la corriente implica que varía el campo magnético entre las bobinas. El ángulo puede determinarse como el promedio de los desvíos cuando el circuito se conecta con la polaridad en un sentido y luego en el otro.
- Dado que el campo resultante es la suma vectorial del campo de las bobinas y el campo magnético terrestre se cumple que $\tan\theta=BH/BT$, donde BH es el campo de las bobinas y BT en campo magnético terrestre.
- A partir de sus mediciones determine el mejor valor del campo magnético y estime su incertidumbre. Compare con datos de campo magnético de su localidad. Puede ser de utilidad consultar en: <https://www.ngdc.noaa.gov/geomag/calculators/magcalc.shtml>

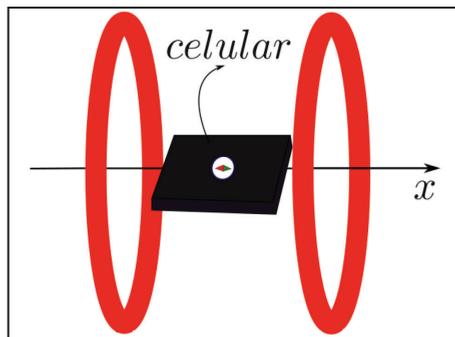


Figura 3.20 Arreglo de las bobinas y el teléfono inteligente.

Bobinas de Helmholtz

Las bobinas de Helmholtz son un dispositivo para producir un campo magnético aproximadamente uniforme. Se disponen en forma paralela dos bobinas circulares de radio R idénticas, con un eje común y separado una distancia igual a su radio, como se muestra en la Figura 3.21. Por simetría, el campo sobre el eje solo puede tener componente axial. Las bobinas deben ser angostas, es decir $L \ll R$, de modo que a distancias del orden de R el campo en el eje (a una distancia x del centro) debido a cada una de las bobinas, está dado por

$$B_x = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}},$$

reemplazando I por NeI , donde Ne es el número de espiras en cada bobina del par. El módulo del campo magnético en el eje debido al par de bobinas a una distancia x de una de ellas será entonces:

$$B_x = \frac{1}{2} \mu_0 N_e I R^2 \left[\frac{1}{(R^2 + x^2)^{3/2}} + \frac{1}{(R^2 + (R-x)^2)^{3/2}} \right]. \quad (3.5)$$

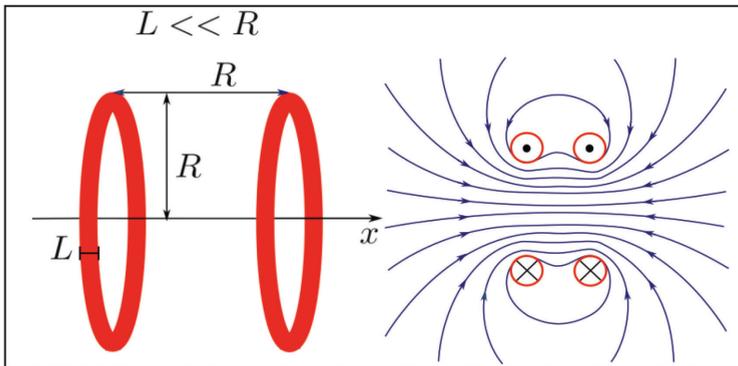


Figura 3.21 A la izquierda sistema formado por dos bobinas en la configuración de Helmholtz. A la derecha diagrama de líneas de campo que muestra la uniformidad del campo magnético en la región central de las bobinas.

En esta configuración, el campo en el punto O entre ambas bobinas ($x = R/2$) es máximo:

$$B_0 = \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{\mu_0 N_e I}{R} \quad (3.6)$$

Esto es válido si la corriente circula en el mismo sentido por ambas bobinas. Si la misma corriente circula en sentidos opuestos en cada bobina, el campo en el centro es nulo, $B_O = 0$ por simetría.

Proyecto 1: Campo magnético en la configuración de Helmholtz

Equipo

Dos bobinas idénticas, un sensor de campo magnético, una fuente de corriente, una regla, un amperímetro y una computadora personal.

Sugerencias de trabajo

- Para cada una de las bobinas, determine el número de espiras N e mida su largo L . Mida el radio R de cada una de las bobinas y tome el promedio como mejor valor para este parámetro.
- Fije el par de Helmholtz de modo que la distancia entre los centros de las bobinas sea aproximadamente R . Alimente ambas bobinas con una corriente de aproximadamente 1 A y asegúrese que fluya en el mismo sentido en ambas.
- Releve el campo magnético a lo largo del eje de las bobinas, midiendo la distancia x a la bobina izquierda y el campo Bx en el eje con el sensor Hall o similar incluso puede usar un teléfono inteligente con un sensor magnetómetro.
- Tome al menos 15 valores para x entre 0 y R .
- Invierta la polaridad de la corriente por una de las bobinas. Releve el campo en al menos cinco puntos de la zona central. Grafique el campo magnético Bx en el eje de las bobinas de Helmholtz y compare con los valores esperado, ecuación 3.5.

Interferencia y difracción

Una serie de ranuras o líneas paralelas en gran número, todas del mismo ancho a y separadas por distancias iguales d entre sus centros, recibe el nombre de red o rejilla de difracción. Fraunhofer construyó la primera con alambres finos. Se pueden hacer una red de difracción simplemente rascando con un diamante muchos surcos igualmente espaciados sobre una superficie de vidrio o metal, o por reducción fotográfica de un patrón de tiras blancas y negras sobre papel.

Los máximos principales de intensidad con líneas múltiples se forman en las mismas direcciones que en el caso del patrón de dos ranuras. Estas direcciones son aquellas con respecto a las cuales la diferencia de trayecto correspondiente a ranuras adyacentes es un número entero de longitudes de onda. Las posiciones de los máximos están dadas por:

$$d \cdot \sin\theta = n\lambda \quad \text{con } n=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.7)$$

Los surcos microscópicos en la superficie de un disco compacto, al cual se le ha sacado la película exterior, actúan como una red de difracción y dividen la luz blanca en los colores que la componen. Los surcos son diminutas fosas de aproximadamente $0.1 \mu\text{m}$ de profundidad en la superficie del disco, con un espaciado radial uniforme $d=1.60 \mu\text{m}$.

Si se hace pasar luz láser a través de la sección de un CD puede conocerse la separación entre las pistas de este, utilizando como datos su patrón de interferencia y difracción y la longitud de onda de la luz láser.

Proyecto 1: Red de difracción

Equipo

Láser, una red de difracción, cinta métrica y teléfono inteligente.

Sugerencias de trabajo

- Prepare un dispositivo como el que se muestra en la Figura 3.22.
- Haga incidir su láser sobre la red de difracción de espaciamiento entre líneas conocido (d). Si usa una red de reflexión, haga incidir el haz del láser con un cierto ángulo de incidencia de modo que, después de la reflexión en la red, el patrón de interferencia se pueda proyectar sobre una pared o pantalla.
- Una vez proyectado el patrón de interferencia realice una fotografía que le permita identificar los diferentes máximos y, usando la ecuación 3.7, determine la separación entre líneas.
- Compare su determinación con la información que tiene de su red y describa las principales fuentes de incertidumbre.

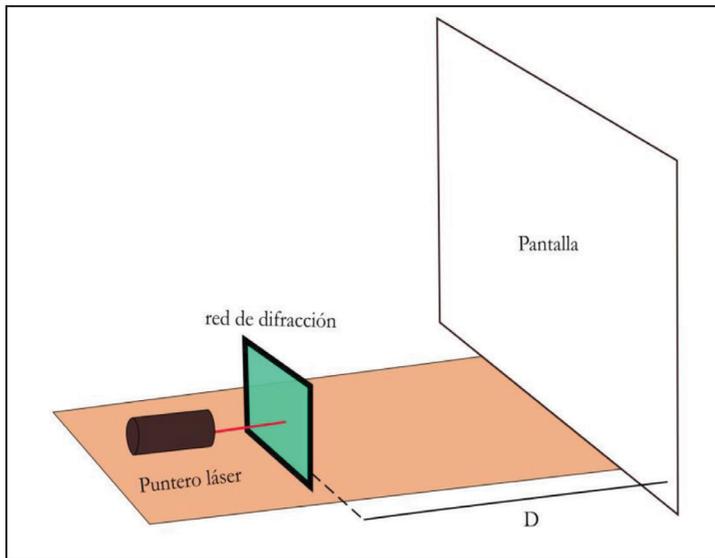


Figura 3.22 A la izquierda

Proyecto 2: Separación de pistas de un CD

Equipo

Láser, un CD sin la cubierta, una cinta métrica y teléfono inteligente. Para quitar la cubierta puede ver: <https://www.youtube.com/watch?v=yVcBRGpEOaw>

Sugerencias de trabajo

- Usando un láser de longitud de onda conocida haga incidir el haz láser sobre un CD y obtenga su patrón de interferencia.
- Determine la separación entre las pistas usando la ecuación 3.7 y estime su incertidumbre.
- Compare el valor obtenido por este método con fuentes de Internet que presenten el valor de la separación de las pistas del CD.

Proyecto 3: Midiendo el espesor de un cabello

Equipo

Láser, un cabello, una cinta métrica y teléfono inteligente.

Sugerencias de trabajo

- Utilice un láser de longitud de onda conocida y haga incidir el haz sobre un cabello para determinar su diámetro mediante el patrón de difracción observado.
- Compare su determinación del espesor del cabello con la medida directa utilizando la función de lupa del teléfono celular y una referencia de longitud conocida.
- ¿Cómo influye la longitud de onda del láser en la precisión de la determinación del diámetro del cabello a través del patrón de difracción?
- ¿Qué ventajas y desventajas encuentra al comparar la medida del espesor del cabello mediante el patrón de difracción con la medida directa utilizando la lupa del teléfono celular?
- ¿Qué factores podrían afectar la precisión de la medida directa del espesor del cabello con el teléfono celular, y cómo podría minimizar dichos efectos para obtener resultados más precisos?

Ley de la inversa del cuadrado

La ley de la inversa del cuadrado establece que para una onda como, por ejemplo, la luz que se propaga desde una fuente puntual en todas direcciones por igual, la intensidad de la misma disminuye de acuerdo con el cuadrado de la distancia a la fuente de emisión.

En la Figura 3.23 se ilustra la emisión de una fuente puntual y como la intensidad de la onda comienza a disminuir con el cuadrado de la distancia.

Figura 3.23 Propagación de ondas desde una fuente puntual. La Intensidad de onda disminuye con el cuadrado de la distancia.

La ley se puede escribir como:

$$I_{(r)} = \frac{P_0}{4\pi r^2}, (3.8)$$

P_0 es la potencia emitida por la fuente y r es la distancia desde la fuente al lugar donde se quiere conocer la intensidad de la onda.

La intensidad de onda de origen solar (irradiancia solar media) incidente sobre una superficie normal a la dirección Tierra-Sol ubicada en el exterior de la atmósfera a una distancia igual a la distancia media Tierra-Sol es aproximadamente constante y se conoce como la Constante Solar, $G_s=1367 \text{ W/m}^2$. Esta ley permite conocer P_0 medio del Sol, a partir de la distancia media Tierra-Sol aproximadamente $1,5 \times 10^{11} \text{ m}$.

La intensidad relativa de un mismo tipo de fuente (igual potencia) del lugar a respecto del b se obtiene:

$$I_{relativa} = \frac{I(r_b)}{I(r_a)} = \left(\frac{r_a}{r_b}\right)^2. (3.9)$$

Proyecto 1: Ley de la inversa del cuadrado

Se propone estudiar la ley de la inversa del cuadrado utilizando para ello dos teléfonos inteligentes, uno de ellos oficiará como fuente que en ciertas condiciones puede modelarse como puntual mientras el otro será el medidor de la iluminación (lx) obtenidos de la fuente luminosa.



Figura 3.24 Equipamiento básico para estudiar la ley de la inversa del cuadrado para la luz.

Equipo

Dos teléfonos inteligentes (fuente emisora y sensor de luz), un banco de óptico, una cinta métrica.

Sugerencias de trabajo

- Disponer de los teléfonos *smarthphones* en el banco óptico como lo muestra la Figura 3.24. Es conveniente que inicialmente la fuente (flash) esté al menos 10 cm del sensor de luz para aproximarnos al modelo de puntual. Los detectores de luz, en general, miden una magnitud que es directamente proporcional a la intensidad de onda que se conoce como iluminancia. Su unidad es el lux, lx.
- Grafique la iluminancia en función de la distancia (r) y en función de $\frac{1}{r^2}$. **
- Realice el ajuste de sus datos.
- ¿Se ajustan sus datos al modelo teórico de la ley del inverso del cuadrado? ¿Dé que forma podemos saber la iluminancia de la fuente si la distancia es 33.0 cm? Explique.

Referencias

- Arribas E., Escobar I., Suárez C., Nájera A., Beléndez A., (2015). *Experiencias de innovación docente en la enseñanza de la Física Universitaria 4ta edición. Capítulo 3*. Albacte, España. Disponible en: <https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/48646/1/Cap%C3%ADtulo3.pdf>
- Gil S. (2014). *Experimentos de Física usando TIC y elementos de bajo costo*. Buenos Aires: Alfaomega.
- Guevara J., (2014). Usando el patrón de interferencia de la doble rendija para obtener el espesor de una lámina delgada transparente. *Lat. Am. J. Phys. Educ.* Vol. 8, No. 2, pp. 355-358.
- Iturralde P., Dalchiele E., Lenci L., Badán A. (2017). Práctica 3: Campo Magnético, Repartido del curso de Física Experimental 2 del Instituto de Física de la Facultad de Ingeniería, UDELAR.
- Pereira Vieira L., Aguiar C. E. (2013). *Experimentos com o Magnetômetro de Tablets e Smarthphones*. Río de Janeiro. Disponible en: http://www.if.ufrj.br/~pef/producao_academica/dissertacoes/2013_Leonardo_Vieira/experimentos_magnetometro.pdf
- R. Resnick, D. Halliday, K. S. Krane (1996 [1994]) *Física* Vol. 2.
- Wikipedia. (2018). Recuperado el 1 de octubre de 2018, de https://es.wikipedia.org/wiki/Declinaci%C3%B3n_magn%C3%A9tica
- Young, H., Freedman, R. (2009). *Física Universitaria*, Volumen 2. Decimosegunda edición. México: Pearson Educación.

Apéndice

Gráficos y reportes para el aula Gráficos

La mayoría de las actividades experimentales propuestas aquí, requieren la elaboración de gráficos para investigar la relación entre diversas variables, como la aceleración de caída libre o lineal de un móvil respecto al tiempo, así como la velocidad angular de un cuerpo en función del tiempo, entre otras. A modo de ejemplo en la Figura A1.1 se presenta un gráfico que ejemplifica estas situaciones en forma conjunta.

Los gráficos permiten por simple inspección, algunas veces, identificar zonas de regularidades, de cambios bruscos, cambios de comportamiento y reconocer el ajuste o no entre los datos experimentales y el modelo teórico así como la detección de muestras anómalas (outliers). La mirada inicial ayuda a dirigir la atención a cierto comportamiento para luego realizar el ajuste adecuado de los datos para confirmar/descartar nuestras predicciones y observaciones iniciales.

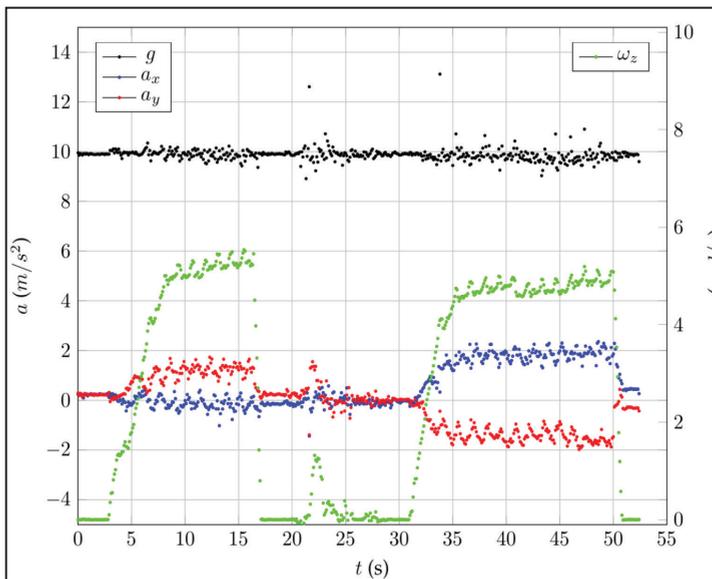


Figura A1.1. Gráfico con ejes primarios y secundarios.

Al graficar, los datos experimentales por lo general se representan con símbolos (asteriscos, cruces, puntos, diamantes, entre otros) y los modelos teóricos mediante el uso de líneas continuas. En la Figura A1.1 todos los datos representados son experimentales y cada uno de ellos utiliza el mismo símbolo y se cambia el color. Desde luego, podríamos cambiar el símbolo del punto por otro así como el color. En este caso, se utiliza como base común el tiempo, que es la variable independiente, en el eje vertical de la izquierda se usa la escala de aceleración y en el eje vertical de la derecha se representa la velocidad angular con su propia escala.

Supongamos un objeto en caída libre que se deja caer de 50 m. Un experimentador mide las diferentes posiciones del objeto y sus respectivos tiempos tomando como origen del sistema de referencia el piso. En este caso son dos las variables involucradas, la altura y el tiempo. El tiempo es la variable independiente y la altura, la dependiente. Para la caída libre la relación entre las variables se presenta en la Figura A1.2, donde se pueden ver las muestras tomadas así como un posible modelo para las mismas basado en la teoría de la caída de una masa puntual sin roce con el aire.

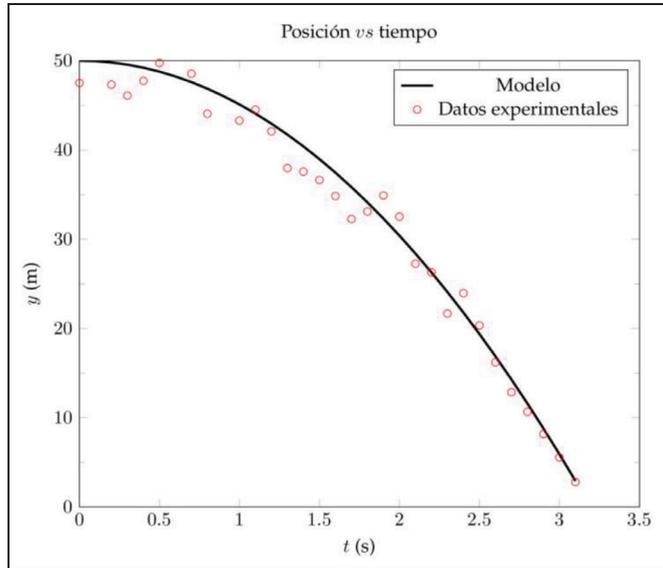


Figura A1.2 Con círculos rojos los datos experimentales y en trazo continuo de color negro la curva de ajuste de los datos (Modelo).

De forma genérica se nombra a la variable independiente como x , y a la dependiente como y . En general, entre estas dos variables pueden existir diferentes dependencias. Una de las más sencillas, aunque no por ello menos útil, es la relación lineal:

$$Y=ax+b.$$

El parámetro a es la pendiente de la recta y b es la ordenada del origen. Otros tipos de dependencias son:

$$y(x)=ax^n,$$

esta relación es potencial, en donde a y n son números enteros. Relación exponencial está dada por:

$$y(x)=a^x,$$

siendo a una constante positiva distinta de 1.

Ejemplos

Estiramiento de un resorte: $F(x) = kx$, lineal. Movimiento caída libre: $h = gt^2/2$, potencial.

Descarga de un capacitor: $V(t) = V_0 e^{-t/RC}$, exponencial.

La dependencia potencial y exponencial puede ser linealizada al tomar logaritmo natural a ambos lados de la igualdad:

$$\ln(h) = \ln(gt^2/2) + 2\ln(t)$$

$$\ln(V(t)) = \ln(V_0) - t/RC$$

En la carga del capacitor a través de una resistencia tenemos una dependencia exponencial que no se puede linealizar: $V(t) = \varepsilon(1 - e^{-t/RC})$. En estos casos es conveniente derivar la expresión respecto del tiempo: $dV(t)/dt = \varepsilon e^{-t/RC}$ y luego linealizar la derivada, ya que obtendremos la información relevante de los parámetros ε y $1/RC$.

La linealización puede realizarse de forma directa al cambiar de gráficos lineales a gráficos semi logarítmicos para dependencia potenciales y gráficos log-log para dependencias exponenciales. La representación gráfica puede realizarse con el programa de uso cotidiano del estudiante: Excel, Calc, MatLab, R, Phyton, entre otros. Para obtener gráficos que permitan una lectura clara, se podrían tener en cuenta las siguientes recomendaciones: elegir escalas adecuadas, etiquetar los ejes con el nombre de la variable y su correspondiente unidad, usar símbolos para los datos experimentales y líneas continuas para los modelos teóricos, colocar leyendas o recuadros en las zonas del gráfico que sean de destacar y colocar textos a pie del gráfico para que se describa con mayor precisión a que corresponde.

Los reportes de discusión en el aula son resúmenes de los trabajos de los estudiantes que se utilizan para profundizar el tema, para que los estudiantes expliquen su trabajo y puedan ser retroalimentados mientras lo hacen.

Reportes para la discusión en el aula

Existen diferentes formas de lograr el objetivo de la retroalimentación de los trabajos, así como diferentes formatos de presentaciones. Aquí brindamos un modelo que nos ha dado resultado para la discusión en el aula pero principalmente para que los estudiantes jerarquicen, dentro de su tarea, aquellos aspectos medulares.

La extensión máxima del trabajo se define en dos carillas con hasta una carilla adicional de Anexo. Los elementos principales a tener en cuenta se explican a continuación de forma simplificada.

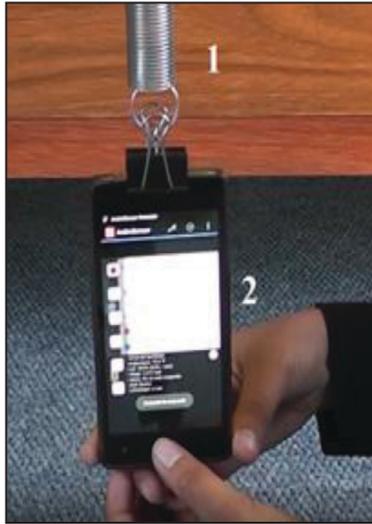


Figura A1.3 Sistema masa y resorte: 1- resorte y 2-teléfono inteligente.

Título del experimento

Nombres de los integrantes

Introducción

Explique de qué trata el experimento y cuál es el objetivo principal.

Detalles experimentales

Explique qué se mide y cómo se mide.

Coloque una foto del experimento y usarla para describir los equipos usados, ver Figura A1.3 como ejemplo.

Resultados experimentales

Describa objetivamente los resultados de los gráficos. Use los gráficos necesarios (relevantes y no repetitivos) y no olvide que deben quedar claros y bien nombrados los ejes.

Análisis

Analice los resultados y contrastarlos con otras fuentes de información.

Otros comentarios

Dificultades encontradas, lecciones aprendidas, que modificaría para que fuera más interesante, entre otros.

Fuentes de consulta

Cite bibliografía o referencias usadas.

Entrega

No supere las dos carillas para el desarrollo del trabajo más una pregunta opcional de Anexos. Letra Times New Roman 12. Márgenes normales e interlineado sencillo.

Votadores digitales

La primera aproximación de los estudiantes a los contenidos de los cursos de Física básica, en el formato tradicional, se da principalmente al asistir a clases. En el aula, los estudiantes escuchan al docente, ya sea de teórico o práctico, y sacan apuntes. Luego, utilizan diferentes estrategias para complementar sus conocimientos: lecturas de libros, videos de Internet, estudio en grupo, etcétera. El trabajo que realizan en el aula es prácticamente nulo, la pasividad es notoria. Estas características de los estudiantes tienen que ver, en parte, con la historia previa del estudiante en enseñanza media y con la propuesta metodológica del docente.

Potenciar el aprendizaje, implica cambiar elementos del aula tradicional por un conjunto de actividades que pueden desarrollar los estudiantes antes, durante y luego de clase. Si los estudiantes se aproximan al tema previo a la clase se puede dedicar el mayor tiempo de clase a aspectos sustanciales de la temática, explicar conceptos y procedimientos “difíciles” (desafiantes), generar actividades para que los estudiantes realicen dentro del aula.

Los *votadores digitales* son sistemas de respuesta personal o grupal a distancia que permiten obtener información de la comprensión y seguimiento del estudiante a la propuesta en el propio momento de la enseñanza, de la opinión de un conjunto de estudiantes, sobre un determinado tema en el aula. En tiempo real, los estudiantes pueden intercambiar con el docente o con sus pares mediante simples clics. Estos sistemas, con un enfoque pedagógico adecuado, pueden ser útiles para varias actividades de aula, como por ejemplo: el aseguramiento de lecturas, identificar la comprensión de conceptos en estudiantes y todo el grupo, resolver problemas paso a paso, entre otros.

A continuación se indican algunas de las características relevantes de los sistemas de votación:

- motivan el estudio previo a la clase
- aumentan el nivel de atención y participación en clases
- permiten la evaluación para el aprendizaje y brindan retroalimentación de conceptos al instante
- facilitan la participación de los estudiantes en contexto de masividad
- contribuyen al trabajo en equipo y discusiones grupales

A continuación se realiza una descripción de las generalidades de los *votadores digitales* Enjoy ARS RF 217 (<http://www.enjoyvote.com/en-us/products.php?view=15>), para su

configuración y uso. Estos votadores están disponibles en nuestro departamento de Física (100 unidades) y hoy día existen sistemas equivalentes que incorporan los teléfonos inteligentes.

Los votadores digitales de radio frecuencia (RF) son un sistema digital de votación, ejecutado mediante archivos que incorporan Power Point. El sistema dispone de dos tipos de control remoto: uno para el docente y otro para los estudiantes (ver Figura A2.1). El control del estudiante (clicker) tiene una numeración que permite identificar al votador con el estudiante, permitiendo el seguimiento. Además, el sistema tiene un receptor (al cual se comunican los votadores por radio frecuencia), un programa para la configuración del grupo (asociar votador-estudiante), el diseño de actividades, realizar el seguimiento de los resultados de las votaciones de los estudiantes, entre otros. Con un proyector, una pantalla y una computadora personal se completa el sistema para el trabajo en el aula.

El *votador maestro* del docente tiene la función de administrar el sistema: iniciar y cerrar una actividad, ver resultados de votaciones en formato de tabla o gráfico, cambiar de actividades, entre otras opciones.

El *votador del estudiante* le permite a este interactuar en la clase con diferentes opciones de alternativa (A, B, C, D, E, F) ante una pregunta, levantar la mano,

registrar su asistencia, ya que, como ya se mencionó, cada votador tiene un número que se asocia al estudiante.

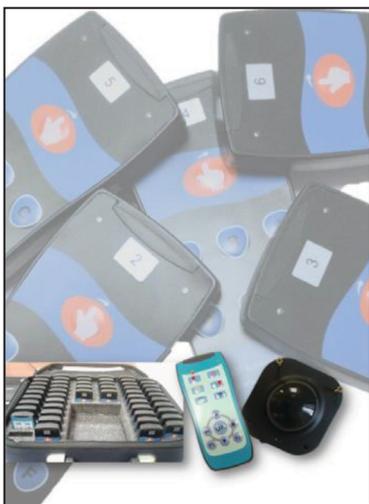


Figura A2.1 Sistema de votadores con su receptor de radio frecuencia.

La actuación de los estudiantes en sus diversas manifestaciones: respuestas, asistencias a clase, intervenciones levantando la mano, veces que se le otorgó la palabra y su evaluación, pueden ser registradas en el programa, si ha sido previamente instalado en la computadora personal del docente y se ha configurado adecuadamente. Aquí se brindan aspectos referidos al uso educativo, dado que a los detalles del programa y su instalación se accede a través de la guía que acompaña el kit cuando es adquirido.

En diferentes momentos de la clase y con fines variados se pueden seguir algunas de las siguientes estrategias:

Revisión de trabajos planteados antes de clase. Antes de la clase, el docente sugiere diversas estrategias como lecturas, resolución de problemas o experimentos demostrativos, para que los estudiantes preparen y estudien por su cuenta. Al comenzar la clase, se lleva a cabo una revisión de la tarea mediante preguntas de opciones múltiples. Los estudiantes utilizan votadores digitales para seleccionar la respuesta que consideran correcta de, al menos, cinco opciones. Si los resultados del estudio previo indican que existen dudas sobre el tema planteado, se pueden generar discusiones para destacar diferentes puntos de vista y orientar la intervención del docente hacia la temática antes de su desarrollo o complementación. Esta actividad puede servir como diagnóstico al inicio de las clases, es decir, como evaluación diagnóstica, o puede considerarse para la calificación del estudiante, asignándole puntos dentro del curso.

Atención y comprensión de temas en el aula. El docente inicia la presentación del tema empleando la estrategia más adecuada para alcanzar sus objetivos y, a través de preguntas mediante interrogación didáctica, fomenta la participación de los estudiantes utilizando votadores. Cuando las respuestas coinciden en un 70% en una o más opciones correctas, se introduce un nuevo concepto o procedimiento. Si las respuestas se diversifican entre varias opciones, se destaca este hecho y se pide a los estudiantes que discutan con un compañero su elección, justificando el motivo de su elección. Posteriormente, se realiza una segunda votación. Dependiendo de los resultados de esta votación, el docente decide si es necesario volver a explicar, complementar, ofrecer nuevos ejemplos o pasar al nuevo concepto.

Evaluaciones de proceso o sumativas. En este enfoque pedagógico, el docente redefine su papel, convirtiéndose en un hábil diseñador de actividades que promueven el aprendizaje de sus estudiantes, centrándose en la evaluación formativa y la participación activa (Martínez-Olvera, Esquivel- Gámez, Castillo, 2014, p. 150). Asimismo, puede evaluar los conocimientos adquiridos por los estudiantes a través de pruebas de fácil corrección y retroalimentación, como los cuestionarios de opción múltiple con puntajes y tiempos predefinidos.

Configuración del programa

El programa se instala en una computadora personal con sistema adecuado a los requerimientos del sistema de votadores (Windows 7) y luego debe configurarse. En la Figura A2.2 se presenta una vista de los íconos principales del programa una vez instalado: *Quiz Freedom*, *Quiz Master*, *Setting and Query*, y *Hardware Type Setting, Exam Paper Editor, Question Editor for Quiz Freedom, Standard Exam*.

Una vez finalizada la instalación, el primer paso es configurar el tipo de hardware en: *Hardware Type Setting*. Para esto, se deben seleccionar: contraseña (88888888), Type: 217, Teacher: 13 Keys y Max ID No: 2000.

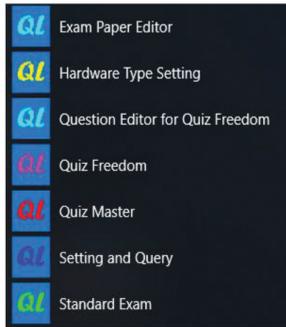


Figura A2.2 Íconos que se generan una vez instalado el *software* en la computadora personal.

Creación del grupo

Como un primer paso se sugiere crear un archivo en Excel (si bien no es la única opción, destaca su practicidad) que contenga las siguientes columnas: ID NO (número de votador), Name (nombre de los estudiantes

correspondientes a cada votador) y Group NO (grupo al que pertenecen), guardado en una versión compatible con el programa (Excel 97-2003).

Para la creación de un grupo en el sistema se debe acceder a *Setting and Query*. Para ilustrar la manera en que se crea un grupo, y como ejemplo sencillo del procedimiento, supongamos que los estudiantes del grupo son: E1, E2, E3, E4 y E5.

Luego, se debe ingresar a *Setting and Query*, opción *Manager* (contraseña 88888888), *Set* y opción *participan Set*. En *participan Set* se crea el grupo clase (*Add Class*) y se realiza la importación del archivo Excel (*Import*) donde figuran los estudiantes identificados con su votador. Si no se cuenta con dicho archivo, se pueden ingresar los estudiantes uno a uno con la opción agregar (*Add*) y se debe ir guardando cada vez que realiza el ingreso (*Save*). También es posible agregar nuevos grupos clase (*Add Class*), renombrarlos, etcétera. Finalmente, se define el docente (*supervisor Set*) o grupo de docentes encargados del grupo y la asignatura/nombre de referencia. En la Figura A2.3 se resaltan con recuadros punteados de diferentes colores la ubicación en la ventana de las opciones principales.

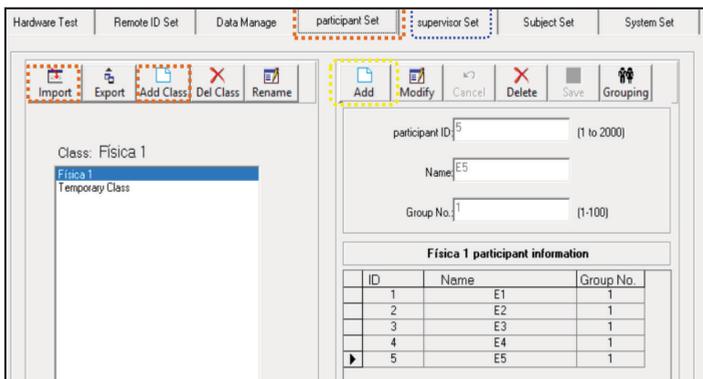


Figura A2.3 Creación de grupo de clase agregando estudiantes.

Votadores en acción

Para comenzar a experimentar con el sistema de votación se debe iniciar el ícono *Quiz Master*, que solicita por única vez el código de registro o número de serie (S/N) del receptor. El docente se identifica, identifica su grupo (*Class*) el tipo de tarea (más adelante se brinda un ejemplo de creación de tarea) y presiona Ok, ver Figura A2.4.

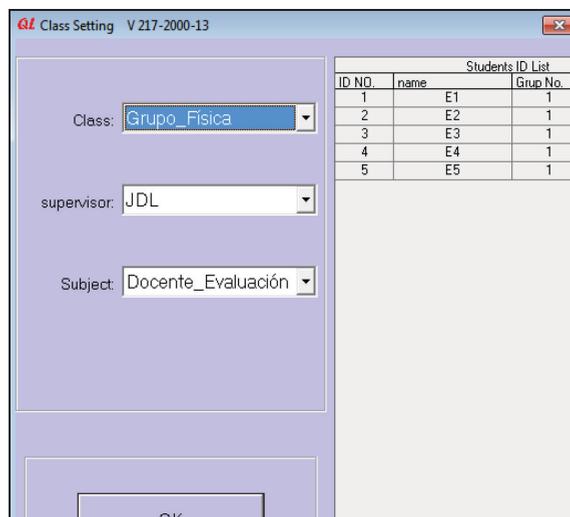


Figura A2.4 Creación de grupos e inclusión de estudiantes.

Ejemplo 1. Registro de asistencia

Una vez que se selecciona el grupo y da Ok aparece el cuadro de diálogo *Quiz Genius*, ver la Figura A2.5. Seleccione participación individual y el modo de actividad *#Attendance* he inicie el sistema. Con el control del docente comience la votación y los estudiantes tienen hasta 240 segundos para registrarse presionando cualquiera de las teclas de opciones del votador.



Figura A2.5 Quiz Genius y modo de participación y actividad.

Este proceso de respuestas se puede visualizar en la pantalla de la computadora personal o en la pantalla de proyección mediante un esquema numerado que cambia de color al realizar el registro de asistencia.

Finalizado el intervalo de tiempo de votación se muestra un reporte, ver Figura A2.6, el cual se puede guardar para consultas. Registrar la asistencia al inicio de la clase permite, en votaciones a realizar durante la clase, saber quiénes efectivamente deben ser contados (porcentaje) para la estadística de respuestas correctas.

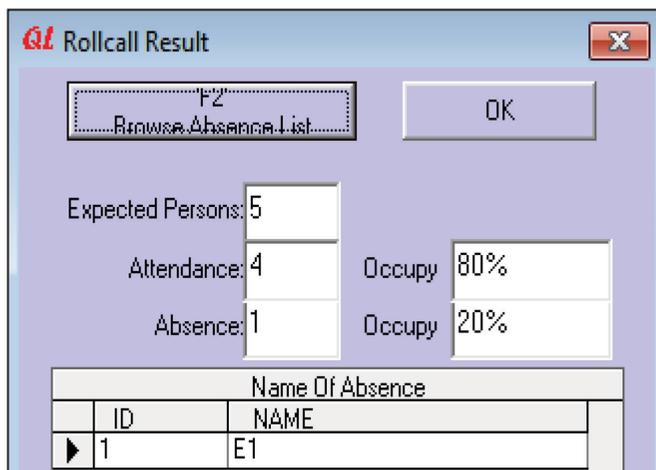


Figura A2.6 Registro de la asistencia de los estudiantes.

Para consultar el registro de asistencia en cualquier momento, se debe ingresar a *Setting and Query* opción *Manager* e introducir la contraseña correspondiente. Una vez ingresado al sistema se ingresa a *Query* y se debe seleccionar *Class Attendance* y pedir el reporte correspondiente al grupo y fecha de clase presionando *Query*, ver Figura A2.7.

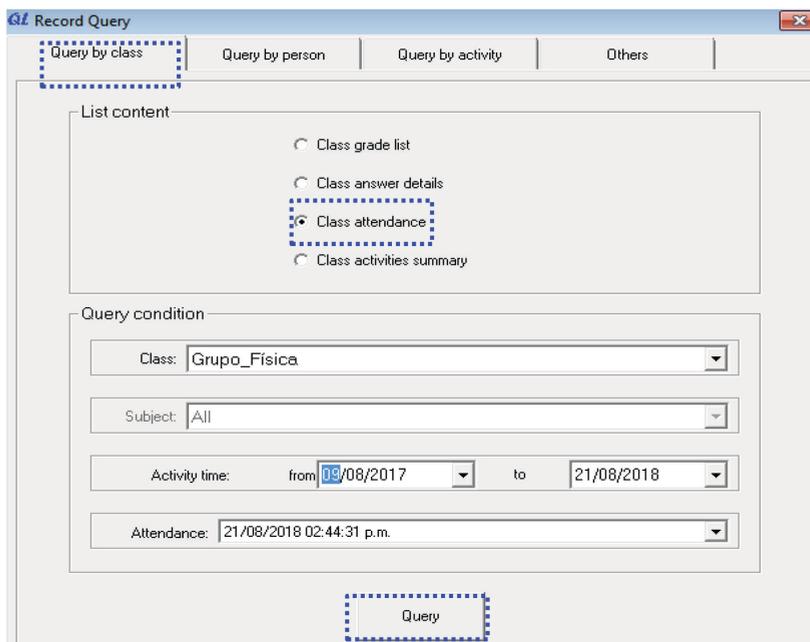


Figura A2.7 Asistencia guardada en los registros.

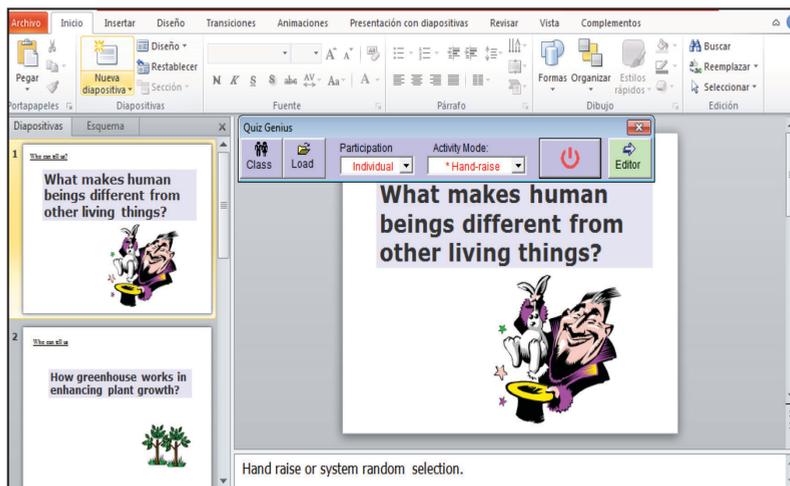


Figura A2.8 Iniciando las respuestas al levantar la mano.

Ejemplo 2. Solicitar la participación oral en clase

Seleccionado el grupo, docente y asignatura en el cuadro de diálogo *Quiz Genius* se debe optar por el tipo de participación y el modo de la actividad.

Para registrar la participación oral en clase se selecciona *individual* y el modo de actividad *Hand-raise* (levantar la mano), previamente se debe haber cargado la actividad de preguntas (ver Figura A2.8).

Al iniciar el modo el primer estudiante en votador tendrá la palabra y el docente es el que lo calificara teniendo la opción *-10*, *0*, *10*, dependiendo de lo acertado o no de la respuesta, ver Figura A2.9. Con el votador docente presionando la opción cuadrícula se puede acceder a la puntuación de cada estudiante y el tiempo de reacción para brindar la respuesta.

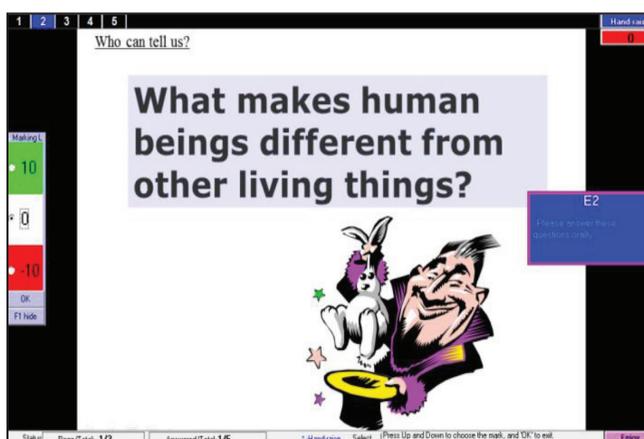


Figura A2.9 El estudiante E2 tiene la palabra y el docente debe asignar un puntaje a su respuesta.

Ejemplo 3. Preguntas de múltiple opción

Antes de desarrollar la actividad, se debe seleccionar el grupo, docente y asignatura. Luego, en el cuadro de diálogo de *Quiz Genius*, se carga la presentación (*Load*) y se elige una de entre las disponibles (ver Figura A2.10).

Es posible optar por la participación en modo individual o grupal. El modo de actividad es *Normal Quiz*. Las preguntas por defecto otorgan 30 segundos para la votación. Si por el tipo de pregunta es necesario un tiempo mayor una posible estrategia es brindar a los estudiantes tiempo previo para pensar o desarrollar cálculos y luego iniciar la votación. Al terminar el tiempo (30 s), aparecerá en pantalla el registro de respuestas correspondiente a cada opción, y si se ha configurado la tarea para que muestre la correcta esta estará en color verde. A modo de ejemplo, en la Figura A2.11, se muestra que los estudiantes no han votado y la opción correcta es la A. Finalizado el test se puede repetir un nuevo intento, previo al registro de los resultados del primero.

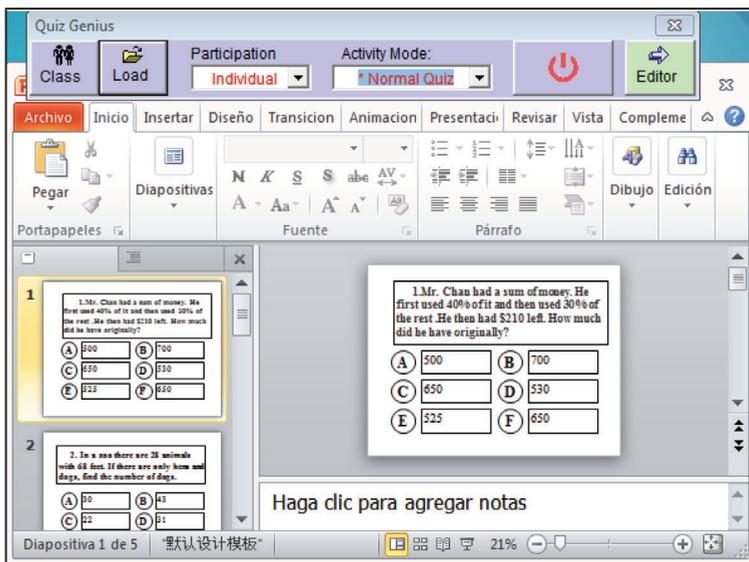


Figura A2.10 Se ha cargado la presentación a utilizar en las preguntas de opción múltiple y se ha seleccionado participación individual.

La múltiple opción es una de las estrategias más usadas, pero pueden utilizarse otras como juego de respuestas rápidas, juego de eliminación, encuestas por votación, puntuación, etcétera. La estrategia elegida dependerá de los objetivos planeados por el docente.

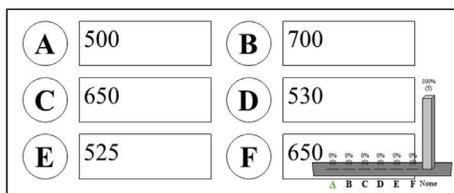


Figura A2.11 Se brindan seis opciones de respuestas ante una pregunta, la opción A es la correcta y se indica con el color verde. En este caso no han respondido los estudiantes y eso se indica con la barra de None en 100%.

Al finalizar una actividad, el programa permite guardar los registros de la misma, constituyéndose en una herramienta importante para el docente para visualizar la actuación del grupo y el desempeño de cada estudiante. En *Setting and Query* se pueden consultar estos registros y descargarse para su utilización con diferentes fines: evaluación de aprendizajes, investigación en enseñanza, entre otros.

Page: 1 / 1

Grupo_Fisica(8/21/2018 14:44:31)Attendance Record

ID No	Name	Attendance Information
1	E1	Absence
2	E2	Attendance
3	E3	Attendance
4	E4	Attendance
5	E5	Attendance

Total Persons:5 Attendance Persons:4 Absence:1

Table Time: 21/08/2018

Figura A2.12 Registro de asistencia de los estudiantes.

A continuación, en las Figuras A2.12 a A2.14 se ilustran, a modo de ejemplo, diferentes salidas del registro: asistencia, detalles de las respuestas de los estudiantes en las actividades e histograma de respuestas.

Grupo_Fisica activity details

Activity Name math questions(Normal quiz).ppt21/08/2018 05:22:42 p.m.
 Path of Test C:\Program Files\Enjoy ARS All_V3.10.4\Tecleras\paper_base\math questions(Normal quiz).ppt

Activity Mode Normal Quiz Activity Date 21/08/2018 05:22:42 p.m. Participation Mode Individual

Mark 10 Correct Answer A

Qu. Title 1.Mr. Chan had a sum of money. He first used 40% of it and then used 30% of the rest. He then had \$210 left. How much did he have originally?

A: 500 B: 700 C: 650 D: 530 E: 525 F: 650

ID No	Name	Group no.	Answer
1	E1	1	None
2	E2	1	A
3	E3	1	A
4	E4	1	A
5	E5	1	A

Figura A2.13 Registro de actividad con detalles de la pregunta, respuestas tentativas y respuestas de los estudiantes.

Creación de preguntas

Se pueden elaborar preguntas/actividades para los estudiantes utilizando el modelo estándar, el modelo especial o el diseño que el docente entienda pertinente de acuerdo al tipo de recurso que quiera incorporar: videos, simuladores, enlaces a páginas web, aplicaciones de *smarthphones*, etcétera.

Al ingresar a *Quiz Master* basta con seleccionar el curso, asignatura y docente y en el *Quiz Genius* usar la función *Editor*.

Con la opción *New* se puede comenzar a crear un nuevo test, se agrega una nueva diapositiva y se selecciona el tipo de pregunta (ver Figura A2.15). Luego llega el momento de ingresar las preguntas, identificar o no la correcta, el puntaje asignado, el tiempo de votación, posibles deducciones por errores de respuesta, entre otros. Es posible realizar diferentes combinaciones de preguntas en el sentido de que las opciones de respuesta pregunta a pregunta pueden ser diferentes, por ejemplo: en una pregunta seis opciones y en otra tres. En la Figura A2.16 se muestra la vista de editor de preguntas. Este proceso de agregar diapositivas se repite para cada una de las preguntas que se necesiten incorporar al test.

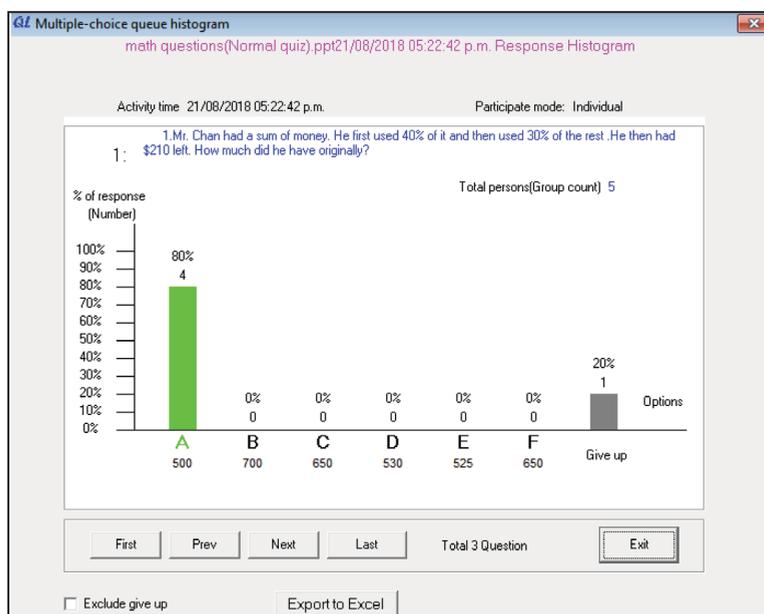


Figura A2.14 Registro de respuestas en forma de histograma, indicando los porcentajes de las opciones que seleccionan los estudiantes, en este caso el 80% responde por la opción correcta y uno de los estudiantes no responde.

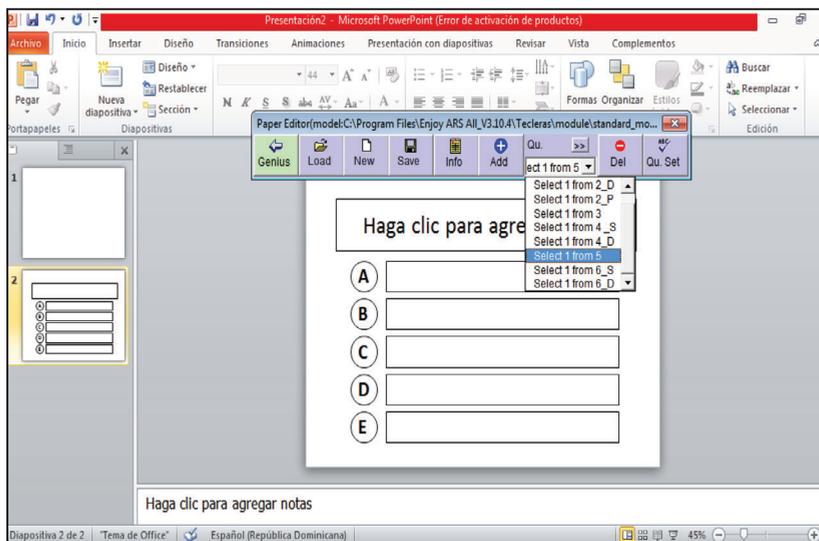


Figura A2.15 Diseño de preguntas mediante el modelo estándar, cada pregunta se diseña de acuerdo con el interés del docente. Se pueden seleccionar diferente cantidad de opciones de respuesta.

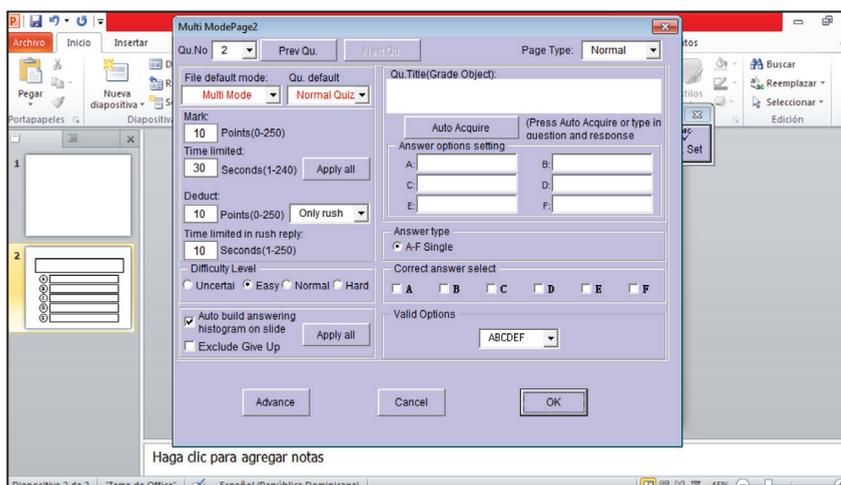


Figura A2.16 Diseño de cada pregunta, los diferentes recuadros facilitan el diseño.

Cuestionarios en Entornos Virtuales de Aprendizaje

Los cuestionarios en el Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA) son una actividad que permite al docente plantear preguntas a los estudiantes en diferentes formatos: preguntas tipo opción múltiple, verdadero/falso, coincidencia, respuesta corta y respuesta numérica. Los cuestionarios pueden usarse para crear: exámenes del curso, test, tareas de lectura, entre otras.

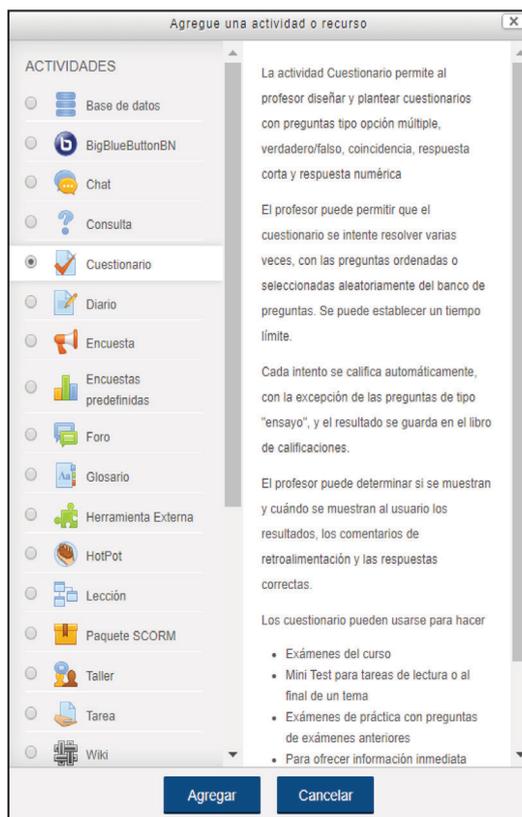


Figura A3.1 Imagen que muestra cómo se genera un cuestionario dentro de un tema de un curso.

La inclusión de esta estrategia en los cursos presenta la ventaja de ampliar el tiempo pedagógico y permitir que los estudiantes se involucren en actividades que contribuyen al aprendizaje de conceptos y procedimientos que serán abordados en futuras clases. Además, a través de los cuestionarios, se busca reforzar o complementar aquellos temas que ya se han tratado, aplicándolos a diversas situaciones. Esta metodología es especialmente beneficiosa para abordar contenidos que, debido a limitaciones de tiempo en el aula, no pueden ser tratados directamente.

Estos cuestionarios ofrecen, al menos, las siguientes posibilidades:

- secuenciar un conjunto de preguntas o seleccionarlas de forma aleatoria, desde un banco de preguntas
- estipular el tiempo para realizarlos
- brindar retroalimentación al instante
- uno o varios intentos de realización
- guardar en el libro de calificaciones de forma automática los desempeños de los estudiantes.

El registro en el libro de calificaciones permite asignar puntajes por estos trabajos a los estudiantes y que estos influyan en cierto grado en la calificación del curso.

A continuación se describe uno de los posibles procedimientos para la creación de un cuestionario, el diseño de preguntas y la forma en que pueden obtener los resultados de las

actuaciones de los estudiantes. Estos resultados, a partir de su discusión y análisis, sirven para retroalimentar los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes.

Creación de un cuestionario

Para crear un cuestionario se debe *Activar Edición* y en el tema correspondiente se añade la actividad Cuestionario, ver Figura A3.1. Se selecciona la opción cuestionario y se agrega. Ahí se genera la actividad y la lista para ser editada, es decir realizar su configuración general. La configuración general se inicia con el nombre que se le debe asignar al cuestionario, así como con la descripción del mismo (objetivos, logros de aprendizaje u otros). Posteriormente de creada la actividad, se deben configurar varios ítems, como se muestran en la Figura A3.2.



The image shows a configuration menu for a questionnaire. It consists of a list of expandable sections, each with a right-pointing chevron icon. The sections are: Temporalización, Calificación, Esquema, Comportamiento de las preguntas, Opciones de revisión (with a question mark icon), Apariencia, Restricciones extra sobre los intentos, Retroalimentación global (with a question mark icon), Ajustes comunes del módulo, Restricciones de acceso, Marcas, and Competencias. At the bottom of the menu are three buttons: 'Guardar cambios y regresar al curso', 'Guardar cambios y mostrar', and 'Cancelar'.

Figura A3.2 Se muestran los diferentes ítems que deben configurarse para la creación del Cuestionario.

A continuación se comparte una configuración (no exhaustiva) para diseñar cuestionarios para cursos de Física, utilizables en otras asignaturas si se atienden los requerimientos especiales que estas pueden tener. El objetivo de presentarlo aquí es motivar a los colegas para su implementación dado que el valioso tiempo que se invierte en su diseño es optimizado cuando con simples adaptaciones puede utilizárselo en otros temas o cursos y/o de forma transversal.

Temporalización: Aquí se debe definir desde donde y hasta cuando estará disponible el cuestionario. Dependiendo del objetivo buscado el tiempo puede ir desde antes de la clase o luego de esta y se sugiere que como mínimo esté disponible una semana para su abordaje.

Calificación: Por defecto (calificación más alta), se debe agregar la nota de aprobación y se debe atender a la cantidad de intentos que serán permitidos a los estudiantes.

Esquema: Define la cantidad de preguntas por página, es usual usar una página cada 3 o 4 preguntas.

Comportamiento de las preguntas: las respuestas se organizan por azar y la retroalimentación debe adaptarse a los fines perseguidos, sugerimos inmediata para preguntas múltiple opción.

Opciones de revisión: Por defecto.

Apariencia: imagen pequeña del usuario y 0 decimales.

Restricciones extra sobre los intentos: Por defecto.

Retroalimentación global: 100-90% Excelente, 90-80% Muy bueno, 80-70% Buen trabajo, 70-60 Aceptable, 60-0% Intente nuevamente. **Ajustes comunes del módulo:** Por defecto u ocultar mientras se arma. **Restricciones de acceso, marcas y competencias:** por defecto.

Con los ajustes anteriores ya está creado el cuestionario en el lugar asignado y puede comenzarse la edición del cuestionario en sí, es decir, comenzar a realizar las descripciones de situaciones así como elaboración de las preguntas, (ver Figura A3.3).

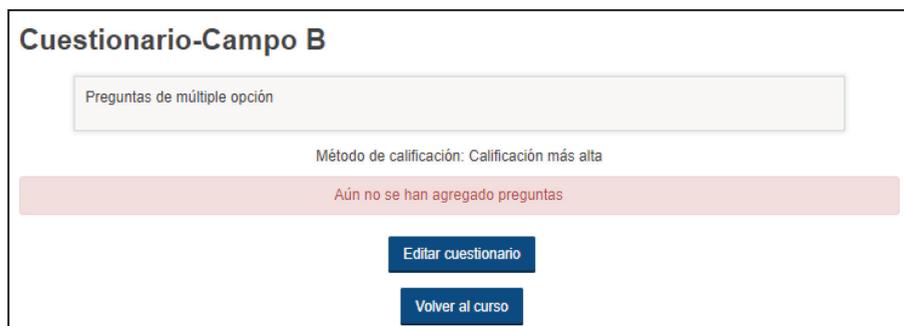


Figura A3.3 Editar cuestionario permite ingresar las preguntas en sus diferentes modalidades.

Diseño de preguntas

En Física es común realizar varias preguntas de una situación dada, por lo general se agrega una *Descripción*, esta no es una pregunta en sí, sino una forma de añadir algunas instrucciones u otros contenidos a la pregunta. Es común usar varias preguntas de opción múltiple, que permiten la selección de una o varias respuestas a partir de un conjunto predefinido, a las descripciones. Las descripciones y preguntas se agregan una a una (ver Figura A3.4).

Página 1		Agregar
i	Situación 1 Una manzana cae libremente de un árbol, estando originalmente en re...	Q
1	Aleatoria (manzana que cae) (Vea las preguntas)	Q 1,00
2	Aleatoria (manzana que cae) (Vea las preguntas)	Q 1,00
3	Aleatoria (manzana que cae) (Vea las preguntas)	Q 1,00
Página 2		Agregar
i	Situación Una bola de nieve rueda del techo de un granero con inclinación hacia ab...	Q
4	Aleatoria (bola de nieve) (Vea las preguntas)	Q 1,00
5	Aleatoria (bola de nieve) (Vea las preguntas)	Q 1,00
6	Aleatoria (bola de nieve) (Vea las preguntas)	Q 1,00
Página 3		Agregar
i	Vagón Un vagón abierto de ferrocarril viaja a la derecha con rapidez constante de 1...	Q
7	Vagón 1 ¿Qué velocidad tiene la motoneta relativa al vagón abierto?	Q 1,00
8	Vagón 2 ¿Qué velocidad tiene el vagón abierto respecto de la motoneta?	Q 1,00
9	vagón 3 La aceleración de la motoneta respecto del vagón abierto es	Q 1,00
		Agregar

Figura A3.4 Descripción de la situación y un conjunto de tres preguntas por cada una de ellas.

En la Figura A3.5 se muestra una pregunta en el modo de vista que los estudiantes tienen al momento de responderlas. En la parte superior se muestra la *Descripción* y debajo de esta una pregunta con las opciones dadas.

The screenshot shows a web-based assessment interface. At the top, there are navigation tabs: 'Mis cursos', 'Física 1 (2018)', 'Cinemática del punto', 'Cuestionario 1 - Cinemática de la partícula CIO', and 'Vista previa'. On the left, there is a 'Navegación por el cuestionario' section with a grid of question numbers (1-9) and a 'Comenzar una nueva previsualización' button. Below that is an 'Administración' section with options like 'Editar ajustes', 'Excepciones de grupo', 'Excepciones de usuario', 'Editar cuestionario', 'Vista previa', 'Resultados', and 'Roles asignados localmente'. The main content area is divided into three parts: 'Información' (with 'Marcar pregunta' and 'Editar pregunta' options), a description of the problem: 'Un vagón abierto de ferrocarril viaja a la derecha con rapidez constante de 13,0 m/s relativa a un observador que está parado en tierra. Alguien se mueve en una motoneta sobre el vagón abierto a 18 m/s respecto del suelo.' accompanied by a diagram of a train moving right at $v = 13.0 \text{ m/s}$ and a motorcycle on it, and 'Pregunta 7' which asks '¿Qué velocidad tiene la motoneta relativa al vagón abierto?'. The question is worth 1.00 point. Below the question, there are four radio button options: 'a. Ninguna de las anteriores', 'b. 5 m/s', 'c. 18 m/s', and 'd. 31 m/s'.

Figura A3.5 Descripción, pregunta y opciones de respuesta.

Resultados de las actuaciones de los estudiantes

Una vez que se cierra el cuestionario se analizan los resultados obtenidos. La plataforma permite obtener informaciones para identificar los avances de los estudiantes y reconocer las dificultades principales en las preguntas. Asimismo, brinda soporte sobre el grado de dificultad de una determinada pregunta, la concordancia/discrepancia en una determinada respuesta, y la eficiencia discriminativa, que pueden constituirse en una herramienta para el docente.



Figura A3.6 Resultados y sus diferentes vistas.

En la Figura A3.6 se muestran las diferentes vistas de los resultados: calificaciones, Respuestas detalladas, Estadísticas y Calificación manual. Las respuestas detalladas permiten conocer los puntajes obtenidos por los estudiantes sobre el total de puntos, identificar en que preguntas se ha equivocado y si la pregunta permite más de una opción, identificar si en un posterior intento responde de forma correcta o no. Así, se identifica el avance de cada estudiante de forma ágil (ver Figura A3.7).

Nombre: Todos A B C D E F G H I J K L M N Ñ O P Q R S T U V W X Y Z
 Apellido(s): Todos A B C D E F G H I J K L M N Ñ O P Q R S T U V W X Y Z
 Página: 1 2 (Siguiente)

Descargar datos de tabla como

	Nombre / Apellido(s)	Dirección de correo	Estado	Calificación/9,00	Respuesta 1	Respuesta 2
<input type="checkbox"/>	[Redacted]	[Redacted]	Finalizado	8,00	✓ Falso	✗ [g (2H/g) m/s]
	Revisión del intento					
<input type="checkbox"/>			Finalizado	7,00	✓ $y(t)=1,5 - 4,9t^2$	✓ [$t=\sqrt{2H/g}$ s]
	Revisión del intento					
<input type="checkbox"/>	[Redacted]	[Redacted]	Finalizado	4,00	✗ $v(t) = -9,8 t + 1,5$	✓ [g sqrt(2H/g)]
	Revisión del intento					

Figura A3.7 Respuestas detalladas de los estudiantes.

Otra de las visualizaciones de los resultados consiste en las estadísticas, (ver Figura A3.8). Son informaciones que, más allá del valor que tienen para un cuestionario en particular, muchas veces sirven para investigaciones en sucesivos cursos.

Finalmente, otra forma de visualización consiste en ver en formato de histograma el índice de dificultad y de eficiencia discriminada

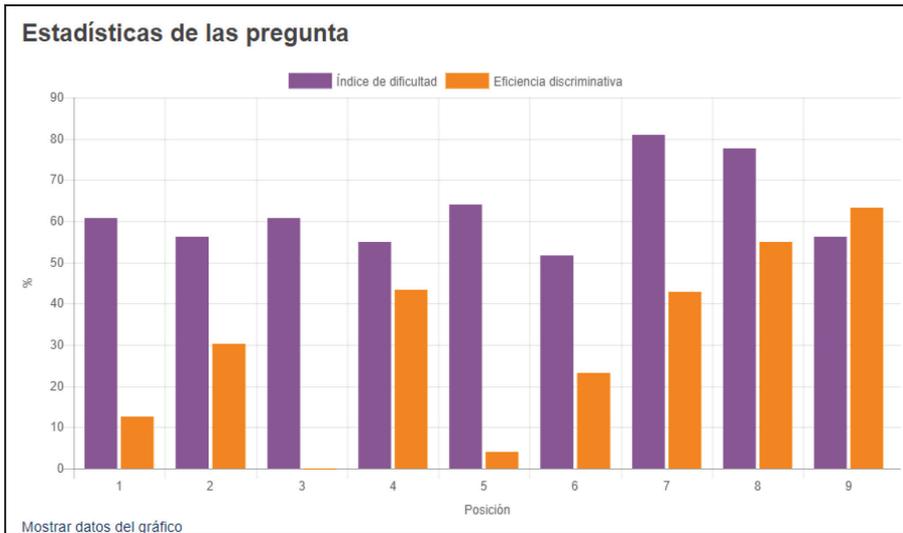


Figura A3.8 Estadísticas de las respuestas expresado en índice de dificultad y eficiencia discriminativa.

Sobre el autor



José Luis Di Laccio: Es Magíster en Química con orientación en Educación, título otorgado por la Facultad de Química de la UdelaR. Su destacada formación incluye una Especialización en Física, parte del plan conjunto ANEP-UdelaR, y otra Especialización en Gestión Educativa,

obtenida en la Universidad Católica del Uruguay.

Egresado del Instituto de Formación Docente "Rosa Silvestri", ha obtenido la titulación como profesor de enseñanza media en la especialidad de Física, y también como ayudante preparador de laboratorio de Física.

Con una rica trayectoria, Di Laccio ha acumulado valiosa experiencia en docencia terciaria de Física, contribuyendo significativamente a la formación docente en el profesorado de Física. Asimismo, ha participado activamente en el dictado de diversos cursos ofrecidos por el Departamento de Física del Centro Universitario Regional Litoral Norte. Presenta un fuerte compromiso

con la búsqueda de enfoques de enseñanza para el logro de aprendizajes duraderos de los estudiantes.

Esta publicación cuenta con el apoyo de la Comisión Sectorial de Enseñanza de la Universidad de la República. Forma parte de la serie Manuales de Aprendizaje, que tiene como objetivo mejorar las condiciones de aprendizaje de los estudiantes y, al mismo tiempo, propiciar la autoformación docente mediante la reflexión sobre sus prácticas y sobre el estado del arte en su disciplina. Secundariamente, esta publicación pretende colaborar en la constitución de tradiciones disciplinares y culturas educativas nacionales.

ISBN: 978-9974-0-2154-9



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY



comisión sectorial
de enseñanza